## Exercice 3.5.

a) 1) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ n'est définie que si $x^2 - 1 > 0$

| $x$ | | $-1$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\operatorname{sgn}(x^2-1)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$\Rightarrow ED(f) = \,]-\infty\,;-1\,[\,\cup\,]\,1\,;+\infty\,[$

2) $f'(x) = [\,\ln(x^2-1)]' \cdot (x^2-1)' = \dfrac{1}{x^2-1} \cdot 2x = \boxed{\dfrac{2x}{x^2-1}}$

3) $ED(f') = \,]-\infty\,;-1\,[\,\cup\,]\,1\,;+\infty\,[$

b) 1) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)$ n'est définie que si $\dfrac{x-2}{x+1} > 0$

| $x$ | | $-1$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\operatorname{sgn}(\frac{x-2}{x+1})$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$\Rightarrow ED(f) = \,]-\infty\,;-1\,[\,\cup\,]\,2\,;+\infty\,[$

2) $f'(x) = \left[\ln\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)\right]' \cdot \left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)' = \dfrac{x+1}{x-2} \cdot \dfrac{x+1-x+2}{(x+1)^2} = \boxed{\dfrac{3}{(x+1)(x-2)}}$

3) $ED(f') = \,]-\infty\,;-1\,[\,\cup\,]\,2\,;+\infty\,[$

c) 1) $f(x) = \ln(x^3 - 3x^2) = \ln[x^2(x-3)]$ n'est définie que si $x^2(x-3) > 0$

| $x$ | | $0$ | | $3$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\operatorname{sgn}(x^3-3x^2)$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$\Rightarrow ED(f) = \,]\,3\,;+\infty\,[$

2) $f'(x) = [\,\ln(x^3-3x^2)]' \cdot (x^3-3x^2)' = \dfrac{1}{x^3-3x^2} \cdot 3x^2 - 6x = \dfrac{3x(x-2)}{x^2(x-3)} = \boxed{\dfrac{3x-6}{x^2-3x}}$

3) $ED(f') = \,]\,3\,;+\infty\,[$

d) 1) $f(x) = \ln[(4-x^2)^3] = \ln[(2+x)(2-x)]^3$ n'est définie que si $[(2+x)(2-x)]^3 > 0$

| $x$ | | $-2$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\text{sgn}[(2+x)(2-x)]^3$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

$\Rightarrow ED(f) = ]-2\,;2\,[$

2) $f'(x) = [\,\ln(4-x^2)^3]' \cdot [(4-x^2)^3]' = \dfrac{1}{(4-x^2)^3} \cdot 3(4-x^2)^2 \cdot (-2x) =$

$= \dfrac{-6x(4-x^2)^2}{(4-x^2)^3} = \dfrac{-6x}{4-x^2} = \boxed{\dfrac{6x}{x^2-4}}$

3) $ED(f') = ]-2\,;2\,[$

e) 1) $f(x) = \ln(\sqrt{1-x})$ n'est définie que si $1-x > 0 \iff x < 1 \Rightarrow ED(f) = ]-\infty\,;1\,[$

2) $f'(x) = [\,\ln(1-x)^{1/2}]' \cdot [(1-x)^{1/2}]' = \dfrac{1}{(1-x)^{1/2}} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot (1-x)^{-1/2} \cdot (-1) =$

$= \dfrac{-1}{2(1-x)} = \boxed{\dfrac{1}{2(x-1)}}$

3) $ED(f') = ]-\infty\,;1\,[$

f) 1) $f(x) = x \cdot \ln(x)$ n'est définie que si $x > 0 \Rightarrow ED(f) = \mathbb{R}_+^*$

2) $f'(x) = [x \cdot \ln(x)]' = (x)' \cdot \ln(x) + x \cdot [\ln(x)]' = \ln(x) + x \cdot \dfrac{1}{x} = \boxed{\ln(x) + 1}$

3) $ED(f') = \mathbb{R}_+^*$