2 Fonctions quadratiques, graphes et optimisation

2.1 Généralités et esquisse du graphe

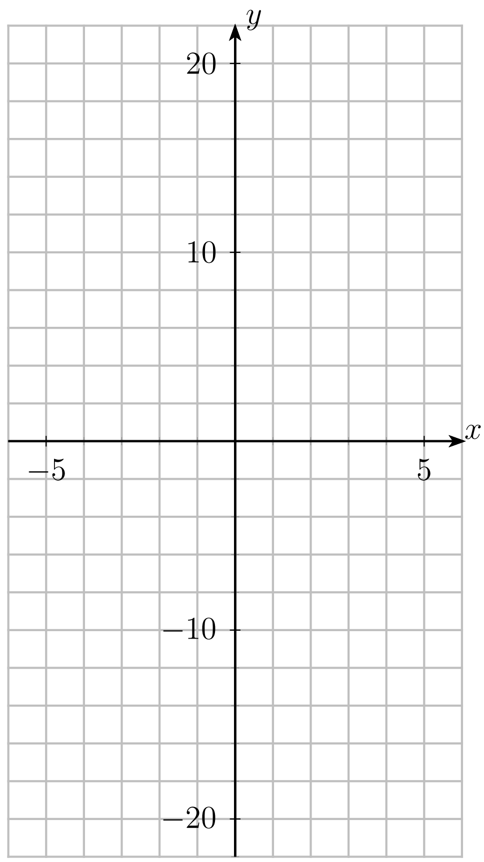
2.1.1 Esquisse du graphe d'une fonction quadratique

Modèle 7. Résoudre l'exercice 2.1 (la fonction f).

• Tableau de valeurs :

x	$f(x) = 2x^2 - 4x - 16$
-5	
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

• Graphe de f :



2.1.2 Caractéristiques de la parabole associée à une fonction quadratique

Modèle 8. Suite de l'exercice 2.1 avec $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$.

$$a = \text{.....}\,;\ b = \text{.....}\,;\ c = \text{.....}$$

Méthode :

1) Déterminer **l'orientation** de la parabole en déterminant le signe de a.
2) Déterminer **les zéros** de f s'ils existent en résolvant $f(x) = 0$.
3) Déterminer **l'ordonnée à l'origine** de f en calculant $f(0) = c$.
4) Déterminer les coordonnées du **sommet** S de la parabole : $S\left(-\dfrac{b}{2a}\,;\,-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

1) Orientation : ...

2) Zéros de f : $Z_f = \{\text{.....}\,;\,\text{.....}\} \Rightarrow Z_1(\text{.....}\,;\,0)\ ;\ Z_2(\text{.....}\,;\,0)$

...

3) Ordonnée à l'origine : $f(0) = \text{.....} \Rightarrow H(0\,;\,\text{.....})$

4) Sommet S : ...

2.2 Problèmes d'optimisation

Modèle 9. Résoudre l'exercice 2.8.

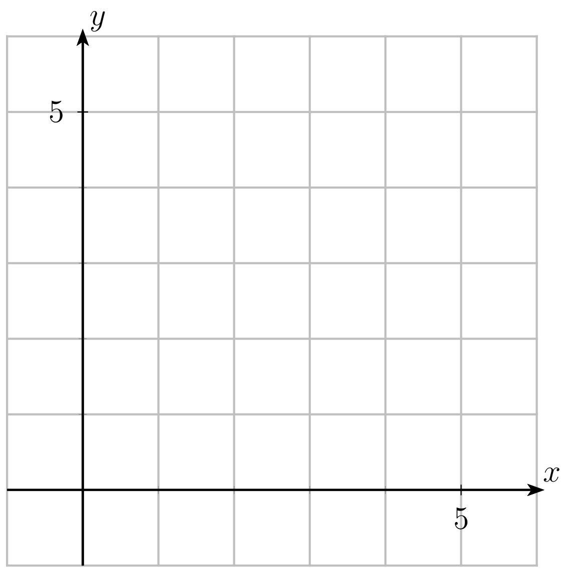
Méthode :

1) Lire attentivement la donnée, esquisser la situation à l'aide d'un schéma et définir les deux variables (souvent x et y).
2) Exprimer la quantité Q à optimiser comme une fonction à deux variables.
3) Etablir une équation liant les deux variables.
4) Transformer Q en une fonction à une seule variable.
5) Esquisser le graphe de Q.
6) Répondre au problème par une phrase.

Remarque : si une variable suffit, les étapes 2 et 3 n'ont pas lieu d'être.

1) Variables : $x = ...$ $y = ...$

2) Fonction pour l'aire : $A(x; y) = ...$
3) Equation pour le périmètre : ...
4) $\Rightarrow A(x) = ...$
5) Graphe de A :



6) ...