3 Puissances

3.1 Puissances à exposants entiers

3.1.1 Puissances à exposants entiers positifs

Modèle 10. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n, m \in \mathbb{N}$

Propriétés	Exemples
a) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^5 = \dots$
b) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^2)^5 = \dots$
c) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $n \geq m$	$\frac{2^7}{2^4} = \dots$
d) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 5)^4 = \dots$
e) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \dots$

3.1.2 Puissances à exposants entiers

Modèle 11. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n \in \mathbb{N}$

Propriétés	Exemples
f) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$3^{-5} = \dots$
g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \dots$

3.2 Puissances à exposants rationnels

Modèle 12. Soit $a, r \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}^*$

Propriété	Exemple
$\sqrt[n]{a} = r \iff r^n = a$	$\sqrt[3]{8} = \dots \iff \dots$

Rappels sur l'extraction de facteurs d'une racine :

- 1) $\sqrt{12} = \dots$
- 2) $\sqrt{45} = \dots$
- 3) $\sqrt{50} = \dots$
- 4) $\sqrt[3]{64} = \dots$
- 5) $\sqrt[3]{16} = \dots$
- 6) $\sqrt{8} + \sqrt{64} = \dots$

Modèle 13. Soit $a \in \mathbb{R}$; $n, m \in \mathbb{N}^*$

Propriétés	Exemples
Cas général : $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$	$\sqrt[4]{3^8} = \dots$
$m = 1$: $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$	$\sqrt[5]{11} = \dots$

Modèle 14. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n, m \in \mathbb{N}^*$

Propriétés	Exemples
a) $\sqrt[n]{a^n} = a$	$\sqrt[7]{13^7} = \dots$
b) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{8 \cdot 27} = \dots$
c) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt{\frac{4}{25}} = \dots$
d) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$	$(\sqrt{11})^2 = \dots$
e) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \dots$

3.3 Equations à exposants entiers

Modèle 15. Résoudre l'équation suivante :

$$3x^7 = 400$$

3.4 Problèmes

Modèle 16. Résoudre l'exercice 3.20.

Méthode **V/E/R/S** :

- 1) VAR : Définir la variable (souvent x).
- 2) EQ : Etablir une équation.
- 3) RES : Résoudre cette équation.
- 4) SOL : donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $x = \dots$

2) EQ : $\dots$

3) RES : $\dots$

4) SOL : $\dots$