
Réponses pour l'examen de maturité de Burier de juin 2019**Problème 1.** (géométrie de l'espace)

a) $C_1(2; -3; 1) ; r_1 = 2 [u]$

b) $\alpha \cap \beta = d$

c) $\alpha \perp \beta \iff \vec{n}_\alpha \bullet \vec{n}_\beta = 0$

d) $(p) : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + l \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, l \in \mathbb{R}$

e) $\delta(C_1; \beta) = r_1$

f) $(\Sigma_2) : \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{7}{3}\right)^2 = 4$

g) $C_3(2; -3; 0)$ et $r_3 = \sqrt{3} [u]$

Problème 2. (algèbre linéaire)

a) $((-1; -1; 1; 0); (-1; -2; 0; 1))$ est une base de $\text{Ker}(h)$.

$$\dim(\text{Ker}(h)) = 2$$

b) $((1; 2; -1); (4; 3; 0))$ est une base de $\text{Im}(h)$.

$$\text{rang}(h) = 2$$

Problème 3. (algèbre linéaire)

a) $h(1; 2; -1) = (2; 4; 5)$

b) $p_A(\lambda) = -\lambda(\lambda - 9)^2 = 0$
 $\Rightarrow \lambda_1 = 0$ ou $\lambda_2 = 9$

c) $E(\lambda_1) = \left\{ \left(-\frac{1}{2}k; -k; k \right) \mid k \in \mathbb{R} \right\} = \mathcal{L} \left(\left(-\frac{1}{2}; -1; 1 \right) \right)$

 $\left(\left(-\frac{1}{2}; -1; 1 \right) \right)$ est une base de $E(\lambda_1)$

$E(\lambda_2) = \left\{ (-2k + 2\ell; k; \ell) \mid k, \ell \in \mathbb{R} \right\} = \mathcal{L}((-2; 1; 0); (2; 0; 1))$

 $((-2; 1; 0); (2; 0; 1))$ est une base de $E(\lambda_2)$

d) $\dim(E(\lambda_1)) + \dim(E(\lambda_2)) = 3 = \dim(\mathbb{R}^3) \Rightarrow A$ est diagonalisable.

$$P = \begin{pmatrix} -1/2 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$P \cdot D = A \cdot P \iff D = P^{-1}AP$$

Problème 4. (analyse : étude de fonction rationnelle)

a) $ED = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b)

x	-2	-1	2
$\text{sgn}(f)$	$-$	\parallel	$+$
	0	$-$	0
	$+$	0	$+$

c) $AV : x = -2$; $AO : y = x - 3$

d) $f'(x) = \frac{x^2 + 4x}{(x + 2)^2}$

e)

x	-4	-2	0
$\text{sgn}(f')$	$+$	0	$-$
variation de f	\nearrow	\searrow	\nearrow

 $\max(-4; -9)$ $\min(0; -1)$

f) Proposition 2

g) $(t_1) : y = -9$ et $(t_2) : y = -1$

h) $(t_P) : 3x + y + 19 = 0$

i) $A \cong 1.95 [\text{u}^2]$

Problème 5. (probabilités)

- a) arbre
b) 20 %
c) 4.25 %
d) 73.85 %
e) 93.175 %
-

Problème 6. (optimisation)

- a) 4000 m
b) $f'(x)$ donnée
c) Après env. 1.72 min \cong 1 min 43 s
d) L'altitude minimale sera env. 321.2 m
e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4'000$ m
-