Géométrie vectorielle métrique

Série A	Série B

Exercice 1. (3 pts)

Série A

a) $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{34}\,[\mathrm{u}]$

b) $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{CD} = -30 + 30 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

Série B

$\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{41}\,[\mathrm{u}]$

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{CD} = 40 - 40 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

Exercice 2. (4 pts)

Série A

$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 28 \\ -35 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EG} = \begin{pmatrix} 20 \\ -25 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EG}) = 28 \cdot (-25) - (-35) \cdot 20 = 0$

$\Rightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires

$\Rightarrow$ les points E, F et G sont alignés

Série B

$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 24 \\ -30 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EG} = \begin{pmatrix} 16 \\ -20 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EG}) = 24 \cdot (-20) - (-30) \cdot 16 = 0$

$\Rightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires

$\Rightarrow$ les points E, F et G sont alignés

Exercice 3. (3+2+2=7 pts)

Série A

a) $\|\overrightarrow{HI}\| = \| \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \| = 5\,[\mathrm{u}]$

$\|\overrightarrow{IJ}\| = \| \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \| = 13\,[\mathrm{u}]$

$\|\overrightarrow{HJ}\| = \| \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \| = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}\,[\mathrm{u}]$

$\Rightarrow$ périmètre $\Delta\ HIJ = 18 + 8\sqrt{2}\,[\mathrm{u}]$

b) $\|\vec{v}\| = 1\,[\mathrm{u}]$

$\vec{v} = \dfrac{1}{\|\overrightarrow{HI}\|} \cdot \overrightarrow{HI} = \dfrac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 \\ -4/5 \end{pmatrix}$ ou ...

c) $\sigma(\Delta\ HIJ) = \dfrac{1}{2} \cdot |\det(\overrightarrow{HI}; \overrightarrow{HJ})| =$

$= \dfrac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ -4 & 8 \end{vmatrix} = \dfrac{1}{2} \cdot 56 = 28\,[\mathrm{u}^2]$

Série B

$\|\overrightarrow{HI}\| = \| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \| = 5\,[\mathrm{u}]$

$\|\overrightarrow{IJ}\| = \| \begin{pmatrix} -5 \\ -12 \end{pmatrix} \| = 13\,[\mathrm{u}]$

$\|\overrightarrow{HJ}\| = \| \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \end{pmatrix} \| = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}\,[\mathrm{u}]$

$\Rightarrow$ périmètre $\Delta\ HIJ = 18 + 8\sqrt{2}\,[\mathrm{u}]$

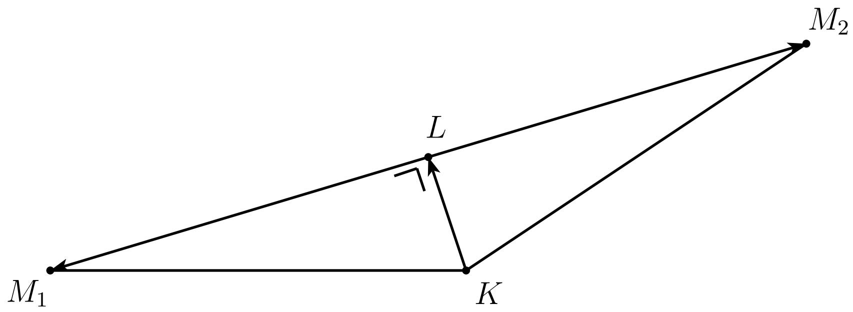
$\|\vec{v}\| = 1\,[\mathrm{u}]$

$\vec{v} = \dfrac{1}{\|\overrightarrow{HI}\|} \cdot \overrightarrow{HI} = \dfrac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/5 \\ 4/5 \end{pmatrix}$ ou ...

$\sigma(\Delta\ HIJ) = \dfrac{1}{2} \cdot |\det(\overrightarrow{HI}; \overrightarrow{HJ})| =$

$= \dfrac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ -4 & 8 \end{vmatrix} = \dfrac{1}{2} \cdot 56 = 28\,[\mathrm{u}^2]$

Exercice 4. (6 pts)



- $\overrightarrow{KL} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \|\overrightarrow{KL}\| = 5\,[\text{u}]$
- Posons $M(m_1; m_2)$
- $\sigma(\Delta\ KLM) = \dfrac{1}{2} \cdot \|\overrightarrow{KL}\| \cdot \|\overrightarrow{LM}\| = 25\,[\text{u}^2]$

  $\Rightarrow \|\overrightarrow{LM}\| = 10\,[\text{u}]$.
- $\overrightarrow{LM} \perp \overrightarrow{KL} \Rightarrow \overrightarrow{LM} = k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4k \\ 3k \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$
- $\|\overrightarrow{LM}\| = \sqrt{(4k)^2 + (3k)^2} = 10\,[\text{u}]$

  $\Rightarrow 25k^2 = 100 \Rightarrow k = \pm 2$
- $\begin{pmatrix} m_1 - 1 \\ m_2 + 1 \end{pmatrix} = (\pm 2) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$

  $\Rightarrow M_1(9\,;5)$ et $M_2(-7\,;-7)$

- $\overrightarrow{KL} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \|\overrightarrow{KL}\| = 5\,[\text{u}]$
- Posons $M(m_1; m_2)$
- $\sigma(\Delta\ KLM) = \dfrac{1}{2} \cdot \|\overrightarrow{KL}\| \cdot \|\overrightarrow{LM}\| = 25\,[\text{u}^2]$

  $\Rightarrow \|\overrightarrow{LM}\| = 10\,[\text{u}]$.
- $\overrightarrow{LM} \perp \overrightarrow{KL} \Rightarrow \overrightarrow{LM} = k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3k \\ 4k \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$
- $\|\overrightarrow{LM}\| = \sqrt{(3k)^2 + (4k)^2} = 10\,[\text{u}]$

  $\Rightarrow 25k^2 = 100 \Rightarrow k = \pm 2$
- $\begin{pmatrix} m_1 - 2 \\ m_2 + 1 \end{pmatrix} = (\pm 2) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

  $\Rightarrow M_1(8\,;7)$ et $M_2(-4\,;-9)$