

Chapitre 1 : Algèbre (1ère partie)

Série A

Série B

Exercice 1. (2+3+4=9 pts)

a) $\dots \Rightarrow 5x + 15 = x^2 + 6x + 9$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-3 ; 2\}$$

b) $\boxed{t = x^2} \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0$

$$\Rightarrow (t - 4)(t + 3) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 2)(x^2 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-2 ; 2\}$$

c) $p(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6 = 0$

• candidats : $\pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 6$

$$p(1) = 0 \Rightarrow p(x) \text{ est divisible par } x - 1$$

$$\text{ou } p(-2) = 0 \Rightarrow p(x) \text{ est divisible par } x + 2$$

$$\text{Horner} \Rightarrow p(x) = (x - 1)(2x^2 + x - 6)$$

$$\Rightarrow p(x) = (x - 1)(2x - 3)(x + 2)$$

• $p(x) = 0 \Rightarrow S = \{-2 ; 1 ; 3/2\}$

$\dots \Rightarrow 9x + 45 = x^2 + 10x + 25$

$$\Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-5 ; 4\}$$

b) $\boxed{t = x^2} \Rightarrow t^2 - 7t - 18 = 0$

$$\Rightarrow (t - 9)(t + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 9)(x^2 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x + 3)(x^2 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow S = \{-3 ; 3\}$$

$p(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$

• candidats : $\pm 1 ; \pm 2 ; \pm 3 ; \pm 6$

$$p(-1) = 0 \Rightarrow p(x) \text{ est divisible par } x + 1$$

$$\text{ou } p(2) = 0 \Rightarrow p(x) \text{ est divisible par } x - 2$$

$$\text{Horner} \Rightarrow p(x) = (x + 1)(2x^2 - 7x + 6)$$

$$\Rightarrow p(x) = (x + 1)(2x - 3)(x - 2)$$

• $p(x) = 0 \Rightarrow S = \{-1 ; 3/2 ; 2\}$

Exercice 2. (3 pts)

$$P(x) = 5x^4 + 3x^3 - 11 ; S(x) = x^2 - 3$$

$$P(x) = (x^2 - 3)(5x^2 + 3x + 15) + (9x + 34)$$

$$P(x) = 7x^4 + 2x^3 - 9 ; S(x) = x^2 - 2$$

$$P(x) = (x^2 - 2)(7x^2 + 2x + 14) + (4x + 19)$$

Exercice 3. (1+1+1=3 pts)

a) **Vrai** car $x^4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2(x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow S = \{ -1 ; 0 ; 1 \}$

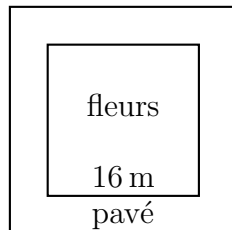
b) **Faux** car $x^2 = 49 \Rightarrow x^2 - 49 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x+7)(x-7) = 0 \Rightarrow S = \{ -7 ; 7 \}$

c) **Faux** car $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Faux car $x^2 = 81 \Rightarrow x^2 - 81 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x+9)(x-9) = 0 \Rightarrow S = \{ -9 ; 9 \}$

Vrai car $x^5 - x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^3(x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow S = \{ -1 ; 0 ; 1 \}$

Faux car $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Exercice 4. (5 pts)

1) VAR : $x =$ largeur du chemin. ($x > 0$)

2) EQ : $4 \cdot x^2 + 4 \cdot 16 \cdot x = 228$

ou $(16 + 2x)^2 - 16^2 = 228$

ou ...

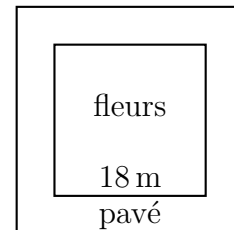
3) RES : $\Rightarrow 4x^2 + 64x - 228 = 0 \xrightarrow{\text{méc}}$

$\Rightarrow 4(x^2 + 16x - 57) = 0 \xrightarrow{\text{méth.S-P}}$

$\Rightarrow 4(x+19)(x-3) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = -19 (< 0)$ ou $x_2 = 3$

4) SOL : La largeur du chemin est de 3 m.



1) VAR : $x =$ largeur du chemin. ($x > 0$)

2) EQ : $4 \cdot x^2 + 4 \cdot 18 \cdot x = 252$

ou $(18 + 2x)^2 - 18^2 = 252$

ou ...

3) RES : $\Rightarrow 4x^2 + 72x - 252 = 0 \xrightarrow{\text{méc}}$

$\Rightarrow 4(x^2 + 18x - 63) = 0 \xrightarrow{\text{méth.S-P}}$

$\Rightarrow 4(x+21)(x-3) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = -21 (< 0)$ ou $x_2 = 3$

4) SOL : La largeur du chemin est de 3 m.