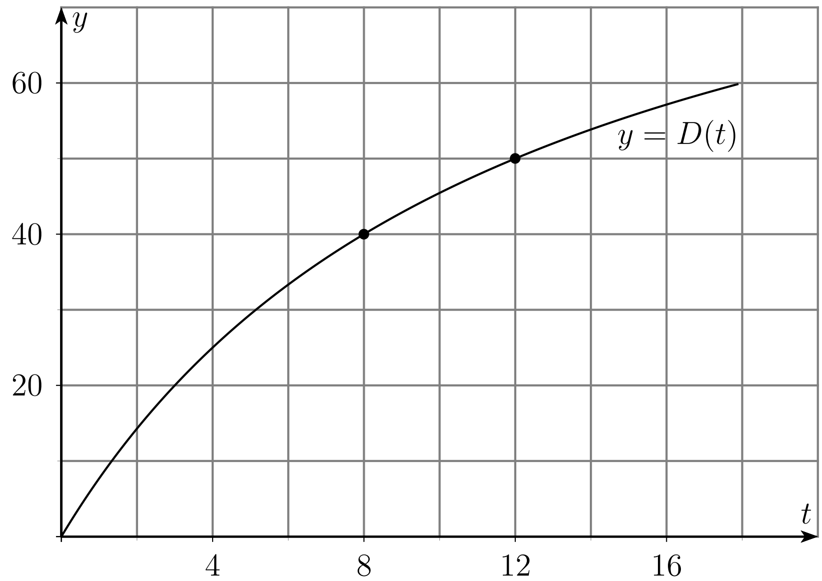
N.E. chapitre 5 : fonctions rationnelles

Exercice **11**

a)



b) 1) $t =$ âge de l'enfant (en années) ; $ED = \left]\, 0\,; 18 \,\right[$

2) $D(t) = 40$

3) $\Rightarrow \dfrac{100\,t}{t+12} - 40 = 0 \Rightarrow \dfrac{100\,t - 40(t+12)}{t+12} = 0 \Rightarrow 60\,t - 480 = 0 \Rightarrow t = 8 \in ED$

4) L'enfant a 8 ans.

c) 1) voir partie b)

2) $D(t) > 50$

3) $\Rightarrow \dfrac{100\,t}{t+12} - 50 > 0 \Rightarrow \dfrac{100\,t - 50(t+12)}{t+12} > 0 \Rightarrow \dfrac{50(t-12)}{t+12} > 0$

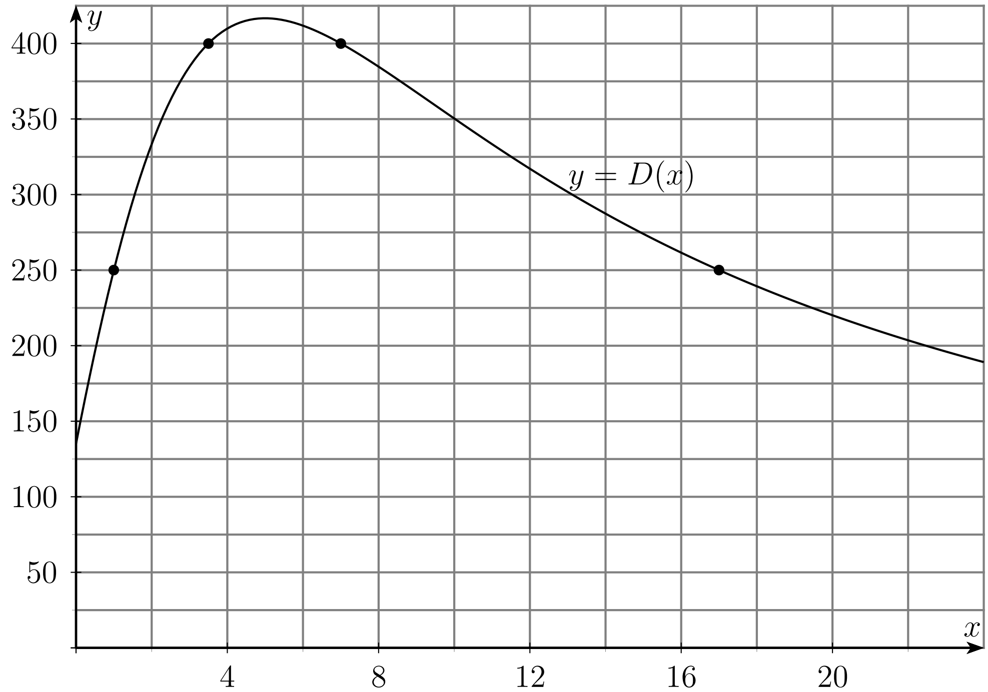
tableau de signes : $Z = \{12\}$ valeur interdite $= \{-12\}$

t		-12		0		12		18	
$t-12$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$t+12$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
sgn $\dfrac{t-12}{t+12}$	$+$	$\|$	$-$		$-$	0	$+$		$+$

$\Rightarrow S = \left]-\infty\,; -12\,\right[\cup \left]\,12\,; +\infty\,\right[$

4) La dose est supérieure à 50 mg lorsque $t \in \left]\,12\,; 18\,\right[$.

Exercice **12**



a) 1) $x =$ distance au centre de la ville (en km) ; $ED = [\,0\,;30\,[$

2) $D(x) = 250$

3) $\Rightarrow \dfrac{5000(x+1)}{x^2+2x+37} - 250 = 0 \Rightarrow \dfrac{5000(x+1) - 250(x^2+2x+37)}{x^2+2x+37} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -250(x^2-18x+17) = 0 \Rightarrow (x-1)(x-17) = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \in ED$ ou $x_2 = 17 \in ED$

4) La densité sera de 250 hab/km^2 lorsque la distance au centre sera de 1 km ou 17 km.

b) 1) voir partie a)

2) $D(x) > 400$

3) $\Rightarrow \dfrac{5000(x+1)}{x^2+2x+37} - 400 > 0 \Rightarrow \dfrac{5000(x+1) - 400(x^2+2x+37)}{x^2+2x+37} > 0 \Rightarrow$

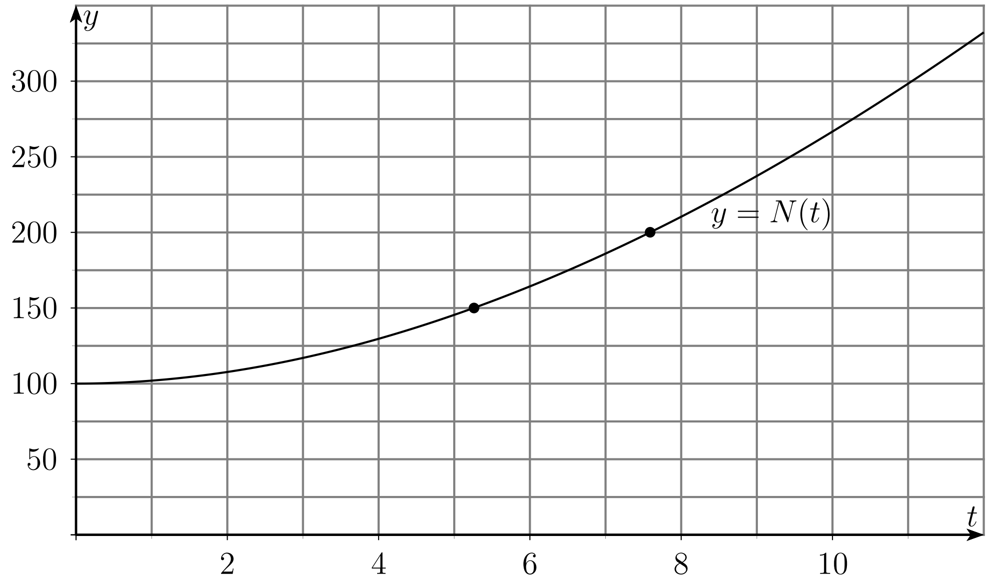
$\Rightarrow \dfrac{-200(2x^2-21x+49)}{x^2+2x+37} > 0 \Rightarrow \dfrac{-200(2x-7)(x-7)}{x^2+2x+37} > 0$

tableau de signes : $Z = \{\,3.5\,;7\,\}$ valeur interdite $= \emptyset$

x		0		3.5		7		30	
-200	$-$		$-$		$-$		$-$		$-$
$2x-7$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-7$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x^2+2x+37$	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$
sgn $\dfrac{-200(2x-7)(x-7)}{x^2+2x+37}$	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$

4) La densité excédera 400 hab/km^2 lorsque $x \in \,]\,3.5\,;7\,[\,$.

Exercice **13**



a) 1) $t =$ durée (en années) ; $ED = [\,0\,;+\infty\,[= \mathbb{R}_+$

2) $N(t) = 150$

3) $\Rightarrow \dfrac{100(t^2+t+50)}{t+50} - 150 = 0 \Rightarrow \dfrac{100(t^2+t+50) - 150(t+50)}{t+50} = 0$

$\Rightarrow 100\,t^2 - 50\,t - 2500 = 0 \Rightarrow 50(2\,t^2 - t - 50) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \dfrac{1+\sqrt{401}}{4} \cong 5.26 \in ED$ ou $t_2 = \dfrac{1-\sqrt{401}}{4} \cong -4.76 \notin ED$

4) Le troupeau sera de 150 bisons après environ 5 ans et 3 mois, soit vers le début septembre 2025.

b) 1) voir partie a)

2) $N(t) > 200$

3) $\Rightarrow \dfrac{100(t^2+t+50)}{t+50} - 200 > 0 \Rightarrow \dfrac{100(t^2+t+50) - 200(t+50)}{t+50} > 0$

$\Rightarrow \dfrac{100\,t^2 - 100\,t - 5000}{t+50} > 0 \Rightarrow \dfrac{100(t^2-t-50)}{t+50} > 0$

tableau de signes : $Z = \{-6.59\,;7.59\}$ valeur interdite $= \{-50\}$

t		-50		-6.59		0		7.59	
t^2-t-50	+		+	0	−		−	0	+
$t+50$	−	0	+		+		+		+
sgn $\dfrac{t^2-t-50}{t+50}$	−	‖	+	0	−		−	0	+

4) Le troupeau aura plus de 200 têtes pour $t > 7.59$ années, soit dès le début février 2028.