Gymnase de Burier

EXAMEN ÉCRIT DE L'ÉCOLE DE MATURITÉ, JUIN 2023

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
Niveau standard

CORRIGÉ

Problème 1 (21 points)

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 7}{x + 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{ED}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}}$

b) zéros de f : $x^2 - 8x + 7 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-7)(x-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$ ou $x = 1$

$(\Delta = 64 - 28 = 36 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{8 \pm 6}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 7$ ou $x = 1)$

$\Rightarrow \quad f(x) = \dfrac{(x-7)(x-1)}{x+1}$

x	$-\infty$		-1		1		7		$+\infty$
$x-7$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

c) Asymptote verticale :

$$\lim_{x\to -1} f(x) \overset{\text{"}\frac{16}{0}\text{"}}{\overbrace{=}} \pm\infty \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\text{AV : } x=-1}$$

Asymptote oblique $\big($car deg(numérateur) = deg(dénominateur)+1$\big)$:

<u>1^{re} méthode</u> : schéma de Horner

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -8 & 7 \\ -1 & & -1 & 9 \\ \hline & 1 & -9 & \boxed{16} \end{array}$$

<u>2^e méthode</u> : division euclidienne

$$\begin{array}{r|l} x^2-8x+7 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^2 \;\; -x & x-9 \\ \cline{1-1} -9x+7 & \\ 9x+9 & \\ \cline{1-1} 16 & \end{array} \qquad \Rightarrow \qquad x^2-8x+7=(x+1)(x-9)+16$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{AO : } y=x-9}$

d) $f'(x)=\dfrac{(2x-8)(x+1)-(x^2-8x+7)\cdot 1}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^2-6x-8-x^2+8x-7}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x-15}{(x+1)^2}$

zéros de f' : $x^2+2x-15=(x-3)(x+5)=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$ ou $x=-5$

$\left(\Delta = 4+60=64 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{-2\pm 8}{2} \quad \Rightarrow \quad x=3 \text{ ou } x=-5\right)$

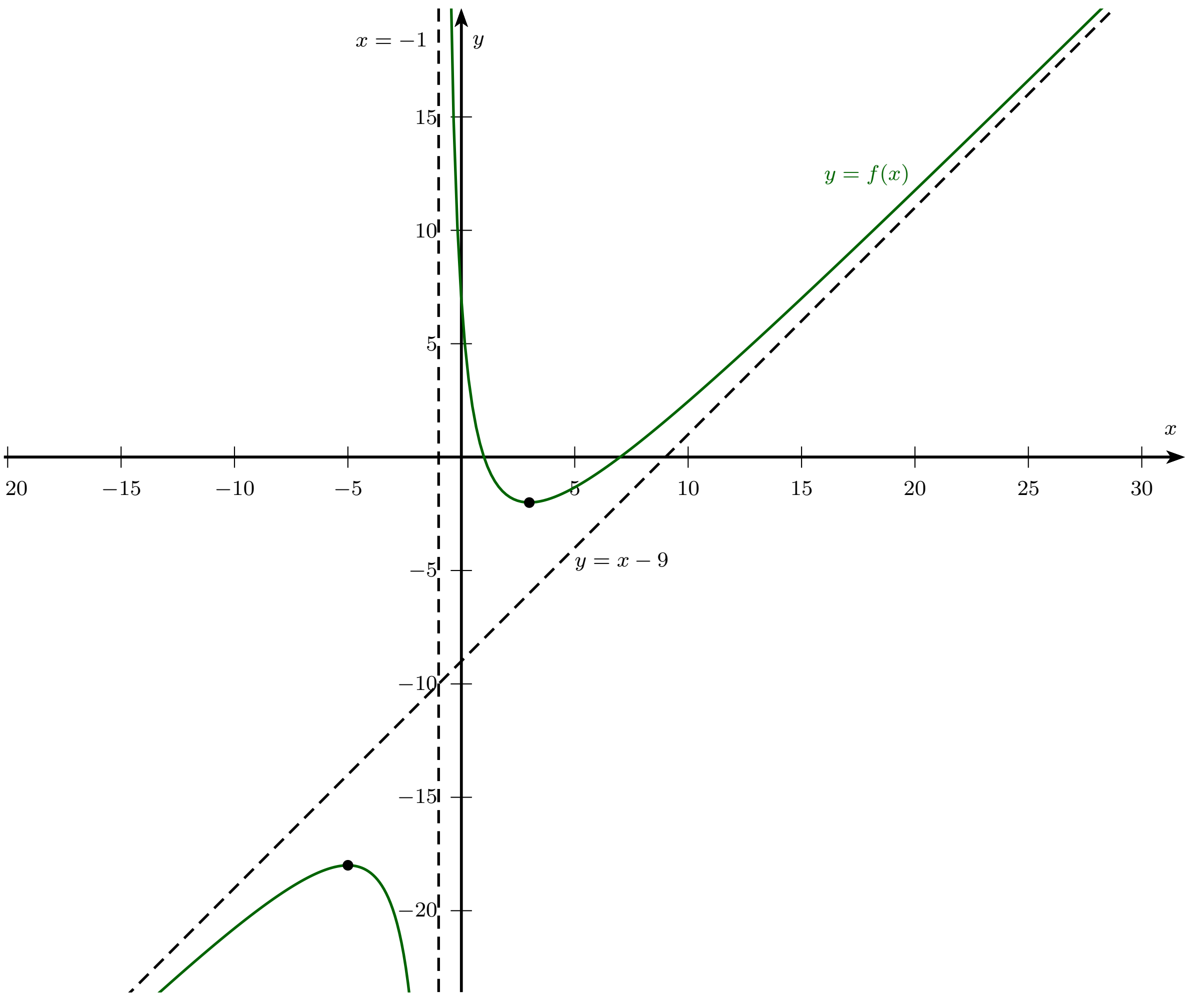
$\Rightarrow \quad f'(x)=\dfrac{(x-3)(x+5)}{(x+1)^2}$

x	$-\infty$		-5		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-18	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$f(-5)=-18$ et $f(3)=-2$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{maximum : } (-5;-18) \text{ et minimum : } (3;-2)}$

e)



Problème 2 (21 points)

a) $s \;//\; d \quad \Rightarrow \quad (s)\ : x - 2y + c = 0$

$P \in s \quad \Rightarrow \quad 3 + 8 + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c = -11 \quad \Rightarrow \boxed{(s)\ : x - 2y - 11 = 0}$

b) <u>1</u>

b) $\underline{1^{\text{re}}\text{ méthode}}$: droite b parallèle et équidistante de d et s

$(d)\ : y = \frac{1}{2}x + \frac{19}{2} \qquad (s)\ : y = \frac{1}{2}x - \frac{11}{2} \qquad (b)\ : y = \frac{1}{2}x + h$

$$h = \frac{\frac{19}{2} + \left(-\frac{11}{2}\right)}{2} = \frac{8}{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad (b)\ : y = \frac{1}{2}x + 2 \quad \Rightarrow \quad (b)\ : x - 2y + 4 = 0$$

$\underline{2^{\text{e}}\text{ méthode}}$: droite b équidistante des droites d et s

$$\frac{x - 2y + 19}{\sqrt{5}} = \pm\frac{x - 2y - 11}{\sqrt{5}}$$

$+$ $x - 2y + 19 = x - 2y - 11 \quad \Leftrightarrow \quad 19 = -11$ (impossible)

$-$ $x - 2y + 19 = -x + 2y + 11 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 4y + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad (b)\ : x - 2y + 4 = 0$

$$b \cap e\ : \begin{cases} x - 2y &= -4 \\ x + 3y &= 36 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} -x + 2y &=& 4 \\ x + 3y &=& 36 \\ \hline 5y &=& 40 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 8$$

$\Rightarrow \quad x = 2 \cdot 8 - 4 = 12 \quad \Rightarrow \quad C(12; 8)$

$\underline{3^{\text{e}}\text{ méthode}}$: C milieu des points d'intersection de e avec les droites d et s

$$d \cap e\ : \begin{cases} x - 2y &= -19 \\ x + 3y &= 36 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} -x + 2y &=& 19 \\ x + 3y &=& 36 \\ \hline 5y &=& 55 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 11$$

$\Rightarrow \quad x = 2 \cdot 11 - 19 = 3 \quad \Rightarrow \quad E_1(3; 11)$

$$s \cap e\ : \begin{cases} x - 2y &= 11 \\ x + 3y &= 36 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} -x + 2y &=& -11 \\ x + 3y &=& 36 \\ \hline 5y &=& 25 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 5$$

$\Rightarrow \quad x = 2 \cdot 5 + 11 = 21 \quad \Rightarrow \quad E_2(21; 5) \quad \Rightarrow \quad C\left(\frac{3+21}{2}; \frac{11+5}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad C(12; 8)$

rayon du cercle γ : $\delta(C; d) = \dfrac{|12 - 16 + 19|}{\sqrt{5}} = \dfrac{15}{\sqrt{5}} = \dfrac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$

ou bien : $\delta(C; s) = \dfrac{|12 - 16 - 11|}{\sqrt{5}} = \dfrac{15}{\sqrt{5}} = \dfrac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$

$\Rightarrow \boxed{(\gamma)\ : (x - 12)^2 + (y - 8)^2 = 45}$

c) $\underline{1^{\text{re}}\text{ méthode}}$: intersection de s et sa perpendiculaire p passant par C

$(p)\ : 2x + y + c = 0$

$C \in p \quad \Rightarrow \quad 24 + 8 + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c = -32 \quad \Rightarrow \quad (p)\ : 2x + y - 32 = 0$

$$s \cap p\ : \begin{cases} x - 2y &= 11 \\ 2x + y &= 32 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} 2x - 4y &=& 22 \\ -2x - y &=& -32 \\ \hline -5y &=& -10 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 2$$

$\Rightarrow \quad x = 2 \cdot 2 + 11 = 15 \quad \Rightarrow \boxed{S(15; 2)}$

2^e méthode : intersection de s et γ

$$s \cap \gamma \ : \begin{cases} x = 2y + 11 \\ (x-12)^2 + (y-8)^2 = 45 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad (2y-1)^2 + (y-8)^2 = 45$$

$$\Leftrightarrow 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 16y + 64 = 45 \quad \Leftrightarrow \quad 5y^2 - 20y + 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5(y^2 - 4y + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 5(y-2)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \cdot 2 + 11 = 15 \quad \Rightarrow \boxed{S(15;2)}$$

3^e méthode : C milieu de S et de l'intersection des droites d et p

$$d \cap p \ : \begin{cases} x - 2y &= -19 \\ 2x + y &= 32 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} 2x - 4y & = & -38 \\ -2x - \ \ y & = & -32 \\ \hline -5y & = & -70 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 14$$

$$\Rightarrow \quad x = 2 \cdot 14 - 19 = 9 \quad \Rightarrow \quad D(9;14)$$

$$C \text{ milieu de } DS : \begin{cases} 12 = \dfrac{9 + s_1}{2} \\ 8 = \dfrac{14 + s_2}{2} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} s_1 = 24 - 9 = 15 \\ s_2 = 16 - 14 = 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \boxed{S(15;2)}$$

d) 1re méthode : pentes des tangentes issues du point P

$$-4 - 8 = m(3-12) \pm 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1} \quad \Leftrightarrow \quad 9m - 12 = \pm 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1}$$

$$\Leftrightarrow \quad (9m-12)^2 = 45(m^2+1) \quad \Leftrightarrow \quad 81m^2 - 216m + 144 = 45m^2 + 45$$

$$\Leftrightarrow \quad 36m^2 - 216m + 99 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 9(4m^2 - 24m + 11) = 0 \ (\Delta = 400)$$

$$\Leftrightarrow \quad 9(2m-11)(2m-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m_1 = \frac{11}{2} \text{ et } m_2 = \frac{1}{2} \text{ (droite } s)$$

$$\Rightarrow \quad (t) \ : y = \frac{11}{2}x + h$$

$$P \in t \quad \Rightarrow \quad -4 = \frac{33}{2} + h \quad \Rightarrow \quad h = -4 - \frac{33}{2} = -\frac{41}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{(t) \ : y = \frac{11}{2}x - \frac{41}{2}} \text{ ou encore } \boxed{(t) \ : 11x - 2y - 41 = 0}$$

2^e méthode : distance du centre C à la droite t est égale au rayon du cercle

$$(t) \ : y = mx + h$$

$$P \in t \quad \Rightarrow \quad -4 = 3m + h \quad \Leftrightarrow \quad h = -3m - 4 \quad \Rightarrow \quad (t) \ : mx - y - 3m - 4 = 0$$

$$\delta(C;t) = 3\sqrt{5} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|12m - 8 - 3m - 4|}{\sqrt{m^2+1}} = 3\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow \quad |9m - 12| = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1} \quad \Leftrightarrow \quad 9m - 12 = \pm 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1}$$

ensuite idem méthode 1

e) 1re méthode : S point de tangence de la droite tangente issue de P au cercle γ

$$\Rightarrow \quad PS \perp CS \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\text{triangle } PCS \text{ rectangle en } S}$$

2^e méthode : $\overrightarrow{PS} = \begin{pmatrix} 15-3 \\ 2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} 15-12 \\ 2-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{PS} \cdot \overrightarrow{CS} = 12 \cdot 3 + 6 \cdot (-6) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad PS \perp CS \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\text{triangle } PCS \text{ rectangle en } S}$$

3[e] méthode : $m_{PS} = m_s = \dfrac{1}{2}$ et $m_{CS} = m_p = -2$

$\Rightarrow \quad m_{PS}\cdot m_{CS} = \dfrac{1}{2}\cdot(-2) = -1 \quad \Leftrightarrow \quad PS \perp CS \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\text{triangle } PCS \text{ rectangle en } S}$

f) 1[re] méthode : cercle de Thalès de diamètre PC

K milieu de PC : $K\left(\frac{3+12}{2}; \frac{-4+8}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad K\left(\frac{15}{2}; 2\right)$

$\Rightarrow \quad (\alpha) \ : \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = r^2$

P, C ou $S \in \alpha$: $r^2 = \left(-\frac{9}{2}\right)^2 + (-6)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + (6)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 0^2 = \frac{225}{4}$

$\Rightarrow \boxed{(\alpha) \ : \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{225}{4}}$

2[e] méthode : intersection des médiatrices

$\overrightarrow{PS} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{PC} = \begin{pmatrix} 12-3 \\ 8+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

M_1 milieu de PS : $M_1\left(\frac{3+15}{2}; \frac{-4+2}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad M_1(9; -1)$

M_2 milieu de CS : $M_2\left(\frac{12+15}{2}; \frac{8+2}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad M_2\left(\frac{27}{2}; 5\right)$

M_3 milieu de PC : $M_3\left(\frac{3+12}{2}; \frac{-4+8}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad M_3\left(\frac{15}{2}; 2\right)$

m_1 médiatrice de PS : $(m_1) \ : 2x + y + c_1 = 0$

$M_1 \in m_1 \quad \Rightarrow \quad 18 - 1 + c_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c_1 = -17 \quad \Rightarrow \quad (m_1) \ : 2x + y - 17 = 0$

m_2 médiatrice de CS : $(m_2) \ : x - 2y + c_2 = 0$

$M_2 \in m_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{27}{2} - 10 + c_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c_2 = -\frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad (m_2) \ : 2x - 4y - 7 = 0$

m_3 médiatrice de PC : $(m_3) \ : 3x + 4y + c_3 = 0$

$M_3 \in m_3 \quad \Rightarrow \quad \frac{45}{2} + 8 + c_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c_3 = -\frac{61}{2} \quad \Rightarrow \quad (m_3) \ : 6x + 8y - 61 = 0$

$$m_1 \cap m_2 \ : \left\{ \begin{array}{rcl} 2x + y & = & 17 \\ 2x - 4y & = & 7 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} 2x + \ \ y & = & 17 \\ -2x + 4y & = & -7 \\ \hline 5y & = & 10 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 2$$

$\Rightarrow \quad x = \frac{17-2}{2} = \frac{15}{2} \quad \Rightarrow \quad K\left(\frac{15}{2}; 2\right)$

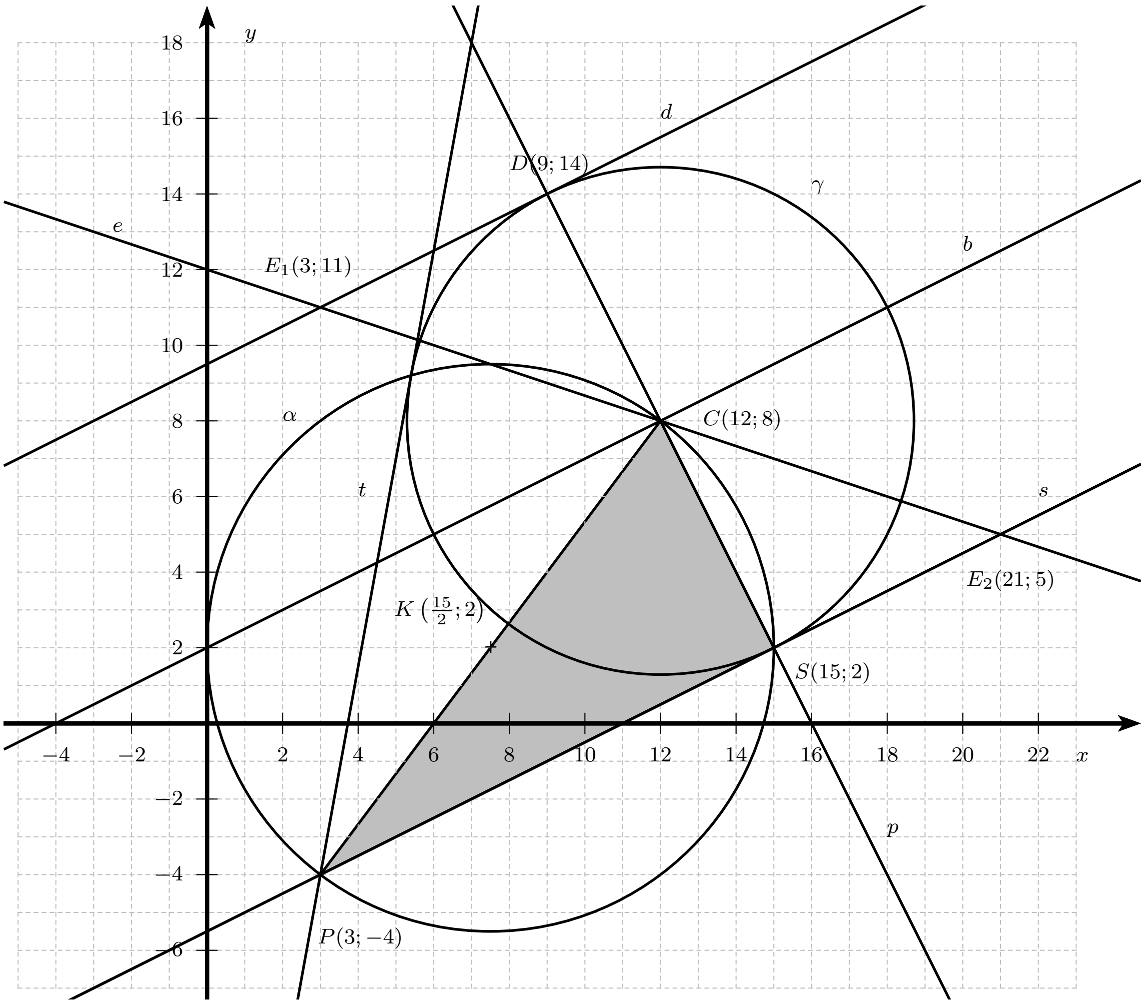
$$m_1 \cap m_3 \ : \left\{ \begin{array}{rcl} 2x + y & = & 17 \\ 6x + 8y & = & 61 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} 6x + 3y & = & 51 \\ -6x - 8y & = & -61 \\ \hline -5y & = & -10 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 2$$

$\Rightarrow \quad x = \frac{17-2}{2} = \frac{15}{2} \quad \Rightarrow \quad K\left(\frac{15}{2}; 2\right)$

$$m_2 \cap m_3 \ : \left\{ \begin{array}{rcl} 2x - 4y & = & 7 \\ 6x + 8y & = & 61 \end{array} \right. \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{rcr} 6x - 12y & = & 21 \\ -6x - \ \ 8y & = & -61 \\ \hline -20y & = & -40 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y = 2$$

$\Rightarrow \quad x = \frac{8+7}{2} = \frac{15}{2} \quad \Rightarrow K\left(\frac{15}{2}; 2\right) \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{KC} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ 6 \end{pmatrix}, \overrightarrow{KS} = \begin{pmatrix} \frac{15}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{KP} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} \\ -6 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad r = \|\overrightarrow{KC}\| = \|\overrightarrow{KS}\| = \|\overrightarrow{KP}\| = \frac{15}{2} \Rightarrow \boxed{(\alpha) \ : \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{225}{4}}$


y
x
d
D(9; 14)
γ
e
E1(3; 11)
b
α
C(12; 8)
t
s
E2(21; 5)
K (15/2; 2)
S(15; 2)
p
P(3; −4)

Problème 3 (10 points)

a) $f(0) = 0 + 1'500 = 1'500 \quad \Rightarrow \boxed{1'500 \text{ litres}}$

b) $\mathrm{ED}(f) = [0; 30]$ (action pendant 1 mois)

$f'(x) = 120x \cdot e^{-0{,}25x} + 60x^2 \cdot (-0,25) \cdot e^{-0{,}25x} = (120x - 15x^2) \cdot e^{-0{,}25x}$

zéros de f' : $120x - 15x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 15x(8 - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$ ou $x = 8$

$(\Delta = 14'400 - 0 = 14'400 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{-120 \pm 120}{-30} \quad \Rightarrow \quad x = 0$ ou $x = 8)$

$\Rightarrow \quad f'(x) = 15x(8 - x) \cdot e^{-0{,}25x}$

x	$-\infty$	0		8		30	$+\infty$
$15x$		0	$+$		$+$		
$8 - x$			$+$	0	$-$		
$e^{-0{,}25x}$			$+$		$+$		
$f'(x)$		0	$+$	0	$-$		
$f(x)$		$1'500$	$\nearrow$	$\sim 2'019.69$	$\searrow$	$\sim 1'529.87$	

$\Rightarrow$ maximum : $(8; f(8)) \quad \Rightarrow \boxed{\text{il faut attendre 8 jours}}$

c) $f(8) \simeq \boxed{2'019.69 \text{ litres}}$

Problème 4 (7 points)

a) $f^2(x) = \dfrac{(1-x)^2}{x^2} = \dfrac{1-2x+x^2}{x^2} = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2x}{x^2} + \dfrac{x^2}{x^2} = \boxed{\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x} + 1}$

b) $\mathrm{ED}(f) = \mathbb{R}^*$ et zéro de f : $x = 1$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^2 f^2(x)\,\mathrm{d}x = \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1\right)\,\mathrm{d}x = \pi \left[-\frac{1}{x} - 2\ln|x| + x\right]_1^2 \\ &= \pi\left[-\frac{1}{2} - 2\ln(2) + 2 - \left(-1 - 2\underbrace{\ln(1)}_{0} + 1\right)\right] = \boxed{\pi\left[\frac{3}{2} - 2\ln(2)\right]} \\ &= \boxed{\pi\left[\frac{3}{2} - \ln(4)\right]} = \boxed{\pi\left[\frac{3 - 2\ln(4)}{2}\right]} = \boxed{\frac{\pi\,(3 - \ln(16))}{2}\ \mathrm{u}^3} \end{aligned}$$

Problème 5 (9 points)

a) $x \cdot \sqrt{9 - x^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \cdot \sqrt{(3-x)(3+x)} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{-3; 0 : 3\}}$

b) $\mathrm{ED}(f) = [-3; 3]$ et zéros de f : $x = -3$, $x = 0$, $x = 3$

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-3}^{0} x \cdot \sqrt{9 - x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\int_{-3}^{0} (-2x)\cdot(9 - x^2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\left[\frac{2}{3}(9 - x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_{-3}^{0} \\ &= -\frac{1}{3}\left[(9 - x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_{-3}^{0} = -\frac{1}{3}\cdot(27 - 0) = -9 \\ I_2 &= \int_0^3 x \cdot \sqrt{9 - x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\left[(9 - x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^3 = -\frac{1}{3}\cdot(0 - 27) = 9 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \quad \mathcal{A} = |-9| + 9 = \boxed{18\ \mathrm{u}^2}$

Ou encore, f est une fonction impaire ($f(-x) = -f(x)$) :

$\Rightarrow \quad \mathcal{A} = 2 \cdot |I_1| = 2 \cdot I_2 = 2 \cdot 9 = \boxed{18\ \mathrm{u}^2}$

Problème 6 (16 points)

a)

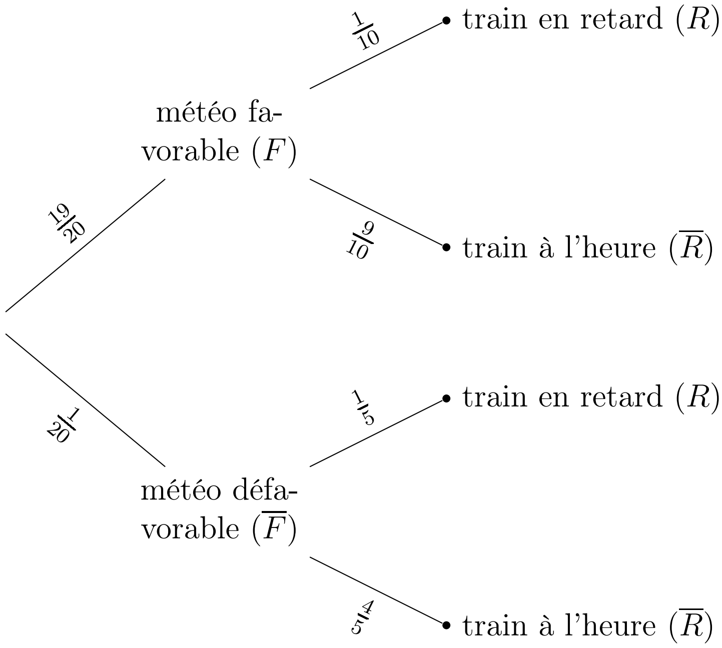
1) $\overline{A}_5^2 = 2^5 = \boxed{32 \text{ trains}}$

2) $C_1^2 \cdot C_1^4 = 2 \cdot 4 = \boxed{8 \text{ trains}}$

3) aucun wagon de première classe : $C_1^2 \cdot 1 = 2 \quad \Rightarrow \quad 32 - 2 = \boxed{30 \text{ trains}}$

b)

1)



2) $P(\overline{R}) = \frac{19}{20} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{20} \cdot \frac{4}{5} = \frac{171}{200} + \frac{1}{25} = \frac{179}{200} = \boxed{89.5\ \%}$

3) $P(\overline{F}|R) = \dfrac{P(\overline{F} \cap R)}{P(R)} = \dfrac{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{5}}{1 - \frac{179}{200}} = \dfrac{\frac{1}{100}}{\frac{21}{200}} = \frac{2}{21} \simeq \boxed{9.52\ \%}$

4) aucun train en retard : $0.895^8 \simeq 41.17\%$

exactement 1 train en retard : $C_1^8 \cdot 0.105 \cdot 0.895^7 \simeq 38.64\,\%$

$\Rightarrow \quad 41.17\,\% + 38.64\,\% \simeq \boxed{79.81\ \%}$