

Chapitre 3 : Polynômes et fonctions polynomiales

Série A

Série B

Exercice 1. (1+1.5+1.5=4 pts)

a) $x^2 - 81 = 0$ | $a^2 - b^2 = \dots$

$$\Rightarrow (x+9)(x-9) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-9; 9\}$$

b) $x^2 + x - 2 = 0$ | méthode S-P

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-2; 1\}$$

c) $x^4 - x^2 = 0$ | mee

$$\Rightarrow x^2(x^2 - 1) = 0$$
 | $a^2 - b^2 = \dots$

$$\Rightarrow x^2(x+1)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-1; 0; 1\}$$

$x^2 - 49 = 0$ | $a^2 - b^2 = \dots$

$$\Rightarrow (x+7)(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-7; 7\}$$

$x^2 - x - 2 = 0$ | méthode S-P

$$\Rightarrow (x+1)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-1; 2\}$$

$x^3 - x = 0$ | mee

$$\Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$$
 | $a^2 - b^2 = \dots$

$$\Rightarrow x(x+1)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-1; 0; 1\}$$

Exercice 2. (3 pts)

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 6x^2 + 3x - 5 & x^2 - 2x - 1 \\ -x^3 + 2x^2 + x & x - 4 \\ \hline -4x^2 + 4x - 5 & \\ 4x^2 - 8x - 4 & \\ \hline -4x - 9 & \end{array}$$

E.F. : $P(x) = (x-4)(x^2-2x-1) + (-4x-9)$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 2x - 8 & x^2 - 2x - 1 \\ -x^3 + 2x^2 + x & x - 3 \\ \hline -3x^2 + 3x - 8 & \\ 3x^2 - 6x - 3 & \\ \hline -3x - 11 & \end{array}$$

$P(x) = (x-3)(x^2-2x-1) + (-3x-11)$

Exercice 3. (1.5+2.5=4 pts)

a) $R = P(4) = 64 - 80 + 8 + 8 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow P(x)$ est divisible par $x - 4$.

ou schéma de Horner :

$$4 \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & 2 & 8 \\ & 4 & -4 & -8 \\ \hline & 1 & -1 & -2 \\ & & & 0 \end{array} \right.$$

$$Q(x) = x^2 - x - 2 \quad ; \quad R = 0$$

ou division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 2x + 8 & x - 4 \\ -x^3 + 4x^2 & \\ \hline -x^2 + 2x & \\ x^2 - 4x & \\ \hline -2x + 8 & \\ 2x - 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = (x - 4)(x^2 - x - 2)$$

b) $P(x) = 0$ | factorisation de P

$$\Rightarrow (x - 4)(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-1; 2; 4\}$$

$$R = P(3) = 27 - 18 - 15 + 6 = 0 \Rightarrow$$

 $\Rightarrow P(x)$ est divisible par $x - 3$.

ou schéma de Horner :

$$3 \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -5 & 6 \\ & 3 & 3 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -2 \\ & & & 0 \end{array} \right.$$

$$Q(x) = x^2 + x - 2 \quad ; \quad R = 0$$

ou division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 5x + 6 & x - 3 \\ -x^3 + 3x^2 & \\ \hline x^2 - 5x & \\ -x^2 + 3x & \\ \hline -2x + 6 & \\ 2x - 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x^2 + x - 2)$$

$P(x) = 0$ | factorisation de P

$$\Rightarrow (x - 3)(x^2 + x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-2; 1; 3\}$$

Exercice 4. (2+2+1=5 pts)

a) $x^3 + 3x^2 - x - 3$ | groupements

$$\Rightarrow x^2(x+3) - 1(x+3)$$

$$\Rightarrow (x+3)(x^2-1) \quad | \quad a^2-b^2 = \dots$$

$$\Rightarrow (x+3)(x+1)(x-1)$$

$$\Rightarrow Z_f = \{-3; -1; 1\}$$

ou candidats : $\pm 1; \pm 3$

$$f(1) = 0 \Rightarrow f(x) \text{ est divisible par } x-1$$

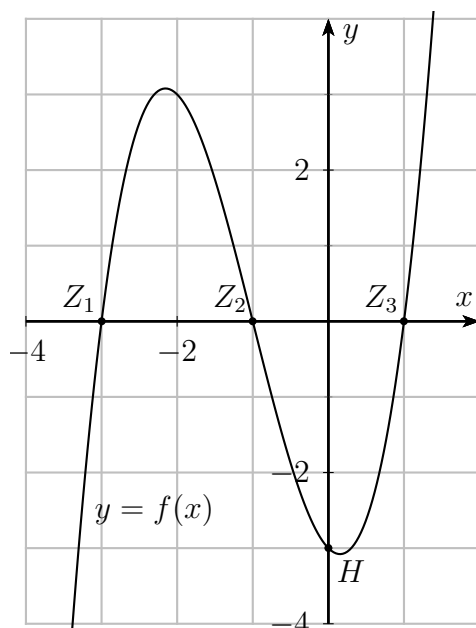
• Horner $\Rightarrow f(x) = (x-1)(x^2 + 4x + 3)$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x+3)(x+1)$$

b)

x	-3	-1	1
$x+3$	-	0	+
$x+1$	-	-	0
$x-1$	-	-	-
$\text{sgn}(f)$	-	0	+

c)



$x^3 + 4x^2 - x - 4$ | groupements

$$\Rightarrow x^2(x+4) - 1(x+4)$$

$$\Rightarrow (x+4)(x^2-1) \quad | \quad a^2-b^2 = \dots$$

$$\Rightarrow (x+4)(x+1)(x-1)$$

$$\Rightarrow Z_f = \{-4; -1; 1\}$$

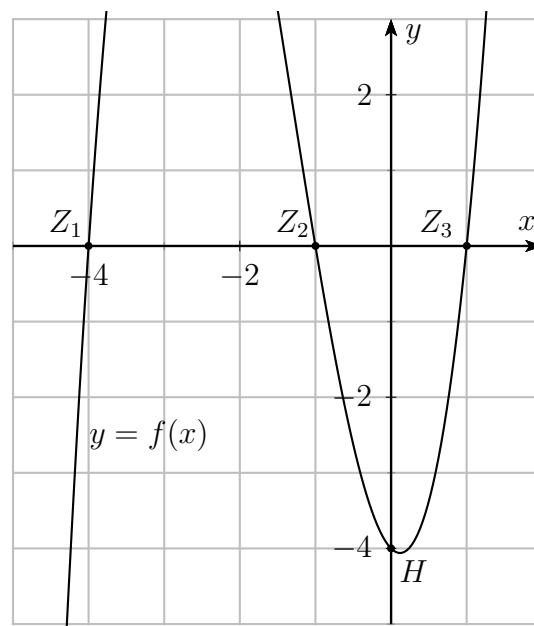
ou candidats : $\pm 1; \pm 2; \pm 4$

$$f(1) = 0 \Rightarrow f(x) \text{ est divisible par } x-1$$

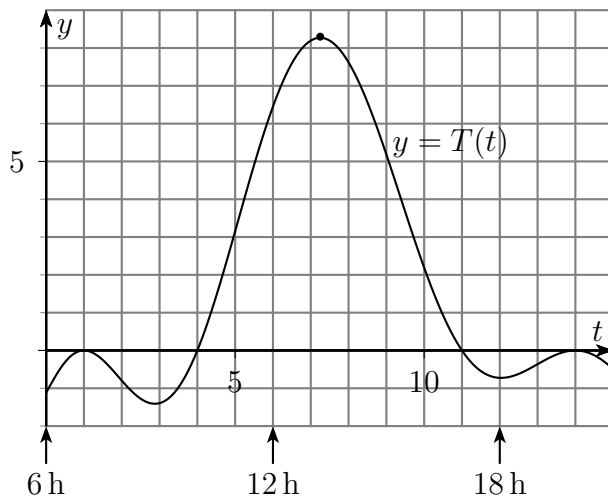
• Horner $\Rightarrow f(x) = (x-1)(x^2 + 5x + 4)$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x+4)(x+1)$$

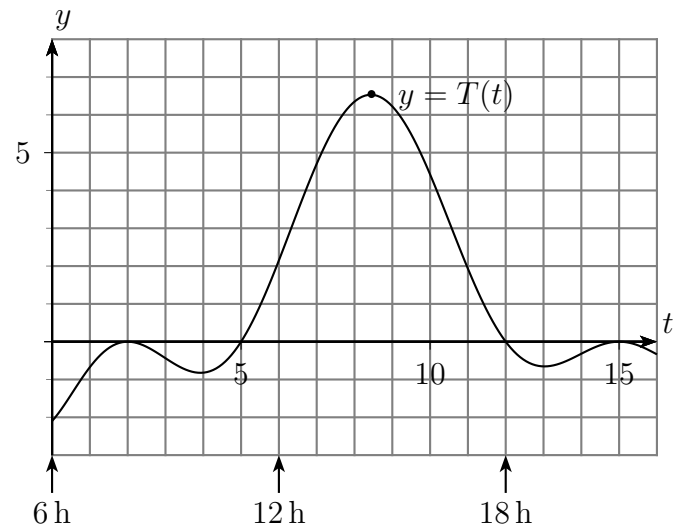
x	-4	-1	1
$x+4$	-	0	+
$x+1$	-	-	0
$x-1$	-	-	-
$\text{sgn}(f)$	-	0	+



Exercice 5. (0.5+1+0.5+2=4 pts)



- a) $T(0) \cong -1$
- b) $Z_T \cong \{1; 4; 11; 14\}$
- c) T prend une valeur maximale pour $t \cong 7.25$ h.
- d) b) Il fait 0°C à 7 h, 10 h, 17 h et 20 h.
- c) La température la plus haute est d'environ 8.3°C vers 13 h 15.



- $T(0) \cong -2$
- $Z_T \cong \{2; 5; 12; 15\}$
- T prend une valeur maximale pour $t \cong 8.5$ h.
- b) Il fait 0°C à 8 h, 11 h, 18 h et 21 h.
- c) La température la plus haute est d'environ 6.5°C vers 14 h 30.