

Exercice 3.13.

- $C(-3; 4)$ et $r = 5$ [u] $\Rightarrow (\Delta) : (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$

- $(d) : 7x - y = 0$

a) • d coupe Δ en deux points $\iff \delta(C; d) < r$ (voir page 104) :

$$\delta(C; d) = \frac{|7 \cdot (-3) - 4|}{\sqrt{7^2 + (-1)^2}} = \frac{|-25|}{\sqrt{50}} = \frac{25}{5\sqrt{2}} < 5$$

- $d \cap \Delta = \{R; T\}$:

$$\begin{aligned} \begin{cases} (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25 \\ 7x - y = 0 \end{cases} &\iff \begin{cases} (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25 \\ y = 7x \end{cases} \\ \Rightarrow (x + 3)^2 + (7x - 4)^2 = 25 &\iff x^2 + 6x + 9 + 49x^2 - 56x + 16 - 25 = 0 \iff \\ \iff 50x^2 - 50x = 0 &\iff 50x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ ou } x_2 = 1 \text{ et } y_1 = 0 \text{ ou } y_2 = 7 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{R(0; 0) ; T(1; 7)}$$

b) • On détermine les équations cartésiennes de ces deux tangentes par la méthode de dédoublement (voir p.98) :

par le point R , $(p) : (0 + 3)(x + 3) + (0 - 4)(y - 4) - 25 = 0 \Rightarrow (p) : 3x - 4y = 0$

par le point T , $(q) : (1 + 3)(x + 3) + (7 - 4)(y - 4) - 25 = 0 \Rightarrow (q) : 4x + 3y - 25 = 0$

- $p \cap q = S$:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ 4x + 3y - 25 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 9x - 12y = 0 \\ 16x + 12y - 100 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25x - 100 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ et } y = 3 \Rightarrow \boxed{S(4; 3)}$$