Gymnase de Burier

EXAMEN ÉCRIT DE L'ÉCOLE DE MATURITÉ, JUIN 2023

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
Niveau renforcé

CORRIGÉ

Problème 1 (21 points)

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 7}{x+1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{ED}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}}$

b) zéros de f : $x^2 - 8x + 7 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-7)(x-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$ ou $x = 1$

$(\Delta = 64 - 28 = 36 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{8 \pm 6}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 7$ ou $x = 1)$

$\Rightarrow \quad f(x) = \dfrac{(x-7)(x-1)}{x+1}$

x	$-\infty$		-1		1		7		$+\infty$
$x-7$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

c) Asymptote verticale :

$$\lim_{x\to -1} f(x) \overbrace{=}^{\text{"}\frac{16}{0}\text{"}} \pm\infty \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\text{AV : } x=-1}$$

Asymptote oblique $\big($car deg(numérateur) = deg(dénominateur)+1$\big)$:

<u>1re méthode</u> : schéma de Horner

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -8 & 7 \\ -1 & & -1 & 9 \\ \hline & 1 & -9 & \boxed{16} \end{array}$$

<u>2e méthode</u> : division euclidienne

$$\begin{array}{r|l} x^2-8x+7 & x+1 \\ \cline{2-2} -x^2\ \ -x & x-9 \\ \cline{1-1} -9x+7 & \\ 9x+9 & \\ \cline{1-1} 16 & \end{array} \qquad \Rightarrow \qquad x^2-8x+7=(x+1)(x-9)+16$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{AO : } y=x-9}$

d) $f'(x) = \dfrac{(2x-8)(x+1)-(x^2-8x+7)\cdot 1}{(x+1)^2} = \dfrac{2x^2-6x-8-x^2+8x-7}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2+2x-15}{(x+1)^2}$

zéros de f' : $x^2+2x-15=(x-3)(x+5)=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$ ou $x=-5$

$\left(\Delta = 4+60=64 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{-2\pm 8}{2} \quad \Rightarrow \quad x=3 \text{ ou } x=-5\right)$

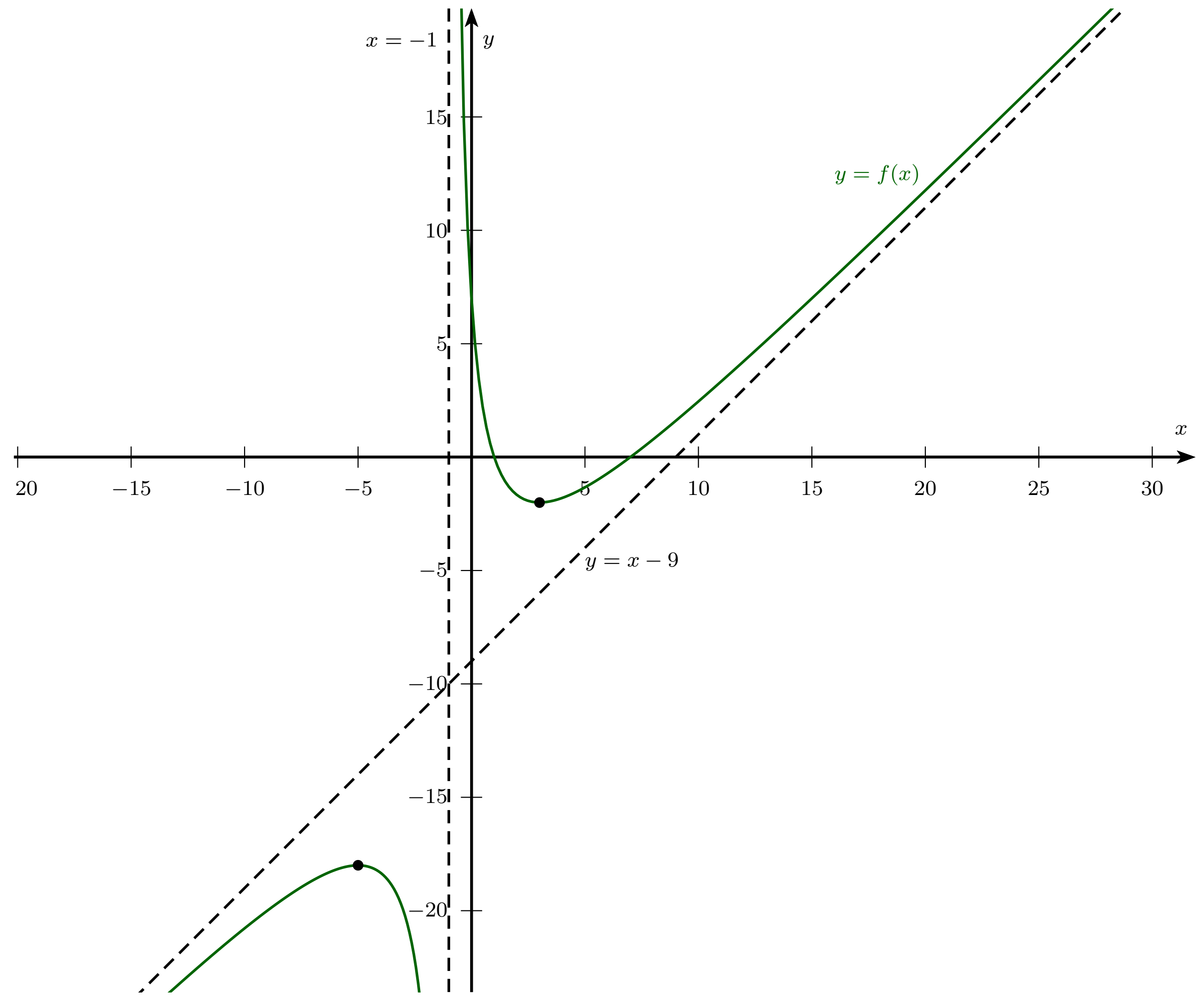
$\Rightarrow \quad f'(x)=\dfrac{(x-3)(x+5)}{(x+1)^2}$

x	$-\infty$		-5		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-18	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$f(-5)=-18$ et $f(3)=-2$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{maximum : } (-5;-18) \text{ et minimum : } (3;-2)}$

e)



Problème 2 (18 points)

a) L'équation de la sphère Σ s'écrit aussi :

$$(x+3)^3 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = \underbrace{9+36+4+16}_{65}$$

d'où le centre $\boxed{C(-3;6;-2)}$ et le rayon $\boxed{R=\sqrt{65}}$.

b) Le centre M du cercle se trouve sur la perpendiculaire au plan α passant par le centre C de la sphère. On détermine une équation paramétrique de cette droite :

$$\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \qquad k \in \mathbb{R}}$$

Puis l'intersection de cette droite avec le plan α :

$$\begin{cases} x = -3 + 4\,k \\ y = 6 + k \\ z = -2 + 7\,k \\ 4\,x + y + 7\,z - 13 = 0 \end{cases}$$

On résout ce système en substituant d'abord x, y et z dans la dernière équation :

$$4\,(-3+4\,k) + (6+k) + 7\,(-2+7\,k) - 13 = 0$$

$$-12 + 16\,k + 6 + k - 14 + 49\,k - 13 = 0$$

$$66\,k - 33 = 0$$

$$k = \frac{1}{2}$$

puis en substituant la valeur obtenue pour k dans les trois premières :

$$\begin{cases} x = -3 + 2 \\ y = 6 + \frac{1}{2} \\ z = -2 + \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{13}{2} \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}$$

d'où le centre du cercle $\boxed{M(-1;\frac{13}{2};\frac{3}{2})}$.

Ensuite on calcule la distance entre les centres

$$\overrightarrow{CM} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix} \qquad ||\overrightarrow{CM}|| = \sqrt{4 + \frac{1}{4} + \frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{66}}{2}$$

et on en déduit le rayon du cercle en appliquant le théorème de Pythagore

$$r = \sqrt{R^2 - ||\overrightarrow{CM}||^2} = \sqrt{65 - \frac{66}{4}} \qquad \boxed{r = \frac{\sqrt{194}}{2}}$$

Attention ! L'équation obtenue en égalant les membres de gauche du système caractérisant γ :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6\,x - 12\,y + 4\,z - 16 = 4\,x + y + 7\,z - 13$$

ou en effectuant dans ce système la combinaison linéaire $L_1 - L_2$:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2\,x - 13\,y - 3\,y - 3 = 0$$

est l'équation de l'une des nombreuses autres sphères qui coupent le plan α selon le cercle γ.
Par un malencontreux hasard, il se trouve que cette sphère et justement celle admettant γ comme grand cercle donc son centre et son rayon sont ceux de γ. Mais cette coïncidence ne constitue en aucun cas une méthode de résolution du problème.

c) A est un point de la sphère Σ car $(3+3)^2 + (1-6)^2 + (0+2)^2 = 36 + 25 + 4 = 65$

A est un point du plan α car $3 \cdot 4 + 1 + 7 \cdot 0 - 13 = 12 + 1 - 13 = 0$

donc A est un point du cercle.

d) En trouvant les coordonnées du centre Q de Γ par intersection de la droite (CM) avec le plan médiateur β du segment AP. Ce plan β est perpendiculaire au segment et passe par son milieu $N(3; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$:

$$\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \beta : \boxed{-y + z = 4}$$

L'intersection avec la droite (CM) calculée au point b) donne le centre Q de la sphère recherchée :

$$\begin{cases} x = -3 + 4\,k \\ y = 6 + k \\ z = -2 + 7\,k \\ -y + z = 4 \end{cases}$$

On résout le système en substituant d'abord x, y et z dans la dernière équation :

$$-6 - k - 2 + 7\,k = 4 \Leftrightarrow 6\,k = 12 \Leftrightarrow k = 2$$

puis en substituant la valeur obtenue pour k dans les trois premières

$$\begin{cases} x = -3 + 8 \\ y = 6 + 2 \\ z = -2 + 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \\ z = 12 \end{cases}$$

d'où le centre $\boxed{Q(5, 8; 12)}$ de la sphère Γ. Ensuite, on détermine le rayon de la sphère Γ en calculant la distance de Q à A ou celle de Q à P :

$$||\overrightarrow{QP}|| = \begin{pmatrix} -2 \\ -12 \\ -7 \end{pmatrix} \qquad ||\overrightarrow{QP}|| = \sqrt{4 + 144 + 49} = \boxed{\sqrt{197}}$$

Enfin, on peut donner l'équation de la sphère :

$$\boxed{\Gamma : (x-5)^2 + (y-8)^2 + (z-12)^2 = 197}$$

<u>1re variante</u> : Le centre Q de la sphère recherchée Γ se situe sur la droite (CM) dont l'équation a été donnée au point b) donc

$$Q(-3+4\,k; 6+k; -2+7\,k)$$

La distance de Q à M est

$$||\overrightarrow{QM}|| = \sqrt{(2-4\,k)^2 + (\frac{1}{2}-k)^2 + (\frac{7}{2}-7\,k)^2} = \sqrt{66\,k^2 - 66\,k + \frac{66}{4}}$$

donc le rayon de la sphère recherchée Γ est donné par le théorème de Pythagore :

$$\sqrt{||\overrightarrow{QM}||^2 + r^2} = \sqrt{66\,k^2 - 66\,k + \frac{66}{4} + \frac{194}{4}} = \sqrt{66\,k^2 - 66\,k + 65}$$

Nous pouvons donc donner une équation de la sphère Γ :

$$(x+3-4\,k)^2 + (y-6-k)^2 + (z+2-7\,k)^2 = 66\,k^2 - 66\,k + 65$$

Comme la sphère Γ passe par P, on a

$$(6-4\,k)^2 + (-10-k)^2 + (7-7\,k)^2 = 66\,k^2 - 66\,k + 65$$

$$-126\,k + 185 = -66\,k + 65$$
$$k = 2$$

Finalement

$$\Gamma : (x-5)^2 + (y-8)^2 + (z-12)^2 = 197$$

<u>2e variante</u> : Le centre Q de la sphère recherchée Γ se situe sur la droite (CM) dont l'équation a été donnée au point b) donc

$$Q(-3+4\,k; 6+k; -2+7\,k)$$

La distance de Q à M est

$$||\overrightarrow{QM}|| = \sqrt{(2-4\,k)^2 + (\frac{1}{2}-k)^2 + (\frac{7}{2}-7\,k)^2} = \sqrt{66\,k^2 - 66\,k + \frac{66}{4}}$$

La distance de Q à P est

$$||\overrightarrow{QP}|| = \sqrt{(6-4\,k)^2 + (-10-k)^2 + (7-7\,k)^2} = \sqrt{66\,k^2 - 126\,k + 185}$$

Le théorème de Pythagore donne la condition qui permet de déterminer k :

$$||\overrightarrow{QP}||^2 = ||\overrightarrow{QM}||^2 + r^2$$

$$66\,k^2 - 126\,k + 185 = 66\,k^2 - 66\,k + \frac{66}{4} + \frac{194}{4}$$
$$0 = 60\,k - 120$$

$$k = 2$$

Finalement

$$\Gamma : (x-5)^2 + (y-8)^2 + (z-12)^2 = 197$$

<u>3e variante</u> : Le centre Q de la sphère recherchée Γ se situe sur la droite (CM) dont l'équation a été donnée au point b) donc

$$Q(-3+4\,k; 6+k; -2+7\,k)$$

La distance de Q au plan α est

$$\delta(Q;\alpha) = \frac{|-12+16\,k+6+k-14+49\,k-13|}{\sqrt{16+1+49}} = \frac{33\,|2\,k-1|}{\sqrt{66}}$$

La distance de Q à P est

$$||\overrightarrow{QP}|| = \sqrt{(6-4\,k)^2 + (-10-k)^2 + (7-7\,k)^2} = \sqrt{66\,k^2 - 126\,k + 185}$$

Le théorème de Pythagore donne la condition qui permet de déterminer k :

$$||\overrightarrow{QP}||^2 = \delta(Q,\alpha)^2 + r^2$$

$$66\,k^2 - 126\,k + 185 = \frac{33^2\,(4\,k^2 - 4\,k + 1)}{66} + \frac{194}{4}$$

$$0 = 60\,k - 120$$

$$k = 2$$

Finalement

$$\Gamma : (x-5)^2 + (y-8)^2 + (z-12)^2 = 197$$

<u>4e variante</u> : Dans le système d'équations qui détermine le cercle γ, la combinaison linéaire $L_1 + k \cdot L_2$ donne la famille de toutes les sphères qui contiennent le cercle γ :

$$x^2 + y^2 + z^2 + (6+4\,k)\,x + (-12+k)\,y + (4+7\,k)\,z - 16 - 13\,k = 0$$

L'unique sphère passant par P vérifie

$$9 + 16 + 25 + 18 + 12\,k + 48 - 4\,k + 20 + 35\,k - 16 - 13\,k = 0$$

$$120 + 30\,k = 0$$

$$k = -4$$

donc

$$\boxed{\Gamma : x^2 + y^2 + z^2 - 10\,x - 16\,y - 24\,z + 36 = 0}$$

Problème 3 (10 points)

a) $f(0) = 0 + 1'500 = 1'500 \quad \Rightarrow \boxed{1'500 \text{ litres}}$

b) $\mathrm{ED}(f) = [0; 30]$ (action pendant 1 mois)

$f'(x) = 120x \cdot e^{-0,25x} + 60x^2 \cdot (-0,25) \cdot e^{-0,25x} = (120x - 15x^2) \cdot e^{-0,25x}$

zéros de f' : $120x - 15x^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 15x(8-x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$ ou $x = 8$

$(\Delta = 14'400 - 0 = 14'400 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{-120 \pm 120}{-30} \quad \Rightarrow \quad x = 0$ ou $x = 8)$

$\Rightarrow \quad f'(x) = 15x(8-x) \cdot e^{-0,25x}$

x	$-\infty$		0		8		30		$+\infty$
$15x$			0	$+$		$+$			
$8-x$				$+$	0	$-$			
$e^{-0,25x}$				$+$		$+$			
$f'(x)$			0	$+$	0	$-$			
$f(x)$			$1'500$	$\nearrow$	$\sim 2'019.69$	$\searrow$	$\sim 1'529.87$		

$\Rightarrow$ maximum : $(8; f(8)) \quad \Rightarrow \boxed{\text{il faut attendre 8 jours}}$

c) $f(8) \simeq \boxed{2'019.69 \text{ litres}}$

Problème 4 (9 points)

a) On recherche une primitive en intégrant par parties

$$\int f'(x)\,g(x)\,dx = f(x)\,g(x) - \int f(x)\,g'(x)\,dx$$

Pour ce faire posons $g(x) = x$ et $f'(x) = \cos(\frac{x}{2})$.
On a alors $g'(x) = 1$ et $f(x) = 2\,\sin(\frac{x}{2})$. Ainsi

$$\int x\cdot\cos\left(\frac{x}{2}\right)\,dx = 2\,x\,\sin(\frac{x}{2}) - \int 2\,\sin(\frac{x}{2})\,dx = 2\,x\,\sin(\frac{x}{2}) + 4\,\cos\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

On a donc une primitive $\boxed{F(x) = 2\,x\,\sin(\frac{x}{2}) + 4\,\cos\left(\frac{x}{2}\right)}$.

b) L'aire géométrique du domaine D est constituée de deux parties : la première, comprise entre les verticales $x = 0$ et $x = \pi$, se situe au-dessus de l'axe Ox et la seconde, comprise entre les verticales $x = \pi$ et $x = 3\,\pi$, se situe au-dessous. Ainsi

$$\begin{aligned}
\text{aire}(D) &= \int_0^{\pi} x\cdot\cos\left(\frac{x}{2}\right)\,dx + \int_{\pi}^{3\,\pi} -x\cdot\cos\left(\frac{x}{2}\right)\,dx \\
&= \left(2\,x\,\sin(\frac{x}{2}) + 4\,\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)\Big|_0^{\pi} + \left(-2\,x\,\sin(\frac{x}{2}) - 4\,\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)\Big|_{\pi}^{3\,\pi} \\
&= 2\,\pi\,\underbrace{\sin(\frac{\pi}{2})}_{=1} + 4\,\underbrace{\cos(\frac{\pi}{2})}_{=0} - 4\,\underbrace{\cos(0)}_{=1} + \Big(-6\,\pi\,\underbrace{\sin(\frac{3\,\pi}{2})}_{=-1} - 4\,\underbrace{\cos(\frac{3\,\pi}{2})}_{=0} + 2\,\pi\,\underbrace{\sin(\frac{\pi}{2})}_{=1} + 4\,\underbrace{\cos(\frac{\pi}{2})}_{=0}\Big) \\
&= 2\,\pi - 4 + 6\,\pi + 2\,\pi = \boxed{10\,\pi - 4}
\end{aligned}$$

Problème 5 (7 points)

$\text{ED}(f) = \mathbb{R}^*$ et zéro de f : $x = 1$

$$\begin{aligned}
V &= \pi\int_1^2 f^2(x)\,\mathrm{d}x = \pi\int_1^2 \frac{(1-x)^2}{x^2}\,\mathrm{d}x = \pi\int_1^2 \frac{1-2\,x+x^2}{x^2}\,\mathrm{d}x \\
&= \pi\int_1^2\left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1\right)\,\mathrm{d}x = \pi\left[-\frac{1}{x} - 2\ln|x| + x\right]_1^2 \\
&= \pi\left[-\frac{1}{2} - 2\ln(2) + 2 - \left(-1 - 2\underbrace{\ln(1)}_{0} + 1\right)\right] = \boxed{\pi\left[\frac{3}{2} - 2\ln(2)\right]} \\
&= \boxed{\pi\left[\frac{3}{2} - \ln(4)\right]} = \boxed{\pi\left[\frac{3-2\ln(4)}{2}\right]} = \boxed{\frac{\pi\,(3-\ln(16))}{2}\ \mathrm{u}^3}
\end{aligned}$$

Problème 6 (17 points)

Partie 1

On calcule le déterminant de H :

$$\det(H) = \begin{vmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 5/3 & 2/3 \\ 2 & 2 & k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 6 & k+4 \end{vmatrix} = \frac{1}{3}(3\,k + 12 - 12) = k$$

L'endomorphisme est surjectif si et seulement si $k \neq 0$.

Partie 2

a) On effectue le produit :

$$H \cdot u = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 5/3 & 2/3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/6 \\ -5/6 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

Donc $h(u) = (-1/6; -5/6; -1/2)$.

b) Vu que $k = 3 \neq 0$, l'endomorphisme h est surjectif. La base canonique de $\mathbb{R}^3$ est une base de l'image de h. On peut également échelonner la matrice, ce qui donne

$$\begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ 0 & 1 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On voit bien que toute base de $\mathbb{R}^3$ fait l'affaire.

c) On calcule pour commencer $p(x)$, le polynôme caractéristique :

$$\begin{aligned} p(x) &= \begin{vmatrix} 1/3-x & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 5/3-x & 2/3 \\ 2 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/3-x & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 5/3-x & 2/3 \\ 0 & 3x-3 & 1-x \end{vmatrix} \\ &= (1/3-x)\,(1-x)\,(11/3-x) - 2/3 \cdot (1-x) \cdot (-8/3) \\ &= (1-x)\,\big[(1/3-x)\,(11/3-x) + 16/9\big] \\ &= (1-x)\,(x^2 - 4\,x + 3) = (1-x)\,(x-1)\,(x-3) \end{aligned}$$

Il est immédiat que $p(x)$ admet $x = 1$ et $x = 3$ comme zéros, de multiplicité 2 et 1, respectivement. On doit trouver les deux espaces propres associés aux valeurs propres 1 et 3. Traitons, pour commencer, le cas $x = 1$. On doit échelonner la matrice

$$\begin{pmatrix} 1/3-1 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 5/3-1 & 2/3 \\ 2 & 2 & 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/3 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Cela nous donne

$$\begin{pmatrix} -2/3 & -2/3 & -2/3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le noyau de cette matrice est de dimension 2, c'est le plan d'équation $x+y+z=0$, dont une base est donnée par les vecteurs $(-1;1;0)$ et $(-1;0;1)$.

Traitons maintenant le cas $x = 3$: Moyennant quelques opérations élémentaires sur les lignes, la matrice

$$\begin{pmatrix} 1/3-3 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & 5/3-3 & 2/3 \\ 2 & 2 & 3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8/3 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & -4/3 & 2/3 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

est équivalente à la matrice

$$\begin{pmatrix} -8/3 & -2/3 & -2/3 \\ 0 & 4 & -4/3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le noyau est de dimension 1 ; c'est une droite, définie par l'intersection des plans d'équation $4\,x + y + z = 0$ et $3\,y - z = 0$. Un vecteur directeur de cette droite est, par exemple, $(-1; 1; 3)$.

On a donc trouvé une base dans laquelle la matrice de h est diagonale :

$$\big((-1;1;0),(-1;0;1),(-1;1;3)\big)$$

Problème 7 (16 points)

a)

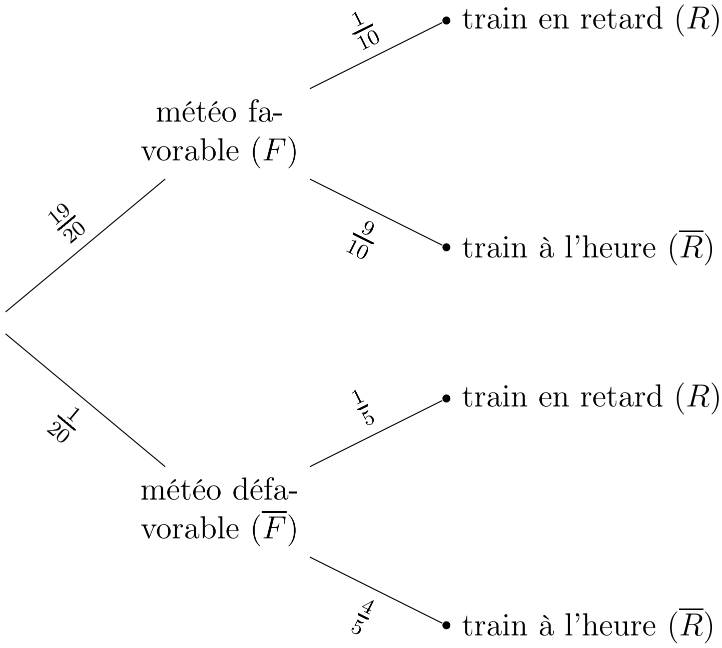
1) $\overline{A}_5^2 = 2^5 = \boxed{32 \text{ trains}}$

2) $C_1^2 \cdot C_1^4 = 2 \cdot 4 = \boxed{8 \text{ trains}}$

3) aucun wagon de première classe : $C_1^2 \cdot 1 = 2 \quad \Rightarrow \quad 32 - 2 = \boxed{30 \text{ trains}}$

b)

1)



2) $P(\overline{R}) = \dfrac{19}{20} \cdot \dfrac{9}{10} + \dfrac{1}{20} \cdot \dfrac{4}{5} = \dfrac{171}{200} + \dfrac{1}{25} = \dfrac{179}{200} = \boxed{89.5\ \%}$

3) $P(\overline{F}|R) = \dfrac{P(\overline{F} \cap R)}{P(R)} = \dfrac{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{5}}{1 - \frac{179}{200}} = \dfrac{\frac{1}{100}}{\frac{21}{200}} = \dfrac{2}{21} \simeq \boxed{9.52\ \%}$

4) aucun train en retard : $0.895^8 \simeq 41.17\%$

exactement 1 train en retard : $C_1^8 \cdot 0.105 \cdot 0.895^7 \simeq 38.64\,\%$

$\Rightarrow \quad 41.17\,\% + 38.64\,\% \simeq \boxed{79.81\ \%}$

Répartition des points

Problème 1 analyse	points
a)	1
b)	3
c)	5 2 AV 3 AO
d)	9 3 dérivée 2 zéros de f' 2 croissance de f 2 extrema
e)	3
Total	**21 points**

Problème 2 géométrie	points
a)	2
b)	7 2 droite (CM) 2 coord. M 3 rayon
c)	2
d)	7 3 plan méd. 2 coord. centre 2 rayon + éq.
Total	**18 points**

Problème 3 optimisation	points
a)	1
b)	8 3 dérivée 2 zéros de f' 2 croissance de f 1 abs. du max
c)	1
Total	**10 points**

Problème 4 analyse (aire)	points
a)	5
b)	4
Total	**9 points**

Problème 5 analyse (vol.)	points
f^2	2
intégrale	5
Total	**7 points**

Problème 6 alg. lin.	points
Partie 1	4
Partie 2 a)	1
Partie 2 b)	2
Partie 2 c)	10
Total	**17 points**

Problème 7 comb. et prob.	points
a) 1)	2
a) 2)	2
a) 3)	2
b) 1)	2
b) 2)	2
b) 3)	3
b) 4)	3
Total	**16 points**

Total : 98 points

$\boxed{\text{Calcul de la note pour } n \text{ points : } \frac{n}{98} \cdot 5 + 1}$