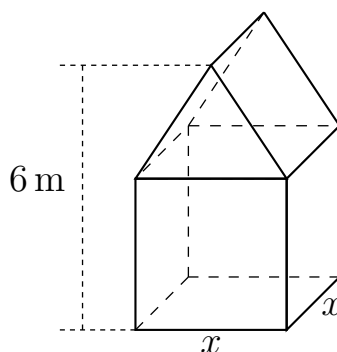


Exercice 45

a) x = longueur de l'arête du cube ; hauteur de la construction = 6 m



Volume (hangar) = volume (cube) + volume (prisme)

Volume (cube) = x^3

Volume (prisme à base triangulaire) = $\frac{x^2}{2} \cdot (6 - x)$

$$\Rightarrow V(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2(6 - x)$$

b) EQ : $V(x) = 80 \text{ m}^3 \iff x^3 + \frac{1}{2}x^2(6 - x) = 80$

RES : $\iff 2x^3 + 6x^2 - x^3 = 160 \iff x^3 + 6x^2 - 160 = 0$

• $p(x) = x^3 + 6x^2 - 160$

• candidats (diviseurs de 160) : $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \dots$

$p(1) \neq 0; p(-1) \neq 0; p(2) \neq 0; p(-2) \neq 0$

$p(4) = 64 + 96 - 160 = 0 \iff p(x) \text{ est divisible par } x - 4$

• schéma de Horner :

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 6 & 0 & -160 \\ 4 & & 4 & 40 & 160 \\ \hline & 1 & 10 & 40 & 0 \end{array}$$

$q(x) = x^2 + 10x + 40 \quad ; \quad r = 0$

• $x^3 + 6x^2 - 160 = 0$

| Horner

$\iff (x - 4)(x^2 + 10x + 40) = 0$

| $\Delta = -60 < 0$

$\Rightarrow S = \{ 4 \}$

SOL : Le volume sera 80 m^3 pour une arête de longueur 4 m.

Exercice 46

a) INEQ : $T(t) > 0 \iff \frac{1}{20} t(t-12)(t-24) > 0 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 24$

RES : $\xleftrightarrow{\cdot 20} t(t-12)(t-24) > 0$

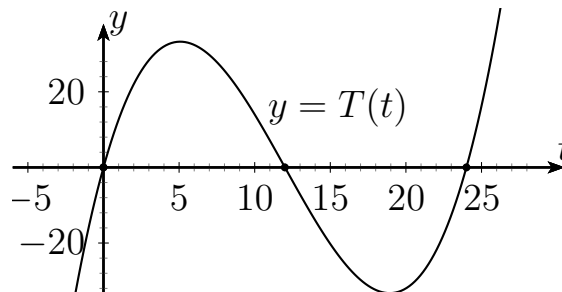
• tableau de signes de T :

t	$\text{---}0$		12		24	---
t	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$t-12$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$t-24$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$\text{sgn}(T)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

$\Rightarrow S =]0; 12[\cup]24; +\infty[$

SOL : La température était supérieure à 0°F pour $t \in]0; 12[$.

b) Graphe de T :



$$c) \text{ EQ : } T(t) = 32 \iff \frac{1}{20} t(t-12)(t-24) = 32$$

$$\text{RES : } \xrightarrow{\cdot 20} t(t-12)(t-24) = 640 \iff t^3 - 36t^2 + 288t - 640 = 0$$

$$\bullet p(t) = t^3 - 36t^2 + 288t - 640$$

$$\bullet \text{ candidats (diviseurs de 640) : } \pm 1; \pm 2; \pm 4; \dots$$

$$p(1) \neq 0; p(-1) \neq 0; p(2) \neq 0; p(-2) \neq 0$$

$$p(4) = 64 - 576 + 1'152 - 640 = 0 \iff p(t) \text{ est div. par } t - 4$$

$$\bullet \text{ schéma de Horner :}$$

$$4 \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -36 & 288 & -640 \\ & 4 & -128 & 640 \\ \hline 1 & -32 & 160 & 0 \end{array} \right. \quad q(t) = t^2 - 32t + 160 \quad ; \quad r = 0$$

$$\bullet t^3 - 36t^2 + 288t - 640 = 0 \quad | \quad \text{Horner}$$

$$\iff (t-4)(t^2 - 32t - 160) = 0 \quad | \quad \Delta = 384 > 0$$

$$\iff t_1 = 4; t_{2,3} = \frac{-(-32) \pm \sqrt{384}}{2} = \frac{32 \pm 8\sqrt{6}}{2} = 16 \pm 4\sqrt{6}$$

SOL : La température sera de 32°F après 4 h (10h00) ou $\cong 6.2$ h ($\cong 12$ h12).

Exercice 47

a) INEQ : $N(t) > 0 \iff -t^4 + 21t^2 + 100 > 0 \quad ; \quad t \geq 0$

RES : $\xLeftrightarrow{(-1)} t^4 - 21t^2 - 100 < 0 \iff (t^2 - 25)(t^2 + 4) < 0 \iff$
 $\iff (t + 5)(t - 5)(t^2 + 4) < 0$

• tableau de signes de N :

t	-5 0 5		
$t + 5$	-	0	+
$t - 5$	-	-	0
$t^2 + 4$	+	+	+
$\text{sgn}(N)$	+	-	+

$\Rightarrow S =] - 5 ; 5 [$

SOL : La population sera supérieure à 0 pour $t \in [0 ; 5 [$

b) EQ : $N(t) = 0 \iff -t^4 + 21t^2 + 100 = 0$

RES : $\xLeftrightarrow{(-1)} t^4 - 21t^2 - 100 = 0 \iff (t^2 - 25)(t^2 + 4) = 0 \iff$

$\iff (t + 5)(t - 5)(t^2 + 4) = 0$

$\Rightarrow S = \{ -5 ; 5 \}$

SOL : La population va s'éteindre après 5 ans.

c) INEQ : $N(t) > 180 \iff -t^4 + 21t^2 - 80 > 0$

RES : $\stackrel{(-1)}{\iff} t^4 - 21t^2 + 80 < 0 \iff (t^2 - 5)(t^2 - 16) < 0 \iff$

$\iff (t + \sqrt{5})(t - \sqrt{5})(t + 4)(t - 4) < 0$

• $p(t) = (t + \sqrt{5})(t - \sqrt{5})(t + 4)(t - 4)$

• tableau de signes de p :

t	-4	$-\sqrt{5}$	0	$\sqrt{5}$	4
$t + \sqrt{5}$	-	-	0	+	+
$t - \sqrt{5}$	-	-	-	0	+
$t + 4$	-	0	+	+	+
$t - 4$	-	-	-	-	0
$\text{sgn}(p)$	+	0	-	0	+

$\Rightarrow S =] - 4 ; -\sqrt{5} [\cup] \sqrt{5} ; 4 [$

SOL : La population sera supérieure à 180 têtes pour $t \in] \sqrt{5} ; 4 [$