Exercice 3.17.

a) On donne : $(\gamma) : x^2 + y^2 = 19 - 2x \quad ; \quad E(1\,;6)$

$\Rightarrow x^2 + 2x + y^2 - 19 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 20 \Rightarrow$ centre $C(-1\,;0)$ et $r = \sqrt{20}\,[\text{u}]$

- les tangentes t à γ de pente m sont données par (voir page 100) :

$$y - 0 = m(x+1) \pm \sqrt{20}\sqrt{m^2+1}$$

- $E(1\,;6) \in t:\ 6 - 0 = m(1+1) \pm \sqrt{20}\sqrt{m^2+1} \iff 6 = 2m \pm \sqrt{20(m^2+1)} \iff$

$\iff -2m + 6 = \pm\sqrt{20(m^2+1)} \overset{()^2}{\Rightarrow} (-2m+6)^2 = 20(m^2+1) \iff$

$\iff 4m^2 - 24m + 36 = 20m^2 + 20 \iff 16m^2 + 24m - 16 = 0 \iff$

$\iff 8(2m^2 + 3m - 2) = 0 \iff 8(m+2)(2m-1) = 0 \iff m_1 = -2 \quad \text{ou} \quad m_2 = \dfrac{1}{2}$

- $(t_1):\ y = -2x + h$ passe par $E(1\,;6) \iff h = 8 \Rightarrow (t_1):\ y = -2x + 8 \iff$

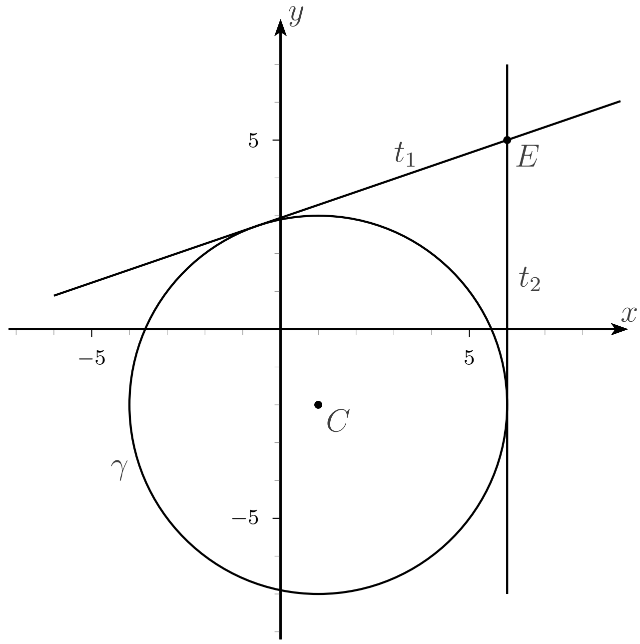
$\iff \boxed{(t_1):\ 2x + y - 8 = 0}$

- $(t_2):\ y = \dfrac{1}{2}x + h$ passe par $E(1\,;6) \iff h = \dfrac{11}{2} \Rightarrow (t_2):\ y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{11}{2} \iff$

$\iff \boxed{(t_2):\ x - 2y + 11 = 0}$

b) On donne : $(\gamma) : x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20 \quad ; \quad E(6\,;5)$

$\Rightarrow x^2 - 2x + y^2 + 4y - 20 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \Rightarrow$ centre $C(1\,;-2)$ et $r = 5\,[\mathrm{u}]$



- les tangentes t à γ de pente m sont données par :

$$y + 2 = m(x-1) \pm 5\sqrt{m^2+1}$$

- $E(6\,;5) \in t$: $5 + 2 = m(6-1) \pm 5\sqrt{m^2+1} \iff 7 = 5m \pm 5\sqrt{m^2+1} \iff$

$\iff -5m + 7 = \pm 5\sqrt{m^2+1} \overset{()^2}{\Rightarrow} (-5m+7)^2 = 25(m^2+1) \iff$

$\iff 25m^2 - 70m + 49 = 25m^2 + 25 \iff 70m = 24 \iff m = \dfrac{12}{35}$

- (t_1) : $y = \dfrac{12}{35}x + h$ par $E(6\,;5) \iff h = \dfrac{103}{35} \Rightarrow (t_1) : y = \dfrac{12}{35}x + \dfrac{103}{35} \iff$

$\iff \boxed{(t_1) : 12x - 35y + 103 = 0}$

- (t_2) est une droite verticale $\Rightarrow (t_2) : x = c$ passe par $E(6\,;5) \iff c = 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{(t_2) : x = 6} \iff \boxed{(t_2) : x - 6 = 0}$