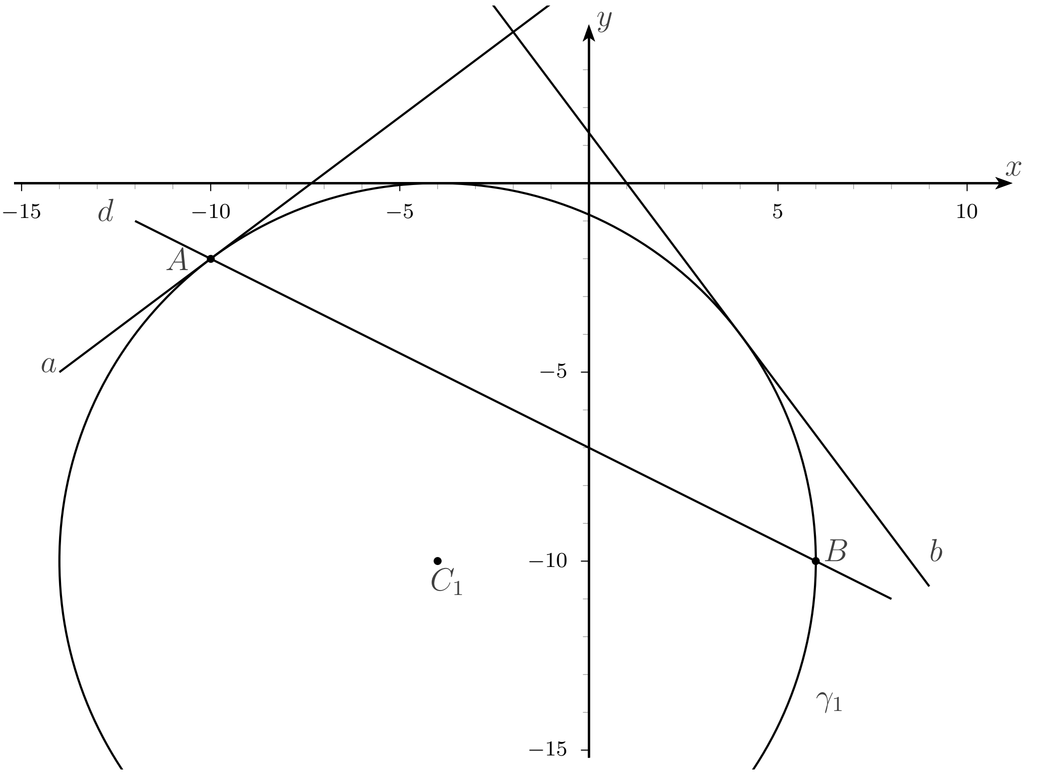
Exercice 3.21.



On donne : $(\gamma_1) : x^2+y^2+8x+20y+16 = 0$; $(b) : 4x+3y-4 = 0$; $A(-10\,;-2)$; $B(6\,;-10)$

a) $\Rightarrow (\gamma_1) : (x+4)^2 + (y+10)^2 = 100 \Rightarrow$ centre $C_1(-4\,;-10)$ et $r_2 = 10\,[\mathrm{u}]$

b) b tangente à $\gamma_1 \iff \delta(C_1; b) = r_1$ (voir page 104) :

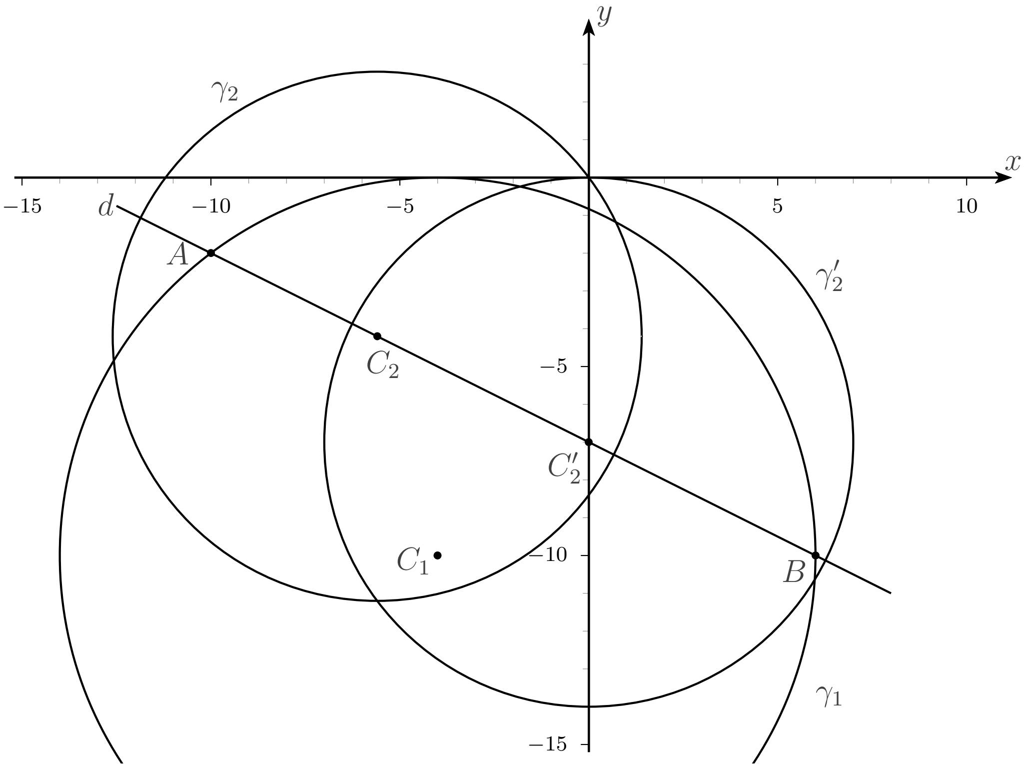
$$\delta(C_1; b) = \frac{|4\cdot(-4)+3\cdot(-10)-4|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{|-50|}{\sqrt{25}} = \frac{50}{5} = 10$$

c) $A(-10\,;-2) \in \gamma_1 \iff (-10+4)^2 + (-2+10)^2 = 36+64 = 100$

d) Par dédoublement : $(-10+4)(x+4) + (-2+10)(y+10) - 100 = 0 \iff$
$\iff -6x-24+8y+80-100 = 0 \iff -6x+8y-44 = 0 \iff \boxed{(a) : 3x-4y+22 = 0}$

e) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}16\\-8\end{pmatrix} // \begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $d \Rightarrow$
$\Rightarrow (d) : x+2y+c = 0$ passe par $A(-10\,;-2) \Rightarrow -10+2\cdot(-2)+c = 0 \iff$
$\iff -14+c = 0 \iff c = 14 \Rightarrow \boxed{(d) : x+2y+14 = 0}$

f)



Posons $C_2(c_1\,;c_2)$

- γ_2 de centre $C_2(c_1\,;c_2)$ et de rayon $r_2 = 7 \Rightarrow (\gamma_2) : (x-c_1)^2 + (y-c_2)^2 = 49$
- $C_2 \in d \Rightarrow c_1 + 2\cdot c_2 + 14 = 0$
- $O \in \gamma_2 \Rightarrow (0-c_1)^2 + (0-c_2)^2 = 49 \Rightarrow c_1^2 + c_2^2 = 49$
- on va donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} c_1^2 + c_2^2 = 49 \\ c_1 + 2c_2 + 14 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} c_1^2 + c_2^2 = 49 \\ c_1 = -2c_2 - 14 \end{cases} \iff \begin{cases} (-2c_2-14)^2 + c_2^2 = 49 \\ c_1 = -2c_2 - 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4c_2^2 + 56c_2 + 196 + c_2^2 = 49 \iff 5c_2^2 + 56c_2 + 147 = 0 \iff$$

$$\iff (5c_2+21)(c_2+7) = 0 \Rightarrow c_2 = -\frac{21}{5} \text{ ou } c_2' = -7 \text{ et } c_1 = -\frac{28}{5} \text{ ou } c_1' = 0$$

$$\Rightarrow C_2\left(-\frac{28}{5}\,;-\frac{21}{5}\right) \quad \text{ou} \quad C_2'(0\,;-7)$$

$$\Rightarrow \boxed{(\gamma_2) : (x+5.6)^2 + (y+4.2)^2 = 49 \quad \text{ou} \quad (\gamma_2') : x^2 + (y+7)2 = 49}$$