Chapitre 1 : Analyse combinatoire

Série A | Série B

Exercice 1. (méth.dén. : 1+1=2 pts)

ordre : oui répétition : non nb. places < nb. élèves

$$\Rightarrow \text{arrangement simple}$$

Série A	Série B
Choisir 6 élèves parmi 20 et les disposer :	Choisir 6 élèves parmi 19 et les disposer :
$A_6^{20} = 27'907'200$ dispositions différentes.	$A_6^{19} = 19'535'040$ dispositions différentes.

Exercice 2. (méth.dén. : 1+1.5+1.5+2=6 pts)

ordre : non répétition : non nb. cartes choisies < 36 cartes

$$\Rightarrow \text{combinaison simple}$$

	Série A	Série B
a)	Choisir 2 "rois" parmi 4, une "dame" parmi 4 et une 4ème carte ni "roi" ni "dame" : $C_2^4 \cdot C_1^4 \cdot C_1^{28} = 672$ mains différentes.	Choisir un "valet" parmi 4, 2 "dames" parmi 4 et une 4ème carte ni "valet" ni "dame" : $C_1^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^{28} = 672$ mains différentes.
b)	Choisir une "famille" parmi 4 et choisir 4 cartes de la même "famille" : $C_1^4 \cdot C_4^9 = 504$ mains différentes.	Choisir une "famille" parmi 4 et choisir 4 cartes de la même "famille" : $C_1^4 \cdot C_4^9 = 504$ mains différentes.
c)	Obtenir aucun "as" : choisir 4 cartes parmi 32 : C_4^{32} $\Rightarrow C_4^{36} - C_4^{32} =$ $= C_1^4 \cdot C_3^{32} + C_2^4 \cdot C_2^{32} + C_3^4 \cdot C_1^{32} + C_4^4 =$ $=$ 22'945 mains différentes.	Obtenir aucun "roi" : choisir 4 cartes parmi 32 : C_4^{32} $\Rightarrow C_4^{36} - C_4^{32} =$ $= C_1^4 \cdot C_3^{32} + C_2^4 \cdot C_2^{32} + C_3^4 \cdot C_1^{32} + C_4^4 =$ $=$ 22'945 mains différentes.

Exercice 3. (méth.dén. : 1+1.5+2.5=5 pts)

ordre : oui répétition : oui nb. lettres ou chiffres choisis < 4 lettres ou 8 chiffres

$\Rightarrow$ arrangement avec répétition

a) Choisir 2 lettres parmi 4 et 4 chif. parmi 8 :	Choisir 2 lettres parmi 4 et 4 chif. parmi 8 :
$\overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^8 = 65'536$ codes différents.	$\overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^8 = 65'536$ codes différents.
b) Obtenir un code sans le chiffre 4 :	Obtenir un code sans le chiffre 8 :
$\overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^7 = 38'416$ codes	$\overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^7 = 38'416$ codes
$\Rightarrow \overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^8 - \overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^7 = 27'120$ codes différents.	$\Rightarrow \overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^8 - \overline{A}_2^4 \cdot \overline{A}_4^7 = 27'120$ codes différents.

Exercice 4. (méth.dén. : 1+1+2=4 pts)

ordre : oui répétition : non nb. places = 7 personnes

$\Rightarrow$ permutation simple

a) On fixe une personne et on permute les 6 autres : $P_6 = 720$ manières différentes.	On fixe une personne et on permute les 6 autres : $P_6 = 720$ manières différentes.
b) On fixe deux hommes et on permute les 2 autres puis les 3 femmes :	On fixe deux femmes et on permute les 2 autres puis les 3 hommes :
$A_2^4 \cdot P_2 \cdot P_3 = 144$ manières différentes.	$\mathrm{A}_2^4 \cdot P_2 \cdot P_3 = 144$ manières différentes.

Exercice 5. (3 pts)

• ordre : oui répétition : non nb. chiffres choisis < 4 chiffres pairs ou 5 chiffres impairs

$\Rightarrow$ arrangement simple

Choisir 2 chiffres pairs parmi 4 : $A_2^4 = 12$ poss.	Choisir 2 chiffres impairs parmi 5 : $A_2^5 = 20$ poss.

• ordre : oui répétition : oui nb. jetons choisis = 5 jetons

$\Rightarrow$ permutation avec répétition

Permuter 5 jetons avec 2x "1" : $\overline{P}_5(2) = 60$ poss.	Permuter 5 jetons avec 2x "2" : $\overline{P}_5(2) = 60$ poss.
• $\Rightarrow A_2^4 \cdot \overline{P}_5(2) = 720$ nb. diff.	$\Rightarrow A_2^5 \cdot \overline{P}_5(2) = 1200$ nb. diff.
