Analyse - §1 : premières notions

Série A

Exercice 1. (3 pts)

$$f(x)=\sqrt{\frac{(x-4)(x+3)}{x-2}}$$

• $ED(f): \dfrac{(x-4)(x+3)}{x-2} \geq 0$

x		-3		2		4	
$x-4$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\text{sgn}\frac{(x-4)(x+3)}{x-2}$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$

$\Rightarrow ED(f) = [\,-3\,;2\,[\,\cup\,[\,4\,;+\infty\,[$

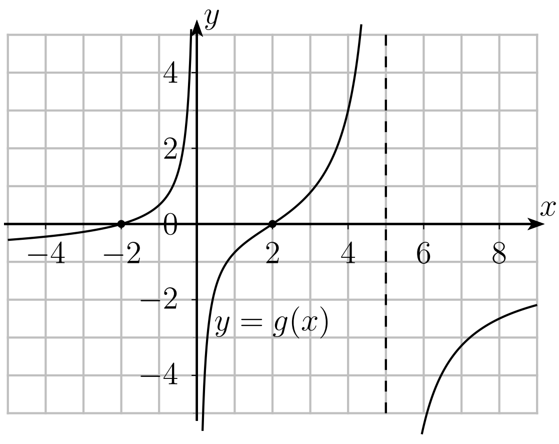
• $Z_f = \{\,-3\,;4\,\}$

Exercice 2. (6 pts)

$$g(x)=\frac{(x+2)(x-2)}{x(5-x)} \Rightarrow ED(g)=\mathbb{R}\setminus\{\,0\,;5\,\}$$

• $Z_g = \{\,-2\,;2\,\}$

x		-2		0		2		5	
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$5-x$	$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$
$\text{sgn}(g)$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$



Série B

Exercice 1. (3 pts)

$$f(x)=\sqrt{\frac{(x+4)(x-3)}{x+2}}$$

• $ED(f): \dfrac{(x+4)(x-3)}{x+2} \geq 0$

x		-4		-2		3	
$x+4$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$\text{sgn}\frac{(x+4)(x-3)}{x+2}$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$

$\Rightarrow ED(f) = [\,-4\,;-2\,[\,\cup\,[\,3\,;+\infty\,[$

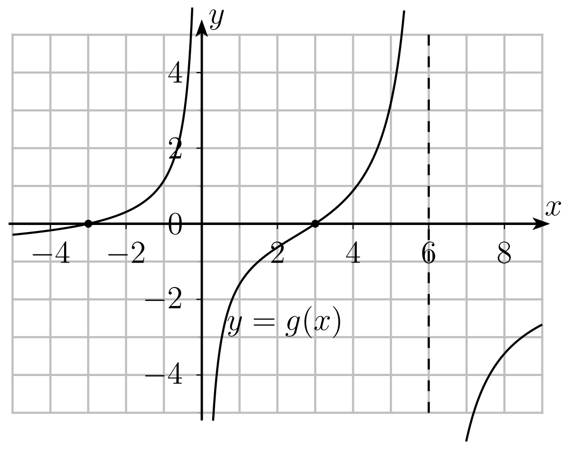
• $Z_f = \{\,-4\,;3\,\}$

Exercice 2. (6 pts)

$$g(x)=\frac{(x+3)(x-3)}{x(6-x)} \Rightarrow ED(g)=\mathbb{R}\setminus\{\,0\,;6\,\}$$

• $Z_g = \{\,-3\,;3\,\}$

x		-3		0		3		6	
$x+3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$6-x$	$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$
$\text{sgn}(g)$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$



Exercice 3. (2+2=4 pts)

a) $h(-x) = (-x) \cdot \sin(-x) =$
$= (-x) \cdot [-\sin(x)] = x\sin(x) = h(x)$
$\Rightarrow h$ est paire.

b) $i(-x) = \dfrac{(-x)^4 - (-x)^2}{(-x)^3} = \dfrac{x^4 - x^2}{-x^3} =$
$= -\dfrac{x^4 - x^2}{x^3} = -i(x) \Rightarrow i$ est impaire.

$h(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) =$
$= (-x) \cdot \cos(x) = -x\cos(x) = -h(x)$
$\Rightarrow h$ est impaire.

$i(-x) = \dfrac{(-x)^5 - (-x)}{(-x)^3} = \dfrac{-x^5 + x}{-x^3} =$
$= \dfrac{x^5 - x}{x^3} = i(x) \Rightarrow i$ est paire.

Exercice 4. (2 pts)

minimum local en $x = -3$
maximum local en $x \cong -2.2$
minimum absolu en $x \cong 0.3$
maximum absolu en $x \cong 3.8$
minimum local en $x = 5$

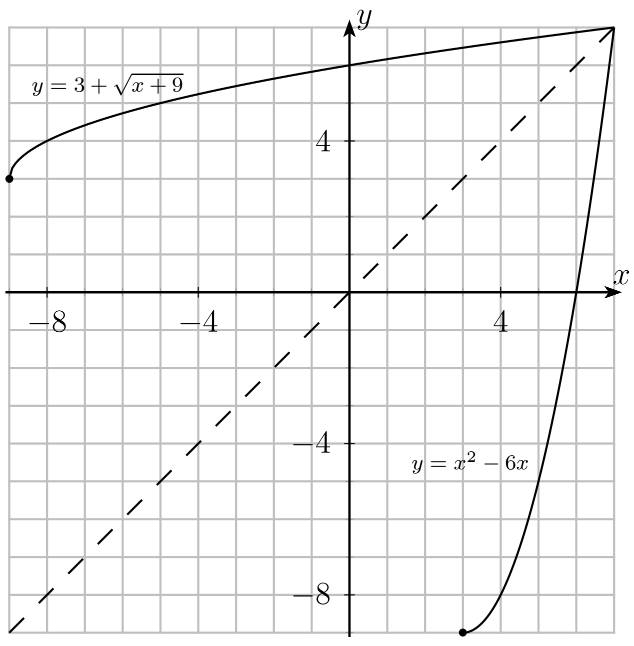
minimum local en $x = -3$
maximum absolu en $x \cong -1.8$
minimum absolu en $x \cong 1.8$
maximum local en $x \cong 4.2$
minimum local en $x = 5$

Exercice 5. (1+2+2=5 pts)

a) $\begin{array}{rccc} k: & [\,3\,;+\infty\,[& \to & [\,-9\,;+\infty\,[\\ & x & \mapsto & x^2 - 6x \end{array}$

b) $\begin{array}{rccc} {}^r k: & [\,-9\,;+\infty\,[& \to & [\,3\,;+\infty\,[\\ & x & \mapsto & 3 + \sqrt{x+9} \end{array}$

c) graphes :



$\begin{array}{rccc} k: & [\,-3\,;+\infty\,[& \to & [\,-9\,;+\infty\,[\\ & x & \mapsto & x^2 + 6x \end{array}$

$\begin{array}{rccc} {}^r k: & [\,-9\,;+\infty\,[& \to & [\,-3\,;+\infty\,[\\ & x & \mapsto & -3 + \sqrt{x+9} \end{array}$

graphes :