

Chapitre 5 : Combinatoire

Série A

Série B

Exercice 1. (méth.dén. : 1+1.5+2.5=5 pts)

ordre : oui répétition : non nb. places 1er rang < 20 élèves

⇒ arrangement simple (sans répétition)

a) Choisir 8 élèves parmi 20 et les disposer :

$$A_8^{20} = 5'079'110'400 \text{ dispositions différentes.}$$

b) Choisir 4 places parmi 8 et choisir 4 élèves parmi 16 :

$$A_4^8 \cdot A_4^{16} = 73'382'400 \text{ dispositions différentes.}$$

Choisir 6 élèves parmi 20 et les disposer :

$$A_6^{20} = 27'907'200 \text{ dispositions différentes.}$$

Choisir 3 places parmi 6 et choisir 3 élèves parmi 17 :

$$A_3^6 \cdot A_3^{17} = 489'600 \text{ dispositions différentes.}$$

Exercice 2. (méth.dén. : 1+1,5+1,5+2=6 pts)

ordre : non répétition : non nb. cartes tirées < 36 cartes

⇒ combinaison simple (sans répétition)

a) Choisir 2 "rois" parmi 4, une "dame" parmi 4 et une 4ème carte ni "roi" ni "dame" :

$$C_2^4 \cdot C_1^4 \cdot C_1^{28} = 672 \text{ mains différentes.}$$

b) Choisir une "famille" parmi 4 et choisir 4 cartes de la même "famille" :

$$C_1^4 \cdot C_4^9 = 504 \text{ mains différentes.}$$

c) Obtenir aucun "as" :

$$\text{choisir 4 cartes parmi 32 : } C_4^{32}$$

$$\Rightarrow C_4^{36} - C_4^{32} =$$

$$= C_1^4 \cdot C_3^{32} + C_2^4 \cdot C_2^{32} + C_3^4 \cdot C_1^{32} + C_4^4 =$$

$$= 22'945 \text{ mains différentes.}$$

Choisir 2 "dames" parmi 4, 2 "valets" parmi 4 et une 5ème carte ni "dame" ni "valet" :

$$C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^{28} = 1'008 \text{ mains différentes.}$$

Choisir une "famille" parmi 4 et choisir 5 cartes de la même "famille" :

$$C_1^4 \cdot C_5^9 = 504 \text{ mains différentes.}$$

Obtenir aucun "roi" :

$$\text{choisir 5 cartes parmi 32 : } C_5^{32}$$

$$\Rightarrow C_5^{36} - C_5^{32} =$$

$$= C_1^4 \cdot C_4^{32} + C_2^4 \cdot C_3^{32} + C_3^4 \cdot C_2^{32} + C_4^4 \cdot C_1^{32} =$$

$$= 175'616 \text{ mains différentes.}$$

Exercice 3. (méth.dén. : 1+2=3 pts)

ordre : oui répétition : oui nb. de jetons tirés = nb. de jetons à disposition

⇒ permutation avec répétition

Permuter 5 jetons avec 2x "2" et 2x "3" :

$$\overline{P}_5(2; 2) = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \text{ nombres différents.}$$

Permuter 6 jetons avec 2x "1" et 3x "2" :

$$\overline{P}_6(2; 3) = \frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60 \text{ nombres différents.}$$

Exercice 4. (méth.dén. : 1+2=3 pts)

ordre : oui répétition : oui nb. de chiffres composés < 6 chiffres

⇒ arrangement avec répétition

Choisir 1 lettre parmi 3 et 3 chiffres parmi 6 :

$$3 \cdot \overline{A}_3^6 = 648 \text{ codes différents.}$$

Choisir 1 lettre parmi 3 et 4 chiffres parmi 6 :

$$3 \cdot \overline{A}_4^6 = 3'888 \text{ codes différents.}$$

Exercice 5. (méth.dén. : 1+1+1=3 pts)

ordre : non répétition : non nb. de points choisis < nb. de points à disposition

⇒ combinaison simple (sans répétition)

a) Choisir 2 points parmi 10 :

$$C_2^{10} = 45 \text{ droites différents.}$$

Choisir 2 points parmi 11 :

$$C_2^{11} = 55 \text{ droites différents.}$$

b) Choisir 3 points parmi 10 :

$$C_3^{10} = 120 \text{ triangles différents.}$$

Choisir 3 points parmi 11 :

$$C_3^{11} = 165 \text{ triangles différents.}$$