## Exercice 12.

- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -10/9 \\ 40/9 \\ -80/9 \end{pmatrix} \Rightarrow ||\overrightarrow{AB}|| = \sqrt{\dfrac{8100}{81}} = \sqrt{100} = 10\,[\text{u}]$

- $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} (-20\sqrt{2}+45)/9 \\ 35\sqrt{2}/9 \\ (20\sqrt{2}+45)/9 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow ||\overrightarrow{BC}|| = \sqrt{\dfrac{(800-1800\sqrt{2}+2025)+2450+(800+1800\sqrt{2}+2025)}{81}} = \sqrt{\dfrac{8100}{81}} = 10\,[\text{u}]$

- $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} (-20\sqrt{2}+35)/9 \\ (35\sqrt{2}+40)/9 \\ (20\sqrt{2}-35)/9 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow ||\overrightarrow{AC}|| = \sqrt{\frac{(800-1400\sqrt{2}+1225)+(2450+2800\sqrt{2}+1600)+(800-1400\sqrt{2}+1225)}{81}} = \sqrt{\dfrac{8100}{81}} = 10\,[\text{u}]$

$\Rightarrow ABC$ est un triangle avec 3 côtés isométriques, donc c'est un triangle équilatéral.

---

## Exercice 13.

- $\overrightarrow{AI} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow ||\overrightarrow{AI}|| = \sqrt{25} = 5\,[\text{u}]$

- $\overrightarrow{BI} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow ||\overrightarrow{BI}|| = \sqrt{25} = 5\,[\text{u}]$

- $\overrightarrow{CI} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow ||\overrightarrow{CI}|| = \sqrt{25} = 5\,[\text{u}]$

$\Rightarrow ||\overrightarrow{AI}|| = ||\overrightarrow{BI}|| = ||\overrightarrow{CI}|| = 5\,[\text{u}]$

$I$ est donc équidistant à $A$, $B$ et $C$ donc $I$ est le centre du cercle de rayon égal à $5\,[\text{u}]$

## Exercice 16.

• On pose $P(p_1; p_2)$

• $\overrightarrow{AB}_u = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{||\overrightarrow{AB}||} = \dfrac{1}{13}\begin{pmatrix}12\\-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}12/13\\-5/13\end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{AP} = 7 \cdot \overrightarrow{AB}_u \Rightarrow \begin{pmatrix}p_1+2\\p_2-3\end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix}12/13\\-5/13\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}84/13\\-35/13\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \boxed{P\left(\dfrac{58}{13}\,;\dfrac{4}{13}\right)}$

---

## Exercice 17.

• $P \in Ox \Rightarrow P(x\,;0\,;0)$

• $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix}x-4\\-5\\-8\end{pmatrix} \quad ; \quad \overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix}x-3\\-11\\-5\end{pmatrix}$

a) $||\overrightarrow{AP}|| = ||\overrightarrow{BP}|| \iff$

$\iff \sqrt{(x-4)^2+(-5)^2+(-8)^2} = \sqrt{(x-3)^2+(-11)^2+(-5)^2} \overset{()^2}{\Rightarrow}$

$\overset{()^2}{\Rightarrow} (x-4)^2+(-5)^2+(-8)^2 = (x-3)^2+(-11)^2+(-5)^2 \iff$

$\iff x^2-8x+16+25+64 = x^2-6x+9+121+25 \iff$

$\iff 2x = -50 \iff x = -25$

$\Rightarrow \boxed{P(-25\,;0\,;0)}$

b) $||\overrightarrow{AP}|| = 2 \cdot ||\overrightarrow{BP}|| \iff$

$\iff \sqrt{(x-4)^2+(-5)^2+(-8)^2} = 2 \cdot \sqrt{(x-3)^2+(-11)^2+(-5)^2} \overset{()^2}{\Rightarrow}$

$\overset{()^2}{\Rightarrow} x^2-8x+105 = 4[x^2-6x+155] \iff x^2-8x+105 = 4x^2-24x+620 \iff$

$\iff 3x^2-16x+515=0 \quad ; \quad \Delta = (-16)^2-4\cdot 3\cdot 515 = 256-6180 < 0$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{pas de solution}}$