

5.5 Etude d'une fonction rationnelle

Plan d'étude d'une fonction rationnelle

- 1) Recherche de $ED(f)$.
- 2) Signe et zéros de f .
- 3) Recherche des asymptotes éventuelles de f .
(Si demandé, position relative entre la courbe et ses asymptotes.)
- 4) Dérivée première de f , $ED(f')$. Signe et zéros de f' ; croissance de f .
- 5) Graphe de f .

Exemple 5.5.

Soit la fonction f donnée par $f(x) = \frac{x-3}{(x-2)^2}$.

1) $ED = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

2) $f(x) = 0 \iff \frac{x-3}{(x-2)^2} = 0 \Rightarrow Z_f = \{3\}$

x	2	3
$\text{sgn}(f)$	- -	0 +

3) $\underline{AV} : \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{"}\frac{-1}{0_+}\text{"} = -\infty \Rightarrow AV : x = 2$

$\underline{AH} : \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow AH : y = 0$

4) • Dérivée : $f'(x) = \frac{1 \cdot (x-2)^2 - (x-3) \cdot 2(x-2) \cdot 1}{(x-2)^4} = \frac{(x-2)[(x-2) - 2(x-3)]}{(x-2)^4} =$

$= \frac{x-2-2x+6}{(x-2)^3} = \frac{-x+4}{(x-2)^3} \Rightarrow Z_{f'} = \{4\}$

- Tableau de croissance (ou de variation) :

x	2	4
$\text{sgn}(f')$	- +	0 -
variation de f	$\searrow$ $\nearrow$	max $\searrow$

- Extremum : $f(4) = 1/4 \Rightarrow \text{maximum } (4 ; 1/4)$

5) Graphe (sur page 123) :

