1 Calcul numérique

1.1 Les ensembles de nombres

1.1.1 Les nombres naturels

L'ensemble des nombres naturels est l'ensemble des nombres entiers positifs.

On le désigne par $\mathbb{N} = \{\, 0\,;\, 1\,;\, 2\,;\, \ldots \}$

Remarque : $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{\, 0 \,\} = \{\, 1\,;\, 2\,;\, \ldots \}$

1.1.2 Les nombres relatifs

L'ensemble des nombres relatifs est l'ensemble des nombres entiers positifs et négatifs.

On le désigne par $\mathbb{Z} = \{\, \ldots\,;\, -2\,;\, -1\,;\, 0\,;\, 1\,;\, 2\,;\, \ldots \}$

1.1.3 Les nombres rationnels

L'ensemble des nombres rationnels est l'ensemble des nombres fractionnaires.

On le désigne par $\mathbb{Q} = \left\{\, \dfrac{a}{b} \quad | \quad a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z}^* \right\}$

Attention : $\dfrac{4}{3} = 1,\overline{3} = 1,333333\ldots \in \mathbb{Q}$ (voir **modèle 2**)

1.1.4 Les nombres irrationnels

L'ensemble des nombres irrationnels est l'ensemble des nombres dont la partie décimale est infinie et non périodique.

Exemples : $\pi = 3,14159265\ldots$; $\sqrt{2} = 1,41421356\ldots$

1.1.5 Les nombres réels

L'ensemble des nombres réels est l'ensemble contenant à la fois les nombres rationnels et les nombres irrationnels.

On le désigne par $\mathbb{R}$.

Exemples : $\pi \in \mathbb{R}$; $-\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

1.2 Calcul numérique

1.2.1 La priorité des opérations

Modèle 1. Calculer $5 + 2 \cdot 3^2 - 1 = \dots$

Les opérations sont effectuées dans l'ordre suivant :

1) Les puissances ;
2) Les multiplications et divisions ;
3) Les additions et soustractions.

Exemples :

1) $1 + 2^3 - 21 = \dots$

2) $4 \cdot 3^2 + 5 = \dots$

1.2.2 La transformation d'un nombre décimal périodique en fraction

Modèle 2. Transformer $1,\overline{3} = \dots$

Exemples :

1) $0,\overline{8} = \dots$

2) $2,3\overline{9} = \dots$

Remarque : lorsque la période n'est formée que par le chiffre 9 alors

$$3,\overline{9} = \dots \quad ; \quad 4,5\overline{9} = \dots \quad ; \quad 5,67\overline{9} = \dots$$

1.2.3 Les opérations dans $\mathbb{Q}$

Modèle 3. Calculer

$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \dots$

$\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \dots$

$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \dots$

$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \dots$

Exemples :

1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{3} = \dots$

2) $\frac{3}{4} : \frac{7}{3} = \dots$

3) $\frac{3}{4} + \frac{7}{3} = \dots$

4) $\frac{3}{4} - \frac{7}{3} = \dots$

1.3 Problèmes

Modèle 4. Résoudre l'exercice 1.21.

Méthode **V/E/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (ou l'inconnue) ;
2) EQ : Etablir une équation (égalité) ;
3) RES : Résoudre cette équation (égalité) ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $\cdots$

2) EQ : $\dots$

3) RES : $\dots$

4) SOL : $\dots$

2 Puissances

2.1 Puissances à exposants entiers

2.1.1 Puissances à exposants entiers positifs

Modèle 5. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n, m \in \mathbb{N}$

Propriétés	Exemples
a) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^5 = \ldots$
b) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^2)^5 = \ldots$
c) $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $n \geq m$	$\dfrac{2^7}{2^4} = \ldots$
d) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 5)^4 = \ldots$
e) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \ldots$

2.1.2 Puissances à exposants entiers

Modèle 6. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n \in \mathbb{N}$

Propriétés	Exemples
f) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	$3^{-5} = \ldots$
g) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$	$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \ldots$

2.2 Notation scientifique

Modèle 7. Le nombre 317'000'000'000 n'est pas très pratique à écrire.
On va utiliser la notation scientifique :

$$\ldots \cdot 10^{\cdots}$$

La notation scientifique d'un nombre est la notation définie par

$$\boxed{a \cdot 10^n \quad , \quad a \in [\,1\,;\,10\,[\,;\; n \in \mathbb{Z}}$$

Exemples :

1) $12'345 = \ldots$

2) $300'000'000 = \ldots$

3) $0,00067 = \ldots$

4) $0,00000000008 = \ldots$