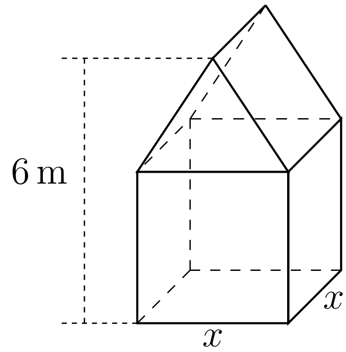
Exercice 1.36

a) x = longueur de l'arête du cube ; hauteur de la construction $= 6\,\text{m}$



Volume (hangar) = volume (cube) + volume (prisme)
Volume (cube) $= x^3$
Volume (prisme à base triangulaire) $= \dfrac{x^2}{2} \cdot (6 - x)$

$$\Rightarrow V(x) = x^3 + \frac{1}{2}\, x^2(6 - x)$$

b) EQ : $V(x) = 80\,\text{m}^3 \iff x^3 + \dfrac{1}{2}\, x^2(6 - x) = 80$

RES : $\overset{\cdot 2}{\iff} 2x^3 + 6x^2 - x^3 = 160 \iff x^3 + 6x^2 - 160 = 0$

- $p(x) = x^3 + 6x^2 - 160$

- candidats (diviseurs de 160) : $\pm 1 \,;\, \pm 2 \,;\, \pm 4 \,; \ldots$
  $p(1) \neq 0$; $p(-1) \neq 0$; $p(2) \neq 0$; $p(-2) \neq 0$
  $p(4) = 64 + 96 - 160 = 0 \iff p(x)$ est divisible par $x - 4$

- schéma de Horner :

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 6 & 0 & -160 \\ 4 & & 4 & 40 & 160 \\ \hline & 1 & 10 & 40 & 0 \end{array} \qquad q(x) = x^2 + 10x + 40 \quad ; \quad r = 0$$

- $x^3 + 6x^2 - 160 = 0$ | Horner
  $\iff (x - 4)(x^2 + 10x + 40) = 0$ | $\Delta = -60 < 0$
  $\Rightarrow S = \{\ 4\ \}$

SOL : Le volume sera de $80\,\text{m}^3$ pour une arête de longueur $4\,\text{m}$.

Exercice 1.37

a) EQ : $T(t)=0 \iff \dfrac{1}{20}\,t(t-12)(t-24)=0 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 24$

RES : $\Rightarrow S=\{\,0\,;12\,;24\,\}$

SOL : La température est de 0˚F pour $t \in \{\,0\,;12\,;24\,\}$

b) EQ : $T(t)=32 \iff \dfrac{1}{20}\,t(t-12)(t-24)=32$

RES : $\overset{\cdot 20}{\iff} t(t-12)(t-24)=640 \iff t^3-36t^2+288t-640=0$

- $p(t)=t^3-36t^2+288t-640$

- candidats (diviseurs de 640) : $\pm 1\,;\pm 2\,;\pm 4\,;...$
  $p(1)\neq 0$; $p(-1)\neq 0$; $p(2)\neq 0$; $p(-2)\neq 0$
  $p(4)=64-576+1'152-640=0 \iff p(t)$ est div. par $t-4$

- schéma de Horner :

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -36 & 288 & -640 \\ 4 & & 4 & -128 & 640 \\ \hline & 1 & -32 & 160 & 0 \end{array}$$

$q(t)=t^2-32t+160 \quad ; \quad r=0$

- $t^3-36t^2+288t-640=0 \qquad |$ Horner
  $\iff (t-4)(t^2-32t+160)=0 \qquad | \ \Delta=384>0$
  $\iff t_1=4\ ;\ t_{2,3}=\dfrac{-(-32)\pm\sqrt{384}}{2}=\dfrac{32\pm 8\sqrt{6}}{2}=16\pm 4\sqrt{6}$

SOL : La température sera de 32˚F après 4 h (10h00) ou ≅ 6.2 h (≅12h12).

Exercice 1.38

a) EQ : $N(t) = 0 \iff -t^4 + 21t^2 + 100 = 0$

RES : $\overset{\cdot(-1)}{\iff} t^4 - 21t^2 - 100 = 0 \iff (t^2 - 25)(t^2 + 4) = 0 \iff$

$\iff (t+5)(t-5)(t^2+4) = 0$

$\Rightarrow S = \{-5\,;5\}$

SOL : La population va s'éteindre après 5 ans.

b) EQ : $N(t) = 180 \iff -t^4 + 21t^2 - 80 = 0$

RES : $\overset{\cdot(-1)}{\iff} t^4 - 21t^2 + 80 = 0 \iff (t^2 - 5)(t^2 - 16) = 0 \iff$

$\iff (t+\sqrt{5})(t-\sqrt{5})(t+4)(t-4) = 0$

$\Rightarrow S = \{-4\,;-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\,;4\}$

SOL : La population se montera à 180 têtes pour $t \in \{\sqrt{5}\,;4\}$