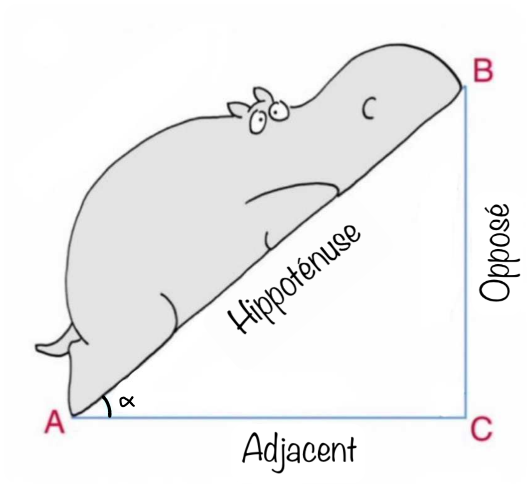
Gymnase de Burier

3C Exercices de mathématiques

Géométrie dans l'espace
Interprétation graphique
Statistique descriptive
Probabilités
Inférence statistique



Version 2021

Table des matières

Chapitre 1

Géométrie dans l'espace

Tracés de solides et calculs de longueurs, d'aires et de volumes

1.1 A l'aide de polydrons, construire un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral et dont les faces perpendiculaires à la base sont des carrés.
Si vous ne disposez pas de polydrons, considérez qu'une arête mesure 7 cm et ignorez la question b).

a) Esquisser ce solide.

b) Mesurer la longueur d'une arête de ce solide.

c) Calculer l'aire d'une face triangulaire et celle d'une face carrée. En déduire la surface totale de ce polyèdre.

d) Calculer son volume.

1.2 A l'aide de polydrons, construire un prisme droit dont la base est un hexagone régulier et dont les faces perpendiculaires à la base sont des carrés.
Si vous ne disposez pas de polydrons, considérez qu'une arête mesure 7 cm et ignorez la question b).

a) Esquisser ce solide.

b) Mesurer la longueur d'une arête de ce solide.

c) Calculer l'aire d'une face hexagonale et celle d'une face carrée. En déduire la surface totale de ce polyèdre.

d) Calculer son volume.

e) Quel est la relation entre l'aire de l'hexagone régulier et celle du triangle équilatéral de même côté ?

1.3 A l'aide de polydrons, construire un prisme droit dont la base est un pentagone régulier et dont les faces perpendiculaires à la base sont des carrés.
Si vous ne disposez pas de polydrons, considérez qu'une arête mesure 7 cm et ignorez la question b).

a) Esquisser ce solide.

b) Mesurer la longueur d'une arête de ce solide.

c) Calculer l'aire d'une face pentagonale et celle d'une face carrée. En déduire la surface totale de ce polyèdre.

d) Calculer son volume.

1.4 A l'aide de polydrons, construire une pyramide dont la base est un carré et dont les faces sont des triangles équilatéraux.
Si vous ne disposez pas de polydrons, considérez qu'une arête mesure 7 cm et ignorez la question b).

a) Esquisser ce solide.

b) Mesurer la longueur d'une arête de ce solide.

c) Calculer la surface totale de ce polyèdre.

d) Calculer son volume.

1.5 A l'aide de 6 polydrons carrés et de 8 polydrons triangulaires, construire le polyèdre fermé convexe dont la forme est la plus régulière possible. Ce solide s'appelle le cuboctaèdre.
Si vous ne disposez pas de polydrons, considérez qu'une arête mesure 7 cm et ignorez la question d).

a) Observer que le cuboctaèdre peut s'inscrire dans un cube.

b) Dessiner un cube en perspective. Inscrire un cuboctaèdre dans ce cube.

c) Exprimer l'arête de ce cube en fonction de celle du solide

d) Mesurer la longueur d'une arête de ce solide.

e) Calculer l'aire d'une face triangulaire et celle d'une face carrée. En déduire la surface totale de ce polyèdre.

f) Calculer son volume.

1.6 Construire un tétraèdre avec des polydrons.
Si vous ne disposez pas de polydrons, considérez qu'une arête mesure 7 cm et ignorez la question b).

a) Esquisser ce solide.

b) Mesurer la longueur de l'arête du tétraèdre.

c) Calculer l'aire d'une face. En déduire la surface totale de ce polyèdre.

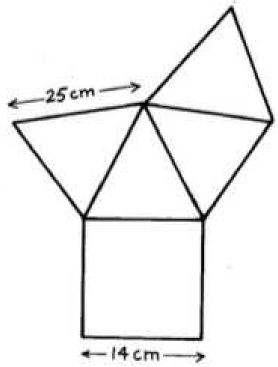
d) Calculer la hauteur de ce tétraèdre et en déduire son volume.

1.7 Voici le croquis du développement d'une pyramide régulière à base carrée.

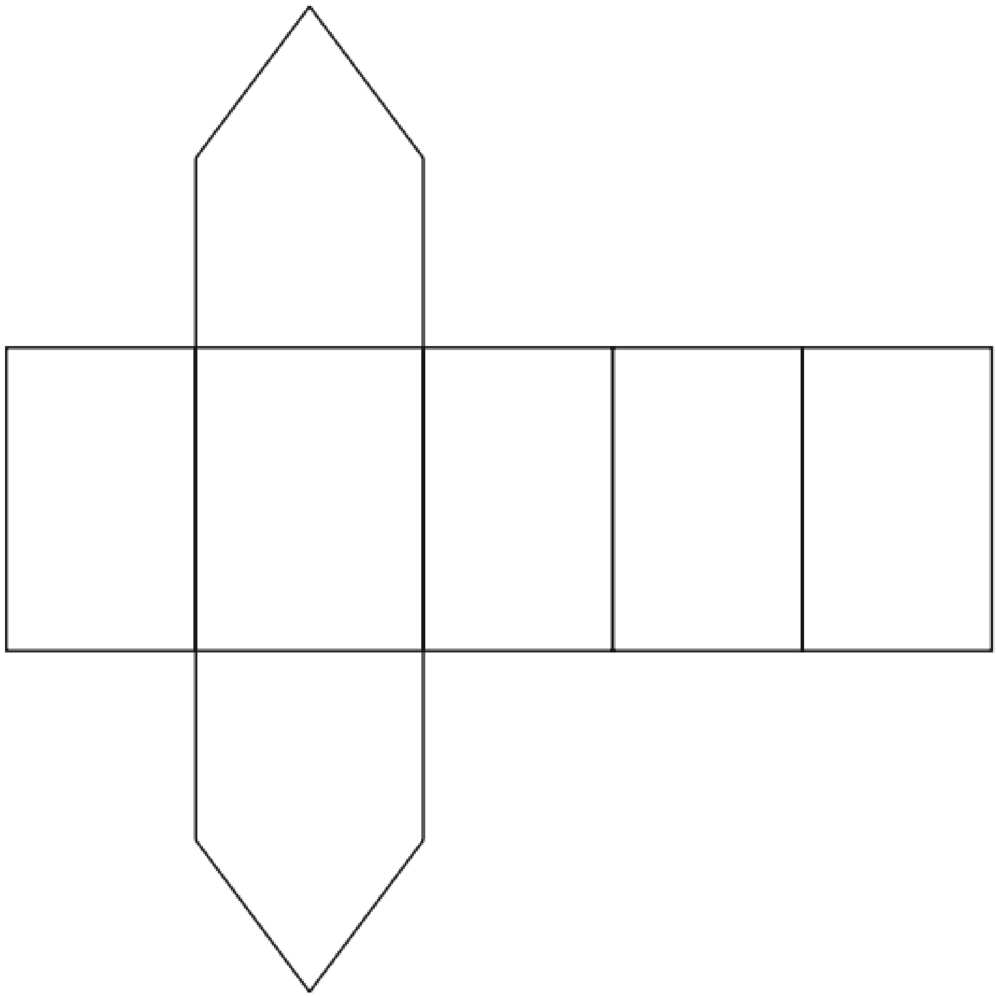
a) Esquisser cette pyramide.

b) Déterminer le nombre d'arêtes, de sommets et de faces de cette pyramide.

c) Calculer l'aire totale A et le volume V de cette pyramide.



1.8 Voici en vraie grandeur le développement d'un prisme :



a) Esquisser ce prisme.

b) Déterminer le nombre d'arêtes, de sommets et de faces de ce prisme.

c) Calculer l'aire totale A et le volume V de ce prisme.

1.9 On considère la pyramide régulière dont la base est un hexagone régulier de côté 3 *cm* et dont la hauteur mesure 4 *cm*.

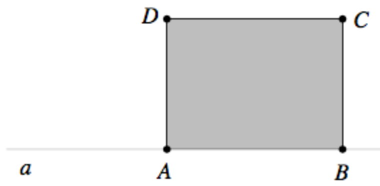
a) Déterminer le nombre d'arêtes, de sommets et de faces de cette pyramide.

b) Représenter le dévoloppement de cette pyramide en vraie grandeur.

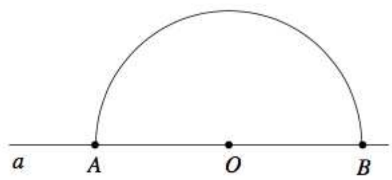
c) Calculer l'aire totale A et le volume V de cette pyramide.

1.10

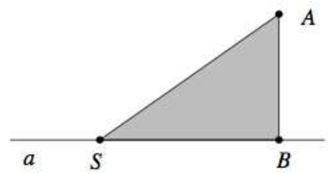
a) Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation du rectangle $ABCD$ autour de l'axe a, où $AB = 5$ cm et $AD = 4$ cm.



b) Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation du demi-disque de centre O et de diamètre AB autour de l'axe a, où $AB = 10$ cm.



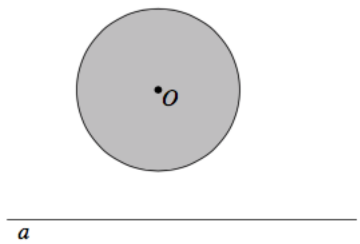
c) Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation du triangle SAB autour de l'axe a, où $AB \perp SB$, $SB = 15$ cm et $AB = 10$ cm.



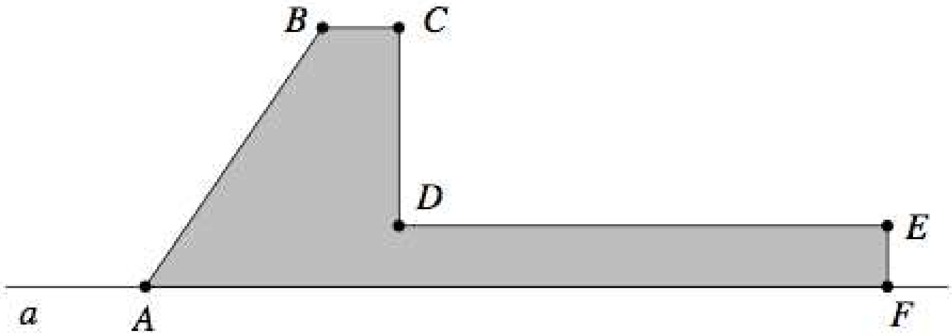
1.11

a) Représenter par un dessin en 3D le solide de révolution engendré par la rotation du disque de centre O autour de l'axe a.

b) Ce volume s'appelle un tore. Si le rayon du cercle est égal à $r = 5$ cm et si la distance du point O à la droite a est égale à $R = 8$ cm, calculer le volume du tore avec la formule $V = 2\pi^2 r^2 R$.



1.12 Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation du polygone $ABCDEF$ autour de l'axe a, où $BC \perp CD$, $CD \perp DE$, $DE \perp EF$, $AF = 100$ cm, $BC = 15$ cm, $DE = 65$ cm, $CD = 35$ cm et $EF = 10$ cm.



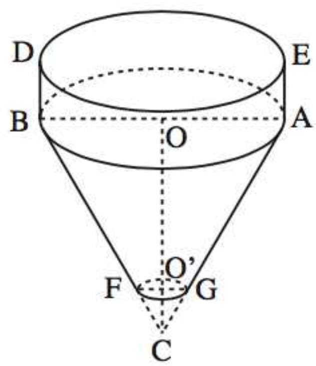
1.13

Un pluviomètre a la forme d'un cône de révolution dont on a coupé la pointe et surmonté d'un cylindre.

$AC = 25$ cm , $AG = 20$ cm , $AB = 14$ cm , $AE = 4$cm , O est le milieu de AB , O' est le milieu de FG.

a) Calculer la contenance totale en cm^3 sour la forme $k\pi$, puis donner sa valeur en dm^3 au centième près.

b) Peut-on verser dans ce pluviomètre 1 litre d'eau ?



1.14 Quel est le nombre d'arêtes d'un parallélépipède et d'un prisme à base hexagonale ?

1.15 Par deux arêtes opposées et parallèles d'un cube de côté a on fait passer un plan. Déterminer la nature du polygone de section et calculer son aire.

1.16 Un prisme droit $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ a pour base $ABCDEF$ un hexagone régulier de côté 7 cm. Ses faces latérales sont des carrés. Calculer la longueur exacte des diagonales AB', AC' et AD'.

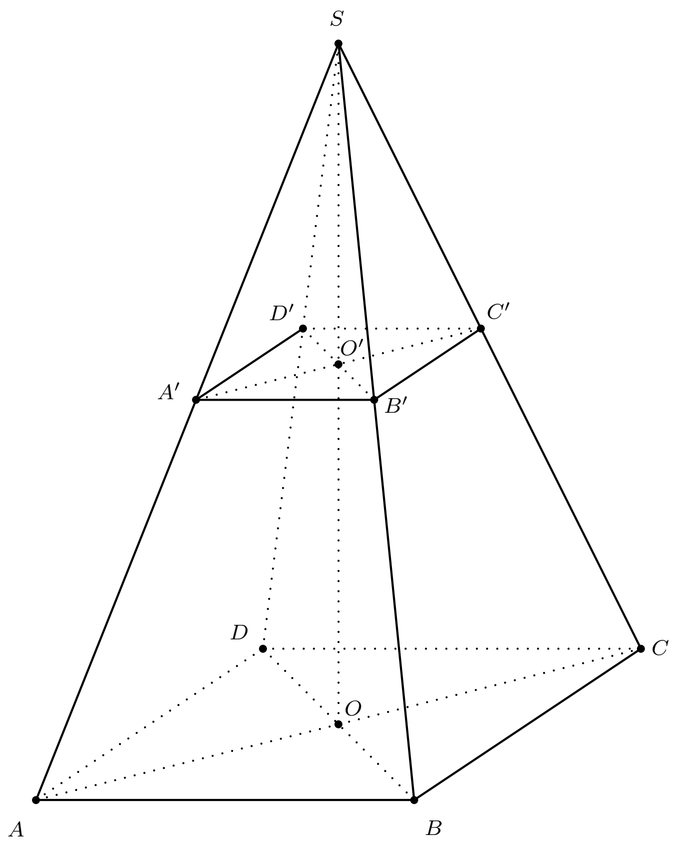
1.17 Quel est la longueur du côté de la base d'un prisme hexagonal régulier dont l'aire totale est égale à 92.7846 cm^2 et dont la hauteur est égale à 3 fois le côté de la base ?

1.18 La base de la pyramide $SABCD$ est le rectangle $ABCD$ de centre O. On connaît $AB = 3$ cm et $BD = 5$ cm. La hauteur SO mesure 6 cm.

a) Calculer AD.

b) Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.

c) Soit O' le milieu de SO. On coupe la pyramide par un plan passant par O' et parallèle à sa base. Calculer le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.



1.19 Quel est le volume d'une pyramide régulière à base carrée dont le coté est a et l'arête latérale $2\,a$?

1.20 On considère un prisme droit de hauteur h, dont la base est un hexagone régulier de côté a, ainsi que le cylindre inscrit et le cylindre circonscrit à ce prisme.

a) Calculer l'aire latérale et le volume du prisme.

b) Calculer l'aire latérale et le volume des deux cylindres.

c) Déterminer le rapport des aires latérales et des volumes des deux cylindres.

1.21 On veut construire un cône circulaire droit en papier. Le diamètre de la base doit être 6 cm et l'aire de la base doit être égale aux 3/5 de sa surface latérale. Calculer :

a) Le rayon et l'angle du secteur qui représente le développement de sa surface latérale.

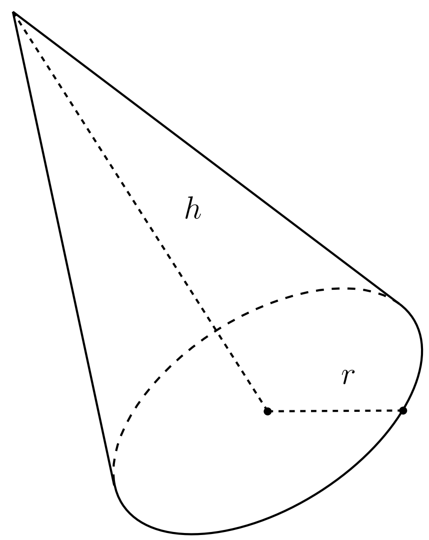
b) Le volume du cône.

1.22 La base d'une pyramide régulière est un hexagone régulier dont le côté mesure 2 unités. La longueur de chaque arête latérale vaut 4 unités. Calculer

a) la hauteur de cette pyramide et son volume ;

b) l'aire d'une face latérale et l'aire totale de cette pyramide.

1.23 On donne un cône dont la hauteur mesure 73.25 cm et dont le rayon de la base vaut 24.35 cm. Donner son volume en cm^3. Combien de litres cela représente-t-il ?



1.24 Partant du cube $ABCDEFGH$ d'arête 4 cm, on définit la pyramide de sommet E (AE est une arête du cube) et de base ABD.

a) Dessiner le cube en perspective. Dans une autre couleur, représenter la pyramide dans le cube.

b) Construire un développement de cette pyramide et calculer son aire.

c) On coupe cette pyramide posée sur sa base par le plan horizontal qui passe par le milieu de AE. Quel est, en cm^3, le volume de la portion de la pyramide comprise entre la base ABD et ce plan ?

1.25 On a représenté ci-dessous le cube $ABCDEFGH$ dont le côté mesure 8 cm. Sur ce dessin, placer les milieux M, N, O et P des segments AB, AD, EF et EH, respectivement.

a) Dessiner le prisme $AMNEOP$ avec visibilité.

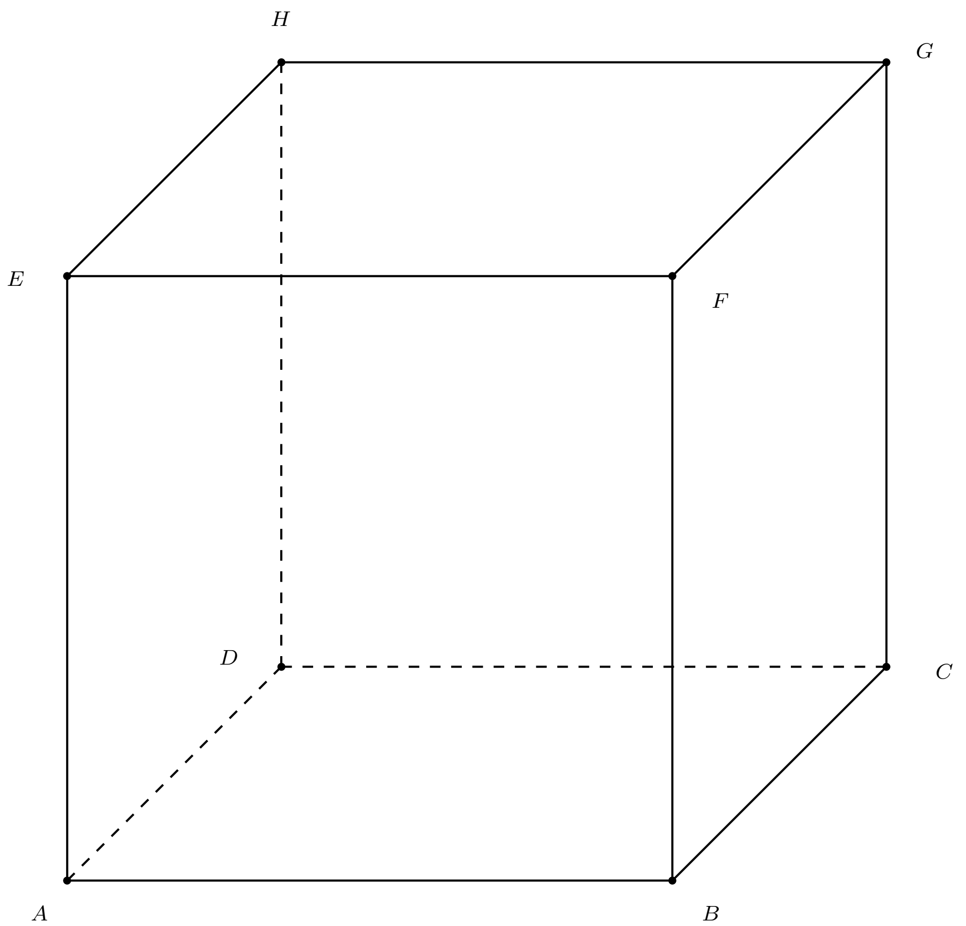
b) Calculer la longueur totale de ses arêtes.

c) Calculer son aire totale et son volume.

Placer encore les points Q, R, S et T, qui sont les milieux des segments BC, DC, FG et HG, respectivement.

a) Dessiner le prisme $BQRDFSTH$ avec visibilité.

b) Calculer son volume.



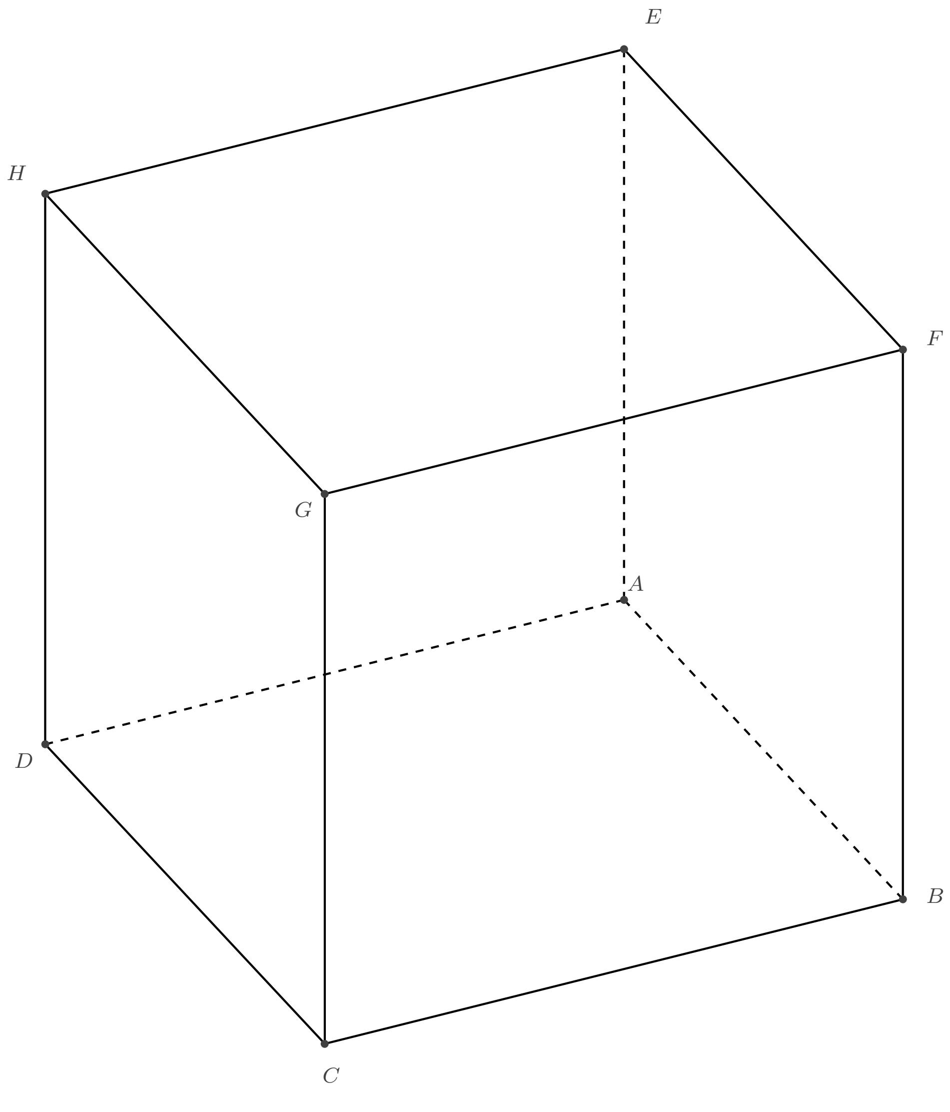
1.26 On a tracé ci-dessous à l'aide d'une axonométrie orthogonale, le cube $ABCDEFGH$ dont le côté mesure 10 cm.

a) Placer sur le dessin le milieu M de la face $EFGH$.

b) Dessiner la pyramide de sommet M et de base $ABCD$, avec visibilité.

c) Soit N le milieu de l'arête GC et O le milieu du segment GN. On considère le plan horizontal qui passe par O. Représenter les intersections de ce plan avec le cube.

d) Le plan en question découpe la pyramide $MABCD$ en deux polyèdres. Décrire ces polyèdres et calculer le volume et l'aire totale de chacun.

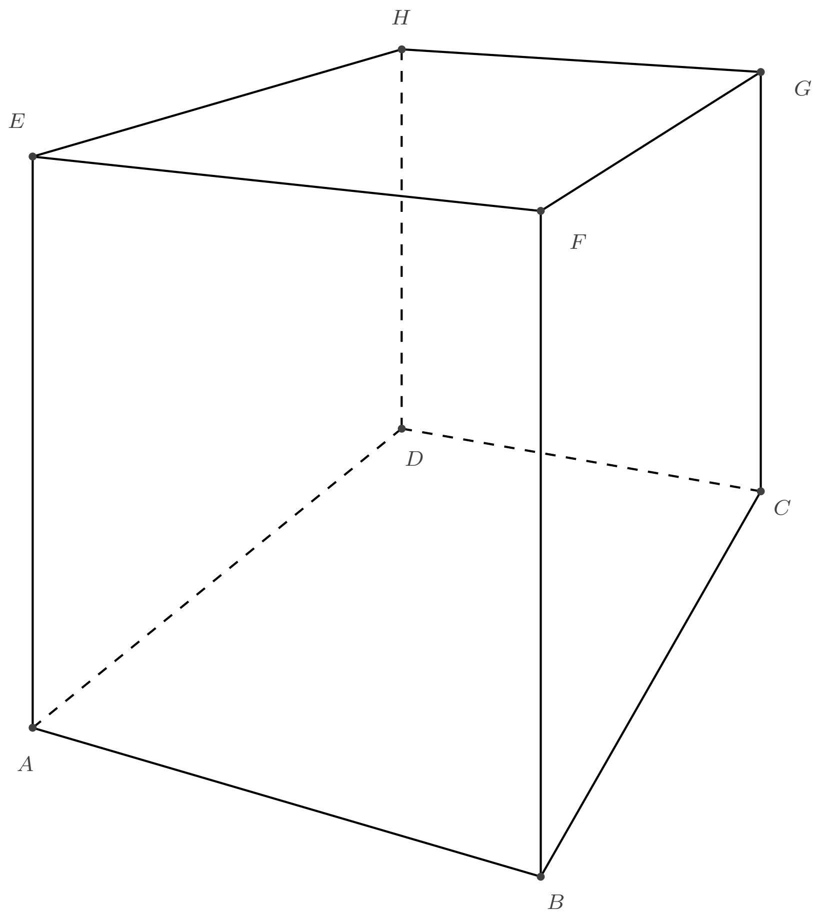


1.27 Dans le cube $ABCDEFGH$, représenté ci-dessous en perspective centrale, on considère le solide de sommets B, D, E et G.

a) Représenter ce solide.

b) De quel type de solide s'agit-il ? En donner une description précise.

c) Dessiner un développement de ce solide.



1.28 L'image ci-contre représente le poids d'un fil à plomb de maçon.

On suppose, pour simplifier les calculs, que le poids est formé d'un cône droit, surmonté d'une demi-sphère. On sait que le rayon de la sphère doit valoir le quart de la hauteur du cône.

a) Calculer le volume de cette pièce si la hauteur du cône vaut 5.47 cm.

b) Un poids de ce genre a été réalisé en Zamak, un alliage à base de zinc, dont la masse volumique vaut 6.975 g/cm^3. Sachant qu'il a une masse de 500 g, calculer ses dimensions.

1.29 Sur la figure ci-contre, on a représenté un cube $ABCDEFGH$ sur lequel est posée une pyramide $SEFGH$.

— Le côté du cube vaut 4 centimètres.

— La hauteur de la pyramide mesure elle aussi 4 centimètres.

— Le point P est le centre de la face $EFGH$.

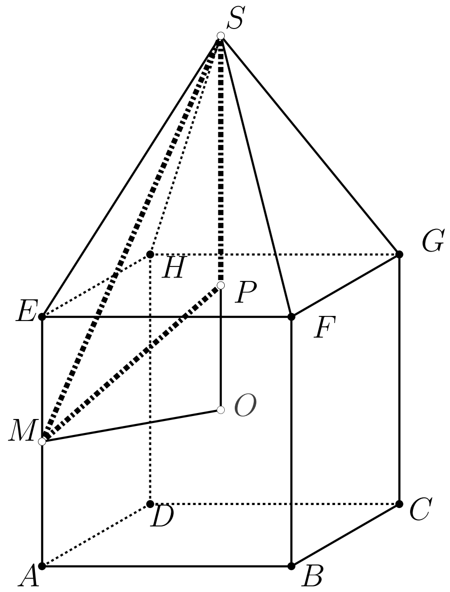
— Le point O est l'intersection des diagonales du cube.

— Le point M est le milieu du segment EA.

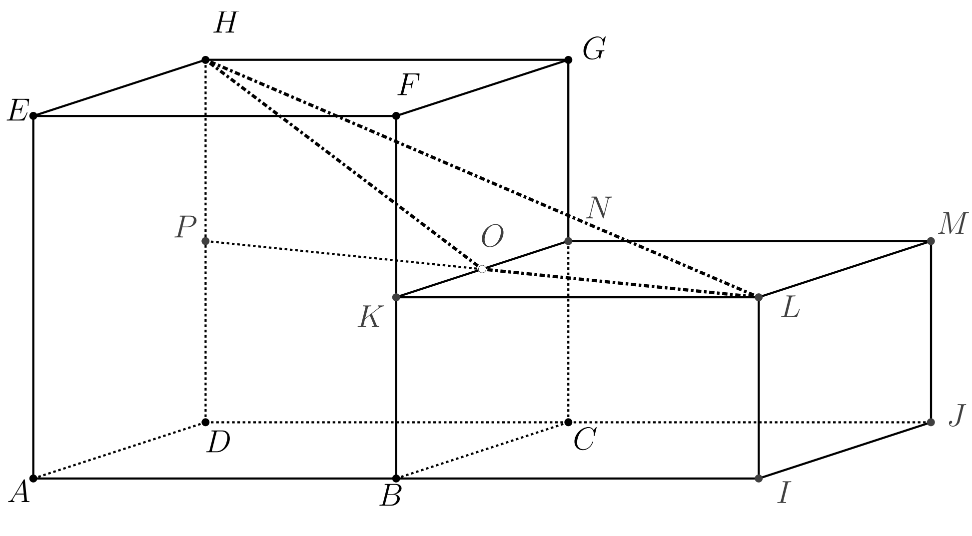
a) Calculer les longueurs MO, MP et MS.

b) Trouver les valeurs de tous les angles du triangle MOP.

c) Soit Q le milieu du segment MP. Calculer la valeur de l'angle QSP.



1.30 Sur la figure ci-dessous, on a représenté un cube $ABCDEFGH$ contre lequel est posé un « demi-cube » $BIJCKLMN$. On sait que la mesure du côté du cube vaut quatre centimètres. De plus, la hauteur du « demi-cube » mesure la moitié de la hauteur du cube. On sait encore que le point P est le milieu du segment HD et que le point O est le milieu de l'arête NK.



a) Calculer les longueurs OL, PO et HO.

b) Trouver les valeurs de tous les angles du triangle HOP.

c) Soit maintenant Q, le milieu du segment OL. Calculer la valeur de l'angle OHQ.

Solutions des exercices

1.1

a) –

b) $a \cong 7$ cm

c) – Aire d'une face triangulaire : $\dfrac{49\sqrt{3}}{4} \cong 21.22$ cm^2

– Aire d'une face carrée : 49 cm^2

– Surface totale : $147 + \dfrac{49\sqrt{3}}{2} \cong 189.44$ cm^2

d) $V = \dfrac{49\sqrt{3}}{4} \cdot 7 \cong 148.52$ cm^3

1.2

a) –

b) $a \cong 7$ cm

c) Aire d'une face hexagonale : $\dfrac{147\sqrt{3}}{2} \cong 127.31$ cm^2

Aire d'une face carrée : 49 cm^2

Surface totale : $147\sqrt{3} + 294 \cong 548.61$ cm^2

d) $V = \dfrac{1029\sqrt{3}}{2} \cong 891.14$ cm^3

e) Un hexagone régulier peut être pavé à l'aide de 6 triangles équilatéraux dont la mesure du côté est la même que celle de l'hexagone. L'aire de l'hexagone vaut donc 6 fois celle du triangle équilatéral de même côté.

1.3

a) –

b) $a \cong 7$ cm

c) Aire d'une face pentagonale : ~ 84.30 cm^2

Aire d'une face carrée : 49 cm^2

Surface totale : ~ 413.61 cm^2

d) $V \cong 590.12$ cm^3

1.4

a) –

b) $a \cong 7$ cm

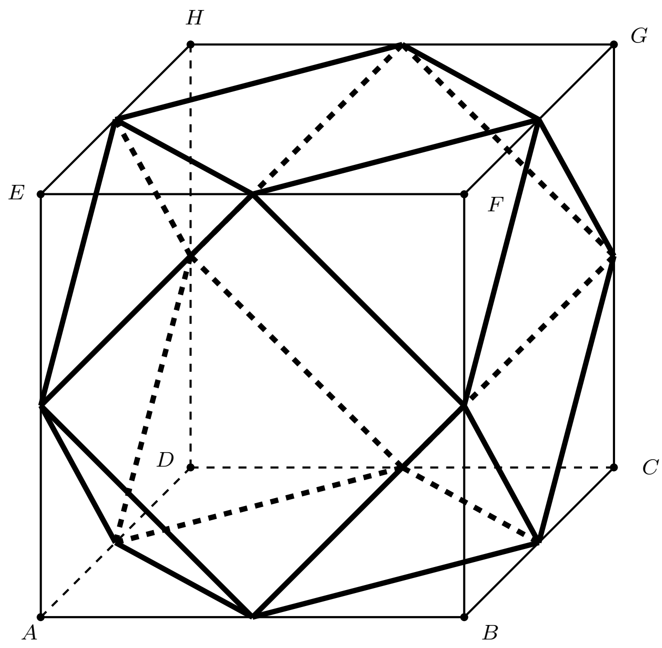
c)
- Aire d'une face triangulaire : $\frac{49\sqrt{3}}{4} \cong 21.22$ cm^2
- Aire d'une face carrée : 49 cm^2
- Surface totale : $49\sqrt{3} + 49 \cong 133.87$ cm^2

d) $V = 49 \cdot \dfrac{343\sqrt{2}}{6} \cong 80.85$ cm^3

1.5

a) –

b)



c) Soit a la mesure de l'arête du solide et c la mesure de l'arête du cube. On a $c = a \cdot \sqrt{2}$

d) $a \cong 7$ cm

e)
- Aire d'une face triangulaire : $\dfrac{49\sqrt{3}}{4} \cong 21.22$ cm^2
- Aire d'une face carrée : 49 cm^2
- Surface totale : $98\sqrt{3} + 294 \cong 463.74$ cm^2

f) $V = \dfrac{1715}{3}\sqrt{2} \cong 808.46$ cm^3

1.6

a) –

b) $a \cong 7$ cm

c)
- Aire d'une face triangulaire : $\frac{49\sqrt{3}}{4} \cong 21.22$ cm^2
- Surface totale : $49\sqrt{3} \cong 84.87$ cm^2

d) $H = a \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{3} \simeq \boxed{5.72 \text{ cm}}$ et $V = a^3 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{12} \cong 40.42$ cm^3

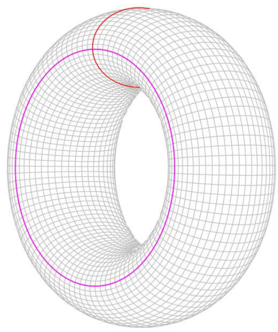
1.7 8 arêtes, 5 sommets et 5 faces. $A = 868$ cm^2 et $V \cong 1499,82$ cm^3.

1.8 15 arêtes, 10 sommets et 7 faces. $A = 73$ cm^2 et $V = 42$ cm^3.

1.9 12 arêtes, 7 sommets et 7 faces. $A \cong 66,31$ cm^2 et $V \cong 31,18$ cm^3.

1.10 a) $V = 80\pi$ b) $V = \dfrac{500}{3}\pi$ c)$V = 500\pi$

1.11 $V = 400\,\pi^2$



1.12 $V = 50'375\,\pi$

1.13 a) $V = \dfrac{73'108}{125}\pi \cong 1.84$ dm^3 b) Oui

1.14 12 arêtes et 18 arêtes

1.15 Le polygone de section est un rectangle de dimensions a et $\sqrt{2}\,a$. Son aire vaut $\sqrt{2}\,a^2$

1.16 $AB' = 7\sqrt{2}$ cm, $AC' = 14$ cm et $AD' = 7\sqrt{5}$ cm.

1.17 2 cm

1.18

a) $AD = 4$ cm

b) 24 cm^3

c) 3 cm^3

1.19 $V = \dfrac{\sqrt{14}\,a^3}{6}$

1.20

a) Aire latérale $= 6\,a\,h$; volume $= \dfrac{3\sqrt{3}\,a^2\,h}{2}$

b) Cylindre inscrit : aire latérale $= \sqrt{3}\,\pi\,a\,h$; volume $= \dfrac{3\,\pi\,a^2\,h}{4}$

Cylindre circonscrit : aire latérale $= 2\,\pi\,a\,h$; volume $= \pi\,a^2\,h$

c) Rapport des aires latérales : $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Rapport des volumes : $\dfrac{3}{4} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

1.21

a) Le rayon : 5 cm. L'angle du secteur : 216°

b) 37.7 cm^3

1.22

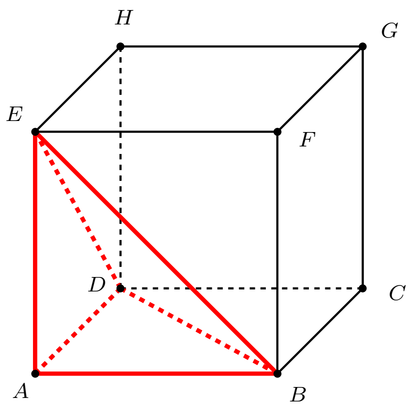
a) $H = 2\sqrt{3}$ u et $V = (6\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{3}) \cdot \dfrac{1}{3} = 12$ u^3

b)
- Aire d'une face latérale : $\sqrt{15} \simeq \boxed{3.87 \text{ u}^2}$
- Surface totale : $6 \cdot \sqrt{15} + 6 \cdot \sqrt{3} \simeq \boxed{33.63 \text{ u}^2}$

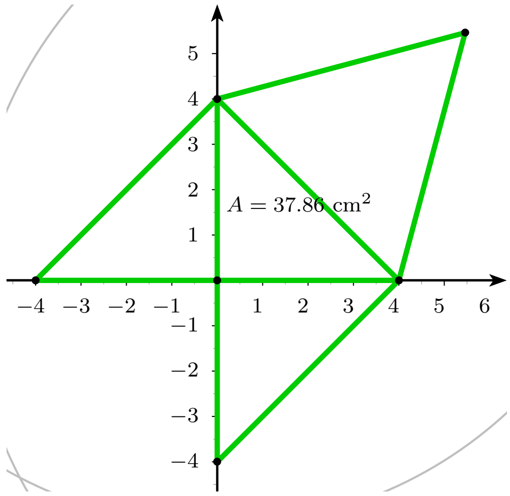
1.23 $\sim$ 45'481.43 cm^3, soit environ 45.5 litres.

1.24

a)

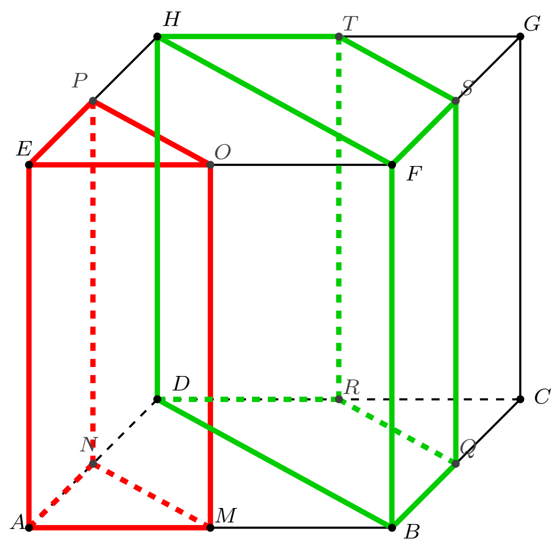


b)



c) $V = \dfrac{28}{3} \cong 9.33$ cm^3

1.25 a)



b) Longueur totale : $\ell = 40 + 8\sqrt{2} \cong 51.314$ cm

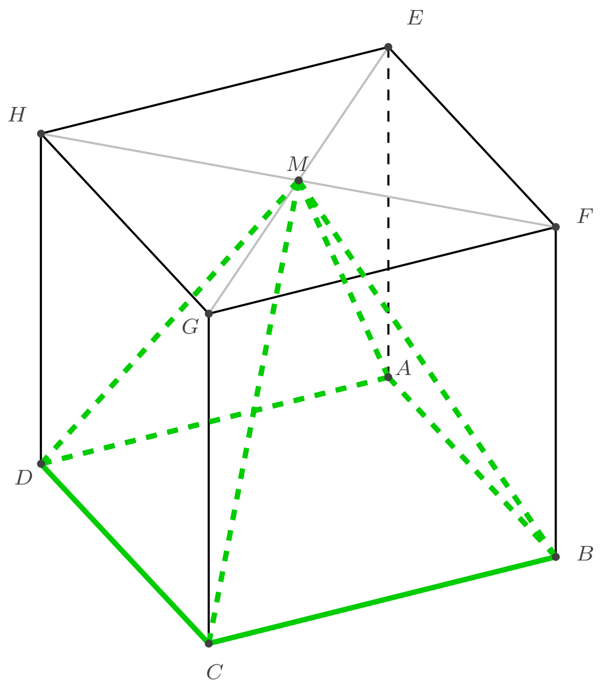
c) $A = 80 + 32\sqrt{2} \cong 125.255$ cm^2

$V = 64$ cm^3

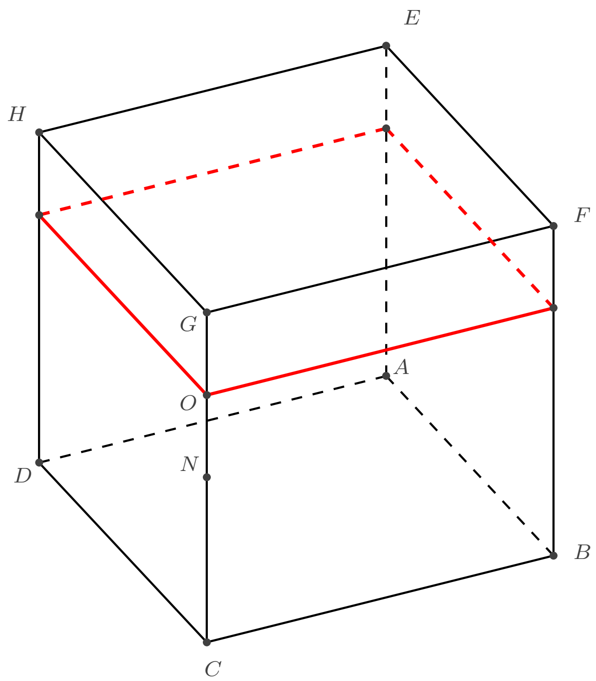
d) $V = 192$ cm^3

1.26 a) –

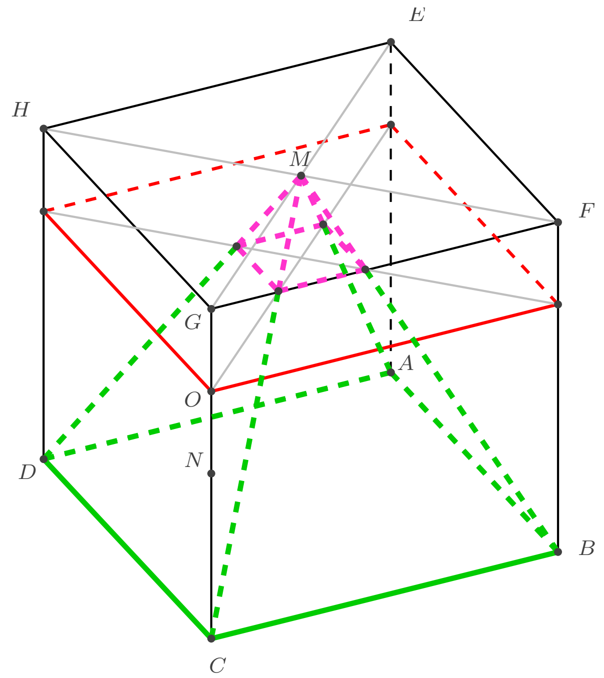
b)



c)



d)

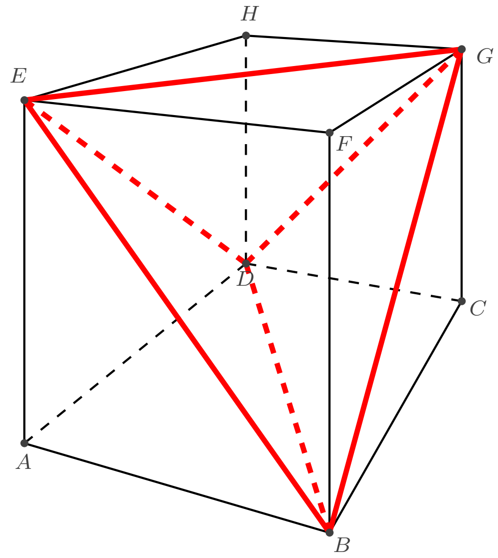


Les deux polyèdres sont :

- une petite pyramide à base carrée, dont le volume vaut $\frac{125}{24} \cong 5.21$ cm^3 et l'aire vaut $\frac{25\sqrt{5}+25}{4} \cong 20.23$ cm^2.
- une pyramide tronquée, dont le volume vaut $\frac{2625}{8} \cong 328.13$ cm^3 et l'aire vaut $\frac{375\sqrt{5}+425}{4} \cong 315.88$ cm^2.

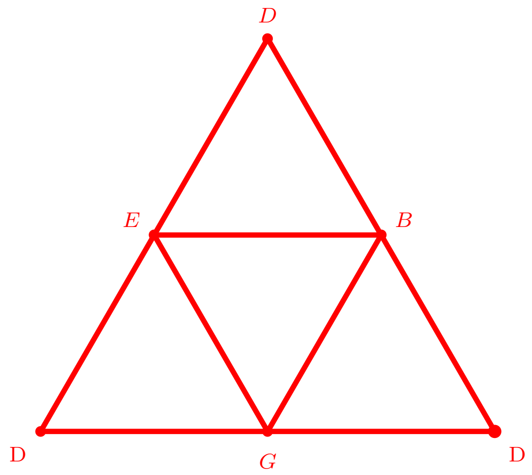
1.27

a)



b) C'est un tétraèdre régulier.

c)



1.28

a) $V \simeq 16.1$ cm^3

b) La hauteur du cône mesure 9 cm et le tout 11.25 cm.

1.29

a) $MO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \cong 2.83$ cm

$MP = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \cong 3.46$ cm

$MS = \sqrt{44} = 2\sqrt{11} \cong 6.63$ cm

b) $\widehat{PMO} \cong 35.26\,^\circ$

$\widehat{MPO} \cong 54.74\,^\circ$

$\widehat{MOP} = 90\,^\circ$

c) $\widehat{QSP} \cong 15.79\,^\circ$

1.30

a) $OL = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \cong 4.47$ cm

$PO = OL$

$HO = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \cong 4.90$ cm

b) $\widehat{PHO} \cong 65.91\,^\circ$

$\widehat{POH} \cong 24.09\,^\circ$

$\widehat{HPO} = 90\,^\circ$

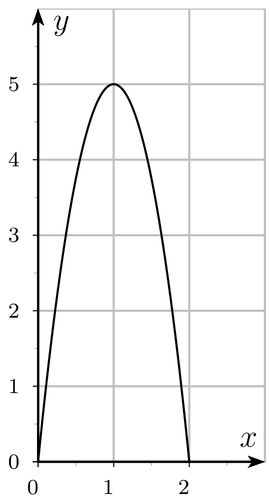
c) $\widehat{OHQ} \cong 7.49\,^\circ$

Chapitre 2

Graphiques

Fonctions polynomiales

2.1 On a tracé ci-dessous le graphe d'une fonction f.



a) Déterminer graphiquement les zéros de f.

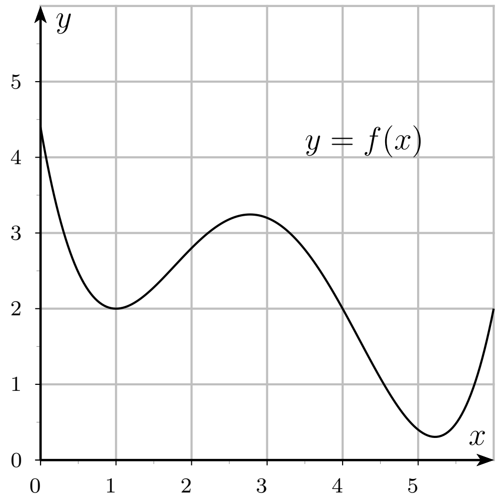
b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$.

c) Donner les coordonnées du maximum de f.

On suppose maintenant que $f(x)$ représente la hauteur (en mètres) d'une balle lancée verticalement depuis le sol, en fonction du nombre de secondes x écoulées depuis son lancer.

Interpréter par une phrase les trois réponses précédentes.

2.2 Une fonction f est donnée par le graphe ci-dessous.



Estimer en observant le graphe,

a) la valeur de $f(0)$;

b) la valeur de $f(3)$;

c) les valeurs de x sachant que $f(x) = 2$;

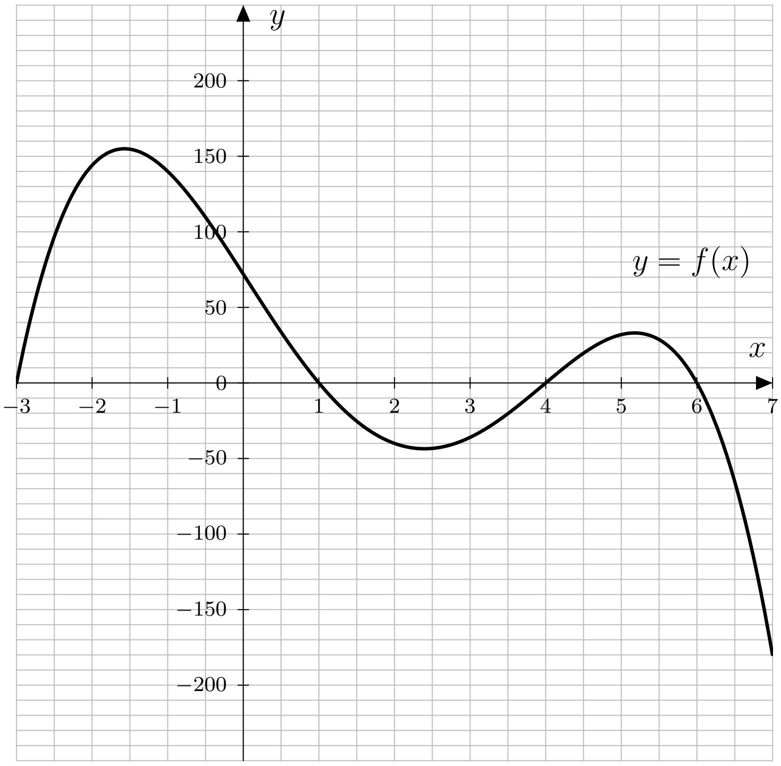
d) les coordonnées du minimum de f ;

e) l'abscisse du maximum de f pour des valeurs de x comprises entre 0 et 6.

On suppose maintenant que $f(x)$ représente l'intensité des précipitations (en millimètres par heure) durant l'après-midi du 17 mars 2009, en fonction du temps x, où x représente le temps (en heures) écoulé depuis midi.

Interpréter par une phrase chaque réponse donnée aux questions précédentes.

2.3 On a tracé ci-dessous le graphe d'une fonction f.



Déterminer graphiquement :

a) l'ordonnée à l'origine de f ;

b) la valeur de $f(2)$;

c) les solutions de l'équation $f(x) = 0$;

d) la valeur de x pour laquelle la fonction f est maximale ;

e) la valeur la plus basse que prend la fonction f.

On suppose maintenant que $f(x)$ représente le bénéfice (en milliers de francs) d'une entreprise en fonction du temps x (en années) écoulé depuis le début de l'année 2010.

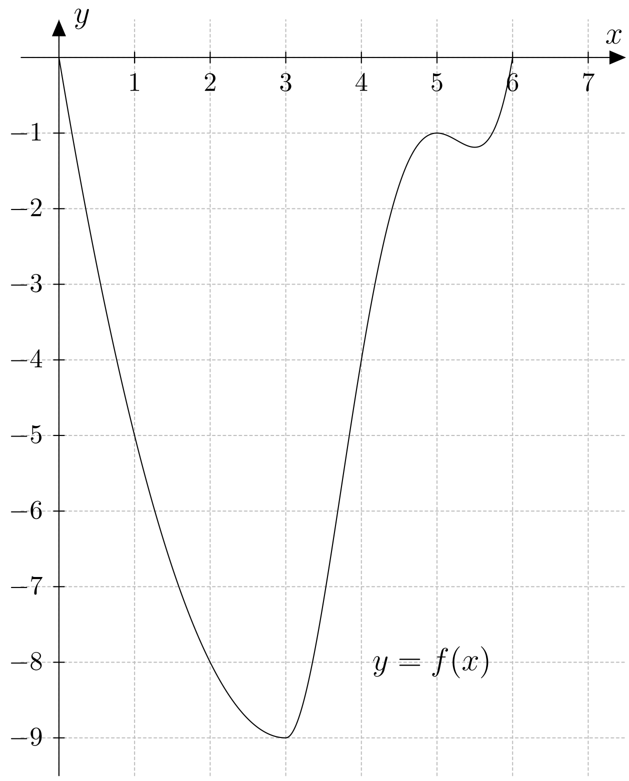
f) Interpréter les valeurs trouvées ci-dessus par des phrases.

g) Quelles sont les années durant lesquelles l'entreprise a été déficitaire ?

h) Si l'entreprise a été créée en 2007, a-t-elle été rentable la première année ?

i) Durant l'année 2013, le bénéfice de l'entreprise était-il en croissance ou en décroissance ?

2.4 Une fonction f est donnée par le graphe ci-dessous.



Estimer à l'aide du graphe :

a) la valeur de $f(1)$;

b) les coordonnées du minimum de f ;

c) les solutions de l'équation $f(x) = -7$.

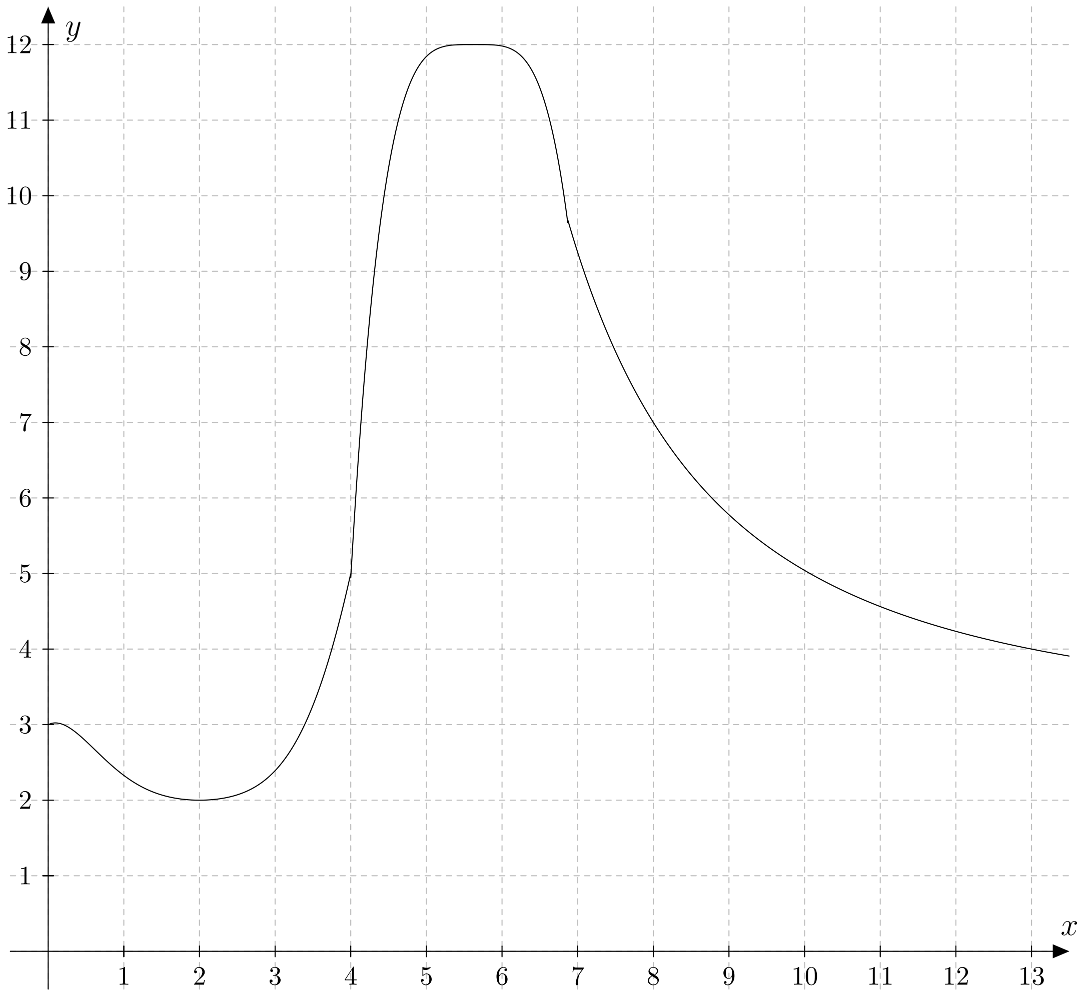
On suppose maintenant que $f(x)$ représente l'altitude (en mètres, par rapport au niveau de la mer) atteinte par un plongeur en fonction du temps x (en secondes).

d) Interpréter les valeurs trouvées ci-dessus par une phrase.

e) Après combien de temps est-il remonté à la surface ?

f) Est-il remonté directement à la surface ?

2.5 On a tracé ci-dessous le graphe d'une fonction f.



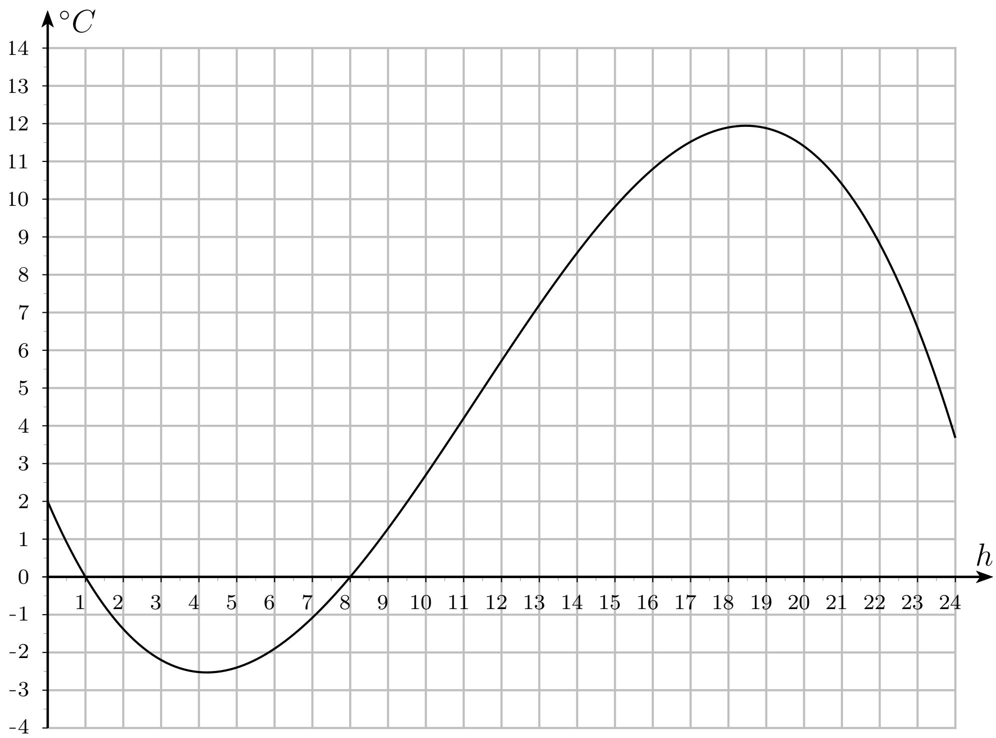
Déterminer graphiquement :

a) l'ordonnée à l'origine ;
b) la valeur maximale de $f(x)$;
c) les coordonnées du minimum de la fonction ;
d) les solutions de l'équation $f(x) = 5$.

On suppose maintenant que $f(x)$ représente la force du vent (sur l'échelle de Beaufort) d'un typhon en fonction de la distance x (en dizaine de mètres) du centre du typhon.

Interpréter les valeurs trouvées ci-dessus par une phrase.

2.6 Le graphe ci-dessous représente la température en degrés Celsius dans une ville lors d'une journée d'un mois d'automne.



a) A quel(s) moment(s) durant cette journée la température a-t-elle été de zéro degré ?

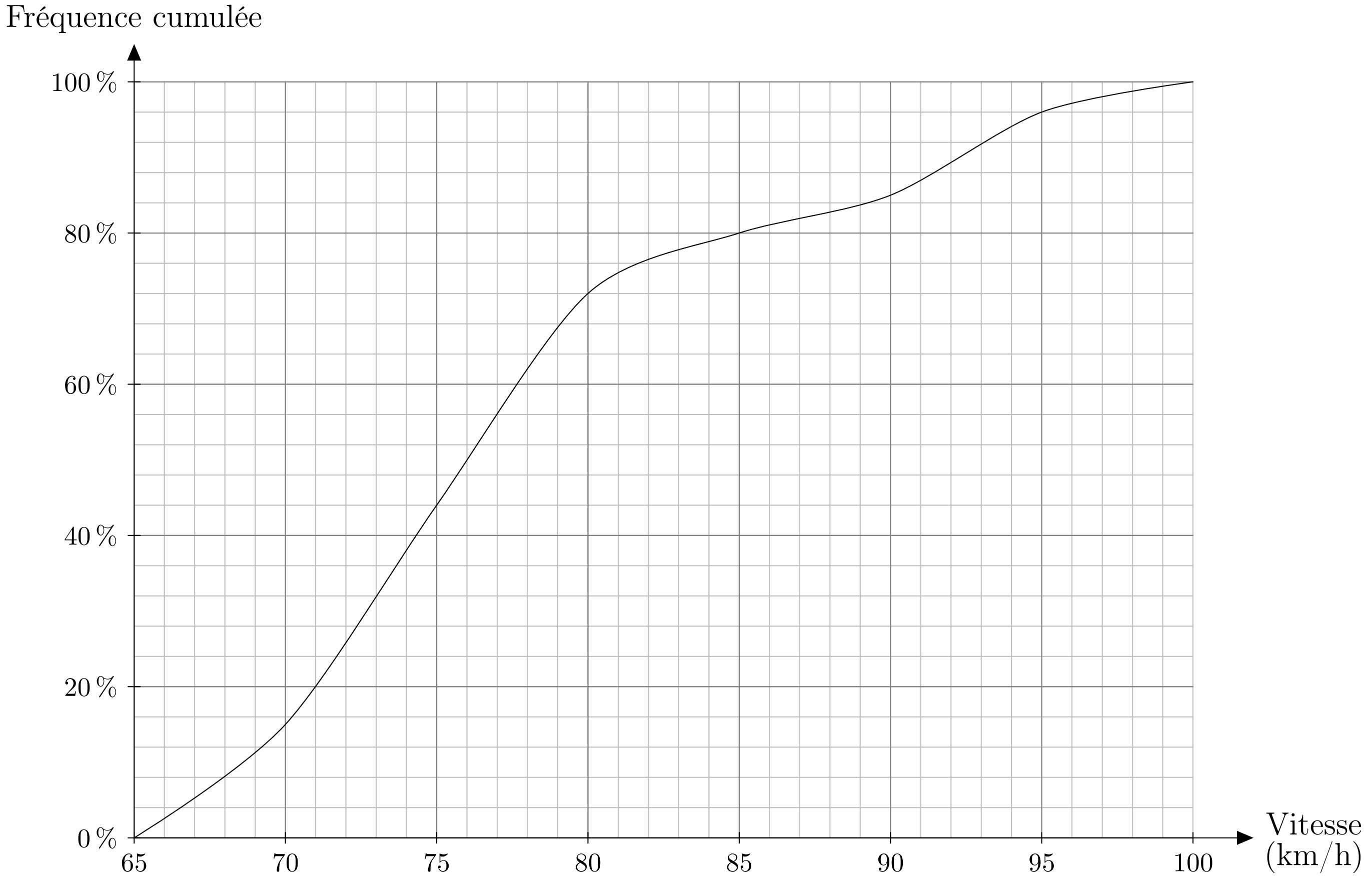
b) Quelle a été la température maximale atteinte cette journée-là ?

c) On considère généralement que les routes deviennent glissantes lorsque la température est inférieure à 3 degrés. Selon cette information, pendant quel intervalle de temps les routes de cette ville ont-elles été considérées comme glissantes ?

d) A partir de quelle heure la température a-t-elle commencé à augmenter ?
Et jusqu'à quelle heure ?

2.7 Sur une route limitée à 80 km/h, on a relevé la vitesse d'un grand nombre de véhicules.
On a représenté ci-dessous la courbe des fréquences cumulées de ces données.

<u>*Rappel :*</u> *$f(x)$ représente le pourcentage de véhicules dont la vitesse mesurée est inférieure ou égale à x.*



a) Quel pourcentage de véhicules roulent à une vitesse autorisée sur cette route ?

b) Quelle proportion de véhicules roulent entre 90 et 95 km/h ?

c) Quel pourcentage de véhicule font un excès de vitesse de plus de 15 km/h ?

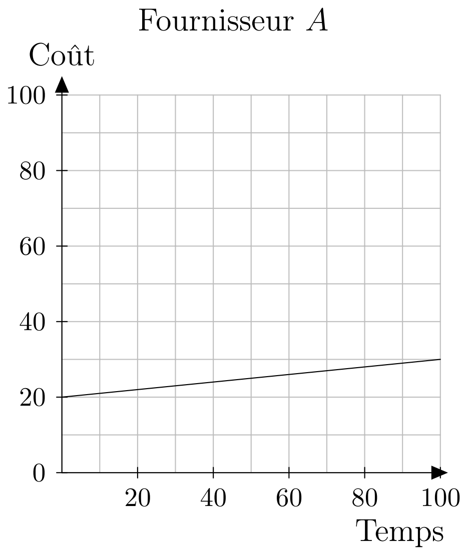
d) Quelle proportion de véhicules roulent à une vitesse s'écartant de plus de 10 km/h de la vitesse autorisée ?

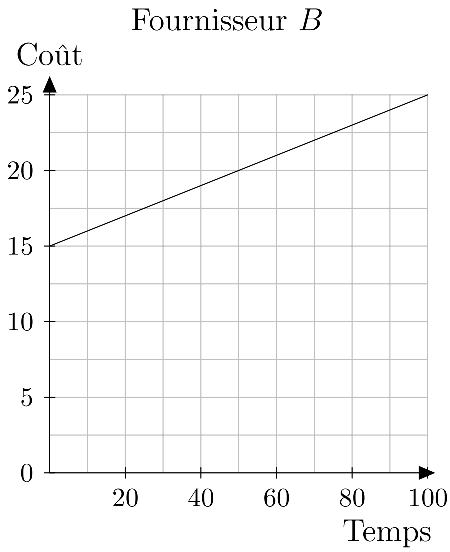
e) A quelle vitesse au maximum roule un véhicule qui fait partie des 20% les plus lents ?

2.8 a) Les deux graphiques ci-dessous représentent le prix (en francs) d'un abonnement de téléphone mobile en fonction du temps (en minutes) de communication par mois, chez deux fournisseurs différents.

Chez quel fournisseur le prix de base de l'abonnement est-il le moins cher ?

Et chez quel fournisseur la minute de communication est-elle la moins chère ?

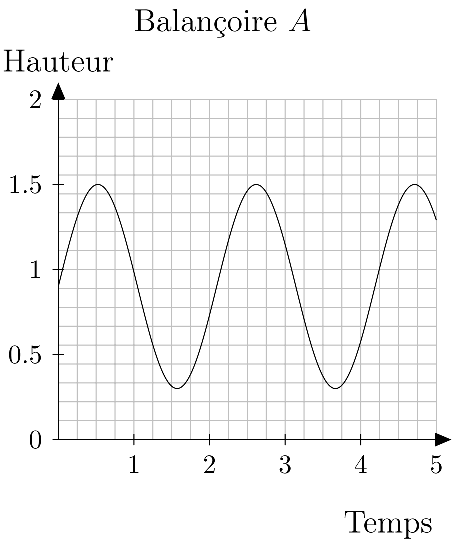


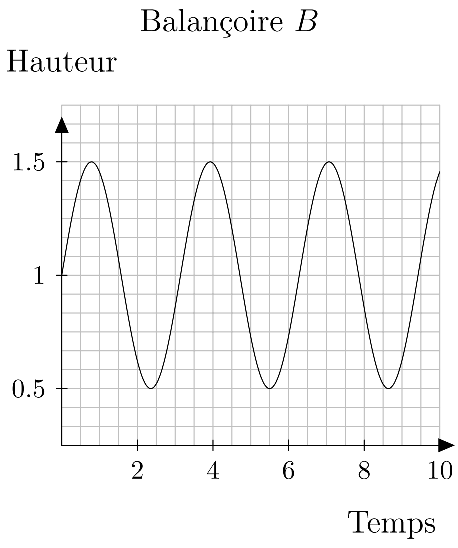


b) Les deux graphiques ci-dessous représentent la hauteur d'un enfant (en mètres) sur une balançoire en fonction du temps (en secondes).

Sur quelle balançoire l'enfant va-t-il le plus haut ?

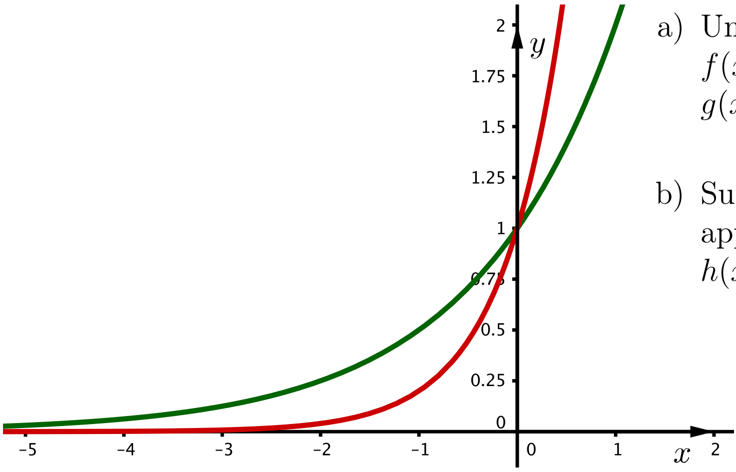
Sur quelle balançoire l'enfant fait-il le plus d'aller-retours par minute ?





Fonctions exponentielles

2.9

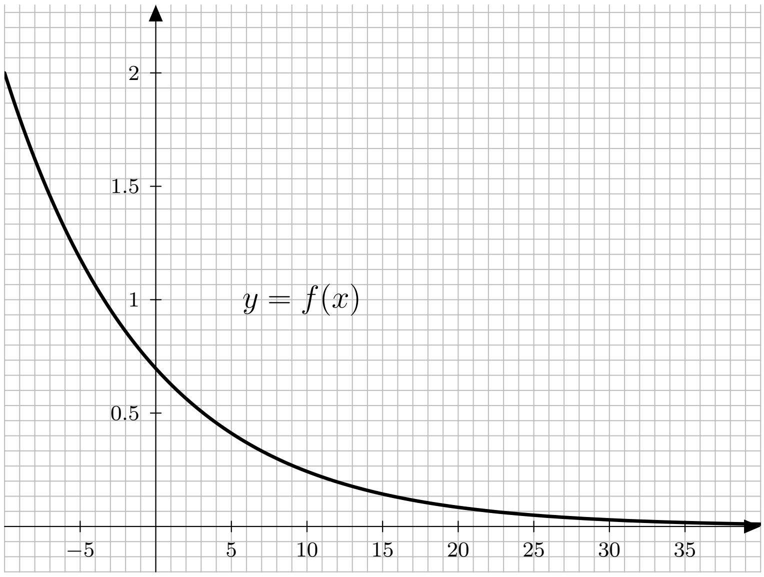


a) Une courbe de ce graphique représente $f(x) = 2^x$, l'autre courbe représente $g(x) = 5^x$. Déterminer qui est qui.

b) Sur ce même graphique, représenter approximativement la fonction $h(x) = 4^x$.

2.10 On a tracé ci-dessous une partie du graphe d'une fonction f représentant la quantité de glace (en décilitres) dans un verre de granita en fonction du temps x (en minutes).

On suppose que le verre a été acheté il y a 10 minutes et qu'en ce moment précis, $x = 0$.



a) Quelle quantité de glace y a-t-il en ce moment dans le verre ?

b) Quelle quantité de glace y avait-il dans le verre au moment de son achat ?

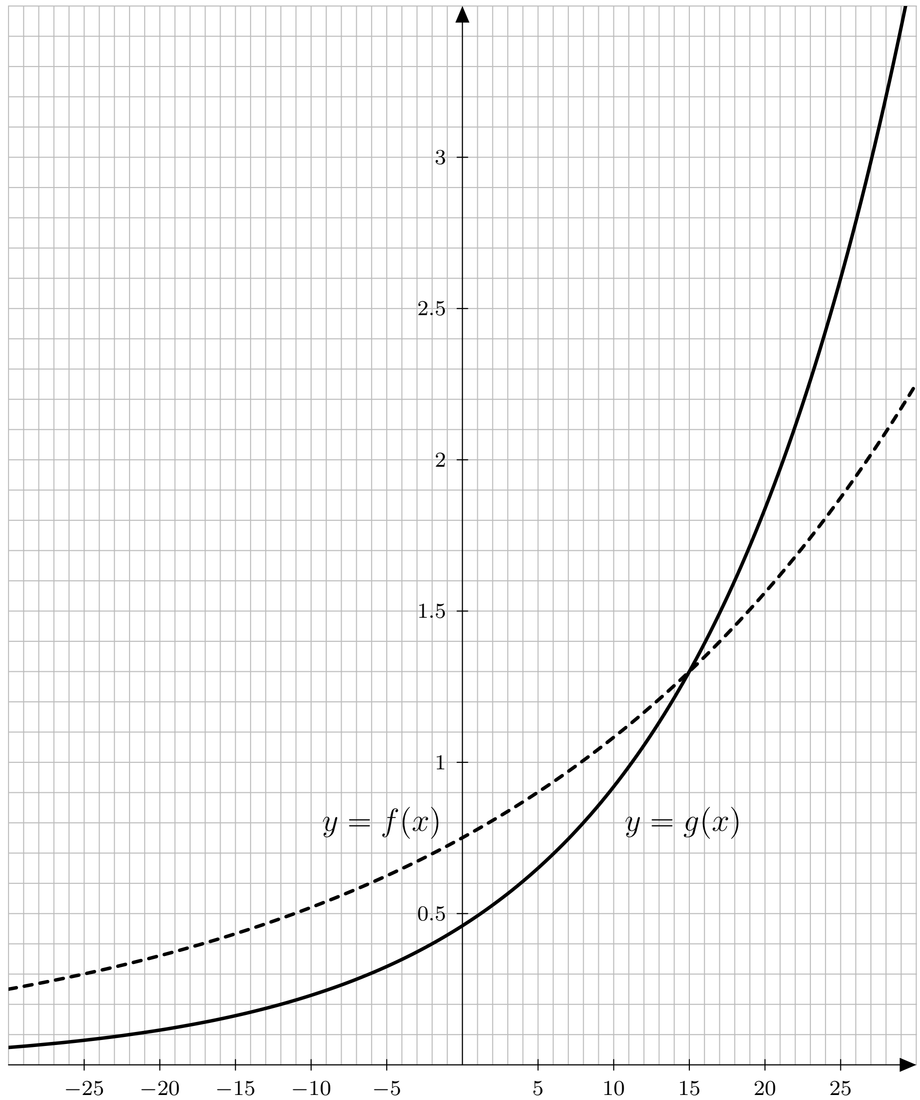
c) La fonction f est-elle croissante ou décroissante ? Interpréter cette réponse dans le contexte du verre de granita.

d) De quelle valeur se rapproche $f(x)$ lorsque x devient de plus en plus grand ? Interpréter cette réponse dans le contexte du verre de granita.

2.11 On a tracé ci-dessous une partie du graphe de deux fonctions.

La fonction f, tracée en traitillés, représente la population (en millions) d'un pays A en fonction du temps x (en années).
La fonction g, en trait plein, représente la population (en millions) d'un autre pays B, également en fonction du temps x.

La valeur $x = 0$ correspond à la situation au premier janvier 2000.



a) Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine de chacune de ces fonctions. Interpréter le résultat obtenu dans ce contexte.

b) Quel pays avait la plus grande population en 2010 ? Quelles valeurs permettent de l'affirmer ?

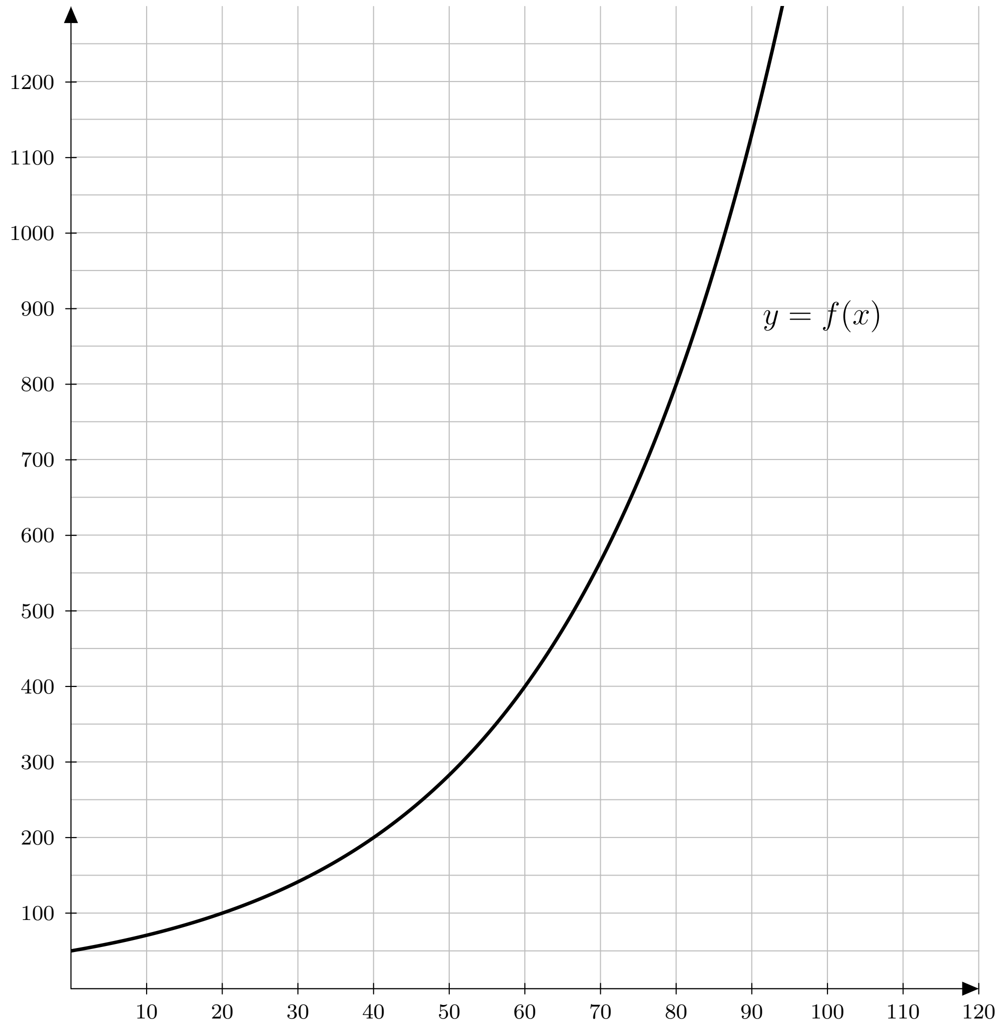
c) Quelle fonction croît le plus rapidement ? Qu'est-ce que cela signifie dans ce contexte ?

d) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. Interpréter le résultat.

e) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$. Interpréter le résultat.

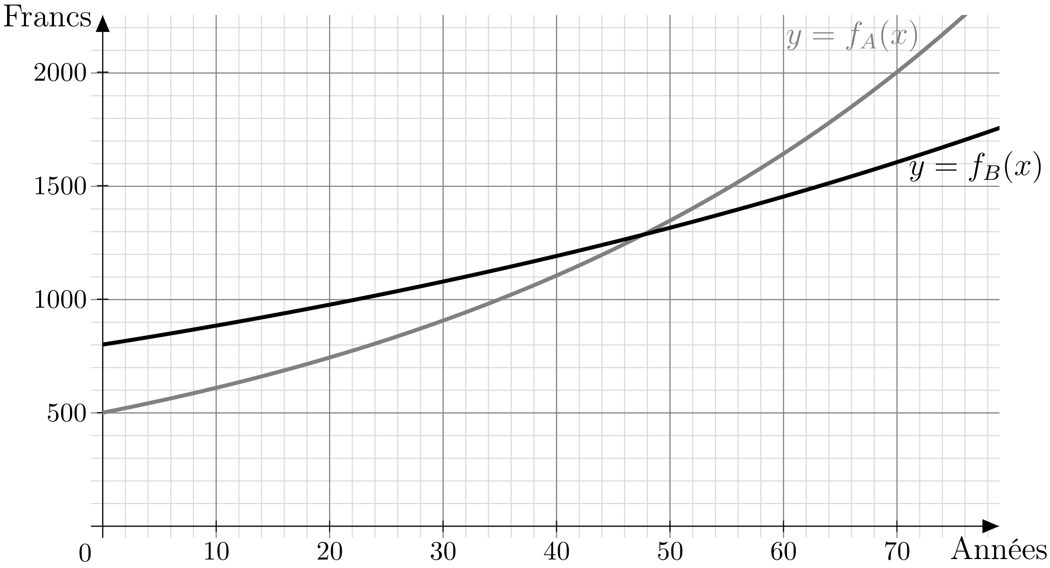
2.12 Un biologiste étudie l'évolution d'une population de bactéries placées dans une culture.
Ces bactéries vont se reproduire par division cellulaire, c'est-à-dire que chaque bactérie va se diviser pour former deux bactéries identiques, et ceci à intervalle régulier.

La fonction f, tracée ci-dessous, représente le nombre de bactéries présentes dans la culture du biologiste en fonction du temps (en minutes) écoulé depuis le début de l'expérience, à 8h du matin.



a) Combien y avait-il de bactéries dans sa culture au début de l'expérience ?
b) Sachant qu'il y a actuellement 700 bactéries dans la culture, déterminer approximativement l'heure qu'il est.
c) Après combien de temps le nombre de bactéries a-t-il doublé ? Quadruplé ?
d) D'après ce graphique, a quel intervalle de temps intervient la division cellulaire ?

2.13 Les deux graphes ci-dessous représentent l'évolution du capital de deux comptes A et B en fonction des années depuis l'ouverture de ces comptes.



a) Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine de chacune de ces fonctions. Interpréter ces réponses.

b) Résoudre graphiquement l'équation $f_A(x) = f_B(x)$.
Interpréter la réponse.

c) Combien d'années faut-il pour que le capital placé sur le compte A dépasse celui du compte B ?

d) Combien y a-t-il d'argent sur chaque compte après 20 ans ?
A quoi correspondent ces valeurs par rapport aux fonctions f_A et f_B ?

e) Combien faut-il d'années à chaque placement pour que le capital double ?

Solutions des exercices

2.1

a) $x = 0$ et $x = 2$

b) $S \cong \{0.5\,;\,1.5\}$

c) Max $(1\,;\,5)$

Interprétations :

a) La balle était au niveau du sol au moment du lancer, et après 2 secondes.

b) La balle était à 4 mètres de hauteur après environ une demi-seconde, et après environ 1 seconde et demi.

c) La balle a atteint son point le plus haut après 1 seconde. Elle était alors à 5 mètres de hauteur.

2.2

a) $f(0) \cong 4.3$

b) $f(3) \cong 3.2$

c) $S = \{1\,;\,4\,;\,6\}$

d) min $(\sim 5.2\,;\,\sim 0.4)$

e) $x = 0$

Interprétations :

a) A midi, l'intensité de la pluie était de 4.3 mm/h.

b) A 15 heures, l'intensité de la pluie était de 3.2 mm/h.

c) Les moments où l'intensité était de 2 mm/h sont : à 13h, à 16h et à 18h.

d) Le moment où il a plu le moins fort était à 17h10. A ce moment, il a plu à 0.4 mm/h.

e) Le moment où la pluie était la plus forte était à midi.

2.3

a) ~ 70

b) ~ -40

c) $S = \{\, -3\,;\, 1\,;\, 4\,;\, 6 \,\}$

d) ~ -1.6

e) ~ -180

Interprétations :

f)
- Au début de l'année 2010, le bénéfice était d'environ 70'000 francs.
- Au début de l'année 2012, le bénéfice était d'environ -40'000 francs, soit une perte de 40'000 francs.
- Au début des années 2007, 2011, 2014 et 2016, le bilan financier était à zéro. L'entreprise n'avait donc ni bénéfice, ni perte.
- Le bénéfice de l'entreprise était maximal vers l'été 2008.
- La perte la plus grande de l'entreprise était de 180'000 francs.

g) Elle a été déficitaire durant les années 2011, 2012, 2013 et 2016.

h) Oui, le bénéfice était positif durant cette année.

i) Même s'il était négatif, il était en croissance (en augmentation).

2.4

a) $f(1) = -5$

b) $\min(3\,;\, -9)$

c) $S \cong \{\, 1.6\,;\, 3.5 \,\}$

d) a) Après 1 seconde, le plongeur était à 5 mètres de profondeur.
b) Le plongeur était au point le plus bas après 3 secondes ; il était alors à 9 mètres de profondeur.
c) Le plongeur était à 7 mètres de profondeur à deux moments : après 1.6 secondes et après 3.5 secondes.

e) Après 6 secondes.

f) Non, il est redescendu un peu après 5 secondes, lorsqu'il était à 1 mètre de profondeur.

2.5

a) $f(0) = 3\,;$

b) 12

c) $\min(2\,;\,2)$

d) $S = \{\,4\,;\,10\,\}$

Interprétations :

a) La force du vent au centre du typhon vaut 3.

b) La force du vent vaut au maximum 12.

c) La force du vent est minimale à 20 mètres du centre du typhon. Elle vaut alors 2.

d) La force du vent vaut 5 à deux endroits dans le typhon : à 40 mètres du centre et à 100 mètres du centre.

2.6

a) Il a fait 0 degré à 1h du matin et à 8h du matin.

b) La température maximale a été de 12 degrés.

c) Les routes ont été glissantes de minuit à environ 10 heures et quart.

d) La température a augmenté entre 4h du matin et 18h30 environ.

2.7

a) $\sim 72\%$, car $f(80) \cong 72$.

b) $\sim 10\%$, car $f(95) - f(90) \cong 96 - 86 = 10$.

c) $\sim 4\%$, car $100 - f(95) \cong 100 - 96 = 4$.

d) $\sim 29\%$, car $(100 - f(90)) + f(70) \cong (100 - 86) + 15 = 29$.

e) A 71 km/h, car $f(71) \cong 20$.

2.8

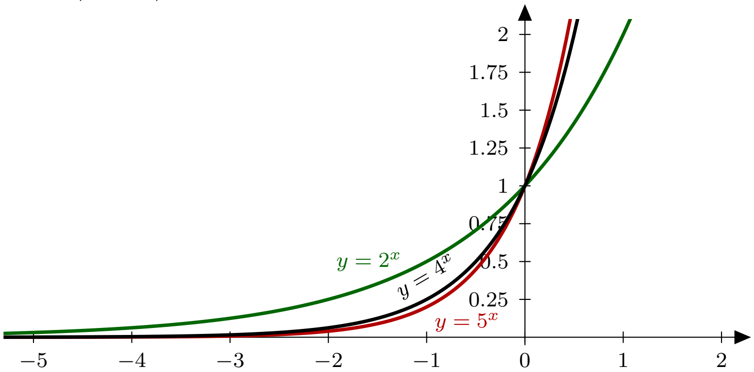
a) Le prix de base est moins cher chez le fournisseur B.

La minute de communication est le même prix chez les deux fournisseurs.

b) La hauteur maximale est la même sur les deux balançoires.

La fréquence est plus élevée sur la balançoire A.

2.9 a) et b)



2.10

a) ~ 0.7 dl $=$ 70 ml

b) 2 dl

c) Décroissante. La quantité de glace diminue au fil du temps.

d) $f(x)$ se rapproche de 0. Plus on attend et plus la quantité de glace se rapproche de zéro. Si on attend suffisamment longtemps, il ne devrait plus y avoir de glace du tout.

2.11

a) $f(0) \cong 0.75$ et $g(0) \cong 0.47$.

Au début de l'année 2000, le pays A comptait environ 750'000 habitants et le pays B en comptait environ 470'000.

b) C'est le pays A, car $f(10) \cong 1.1$ et $g(10) \cong 0.9$. $f(10)$ est donc plus grand que $g(10)$.

c) C'est la fonction g. La population du pays B augmente plus rapidement que celle du pays A.

d) $S = \{15\}$. En début 2015, les populations des deux pays étaient égales.

e) $S =]15; 30[$. La population du pays A est inférieure à celle du pays B à partir de 2015.

2.12

a) $f(0) = 50$ donc il y avait 50 bactéries au début de l'expérience.

b) La solution de l'équation $f(x) = 700$ vaut un peu plus de 75. Il est donc un peu plus de 9 heures et quart.

c) Le nombre de bactéries a doublé après 20 minutes, et quadruplé après 40 minutes.

d) Toutes les 20 minutes puisque c'est le temps qu'il faut pour que leur nombre ait doublé.

2.13

a) $f_A(0) = 500$ et $f_B(0) = 800$.

Au début du placement, on dépose 500 francs sur le compte A et 800 francs sur le compte B.

b) $S = \{\sim 47\}$

c) 47 ans

Après 47 ans, il y a autant sur le compte A que sur le compte B.

d) Après 20 ans, il y a environ 750 francs sur le compte A, car $f_A(20) \cong 750$, et environ 980 francs sur le compte B, car $f_B(20) \cong 980$.

e) Il faut environ 35 ans pour le compte A, car $f_A(35) \cong 2 * f_A(0)$, et environ 70 ans pour le compte B, car $f_B(70) \cong 2 * f_B(0)$.

Chapitre 3

Statistiques

Statistiques descriptives

3.1 Dans chaque situation exposée ci-dessous,

a) décrire la population étudiée ;
b) décrire l'échantillon ;
c) nommer la variable étudiée ;
d) décrire l'ensemble des catégories ou des valeurs de la variable ;
e) donner le type de variable étudiée.

Situation 1
On effectue un sondage auprès de 500 habitants de la ville de Lausanne pour connaître leur chaîne de télévision favorite.

Situation 2
Dans une étude portant sur l'évolution de la situation économique en Suisse de 2000 à 2010, on s'intéresse au taux de chômage annuel de cette décennie.

Situation 3
Afin de déterminer le profil socioéconomique des ménages de la ville de Genève, on a noté le nombre d'enfants par ménage pour un échantillon de 380 ménages.

Situation 4
Selon les données du recensement helvétique de l'an 2000, à la question « Quelle est la langue dans laquelle vous pensez et que vous savez le mieux ? »,

– 63.7% de la population a répondu « l'allemand » ;
– 20.4% de la population a répondu « le français » ;
– 6.5% de la population a répondu « l'italien » ;
– 0.5% de la population a répondu « le romanche » ;
– et 9.0% de la population a cité une langue non nationale ;

3.2 Donner le type de chacune des variables suivantes :

a) La superficie des lacs de Suisse.

b) Le pays d'origine des touristes qui visitent la Suisse.

c) Le nombre d'étudiants dans les gymnases vaudois.

d) La longueur d'un crayon

e) Prenez-vous le train chaque semaine ?

   (a) Oui

   (b) Non

f) Ressentez-vous du stress avant de prendre l'avion ?

   (a) Toujours

   (b) Souvent

   (c) Parfois

   (d) Rarement

   (e) Jamais

3.3 Pour chaque question, indiquer le type de variable et l'échelle de mesure.

a) Avez-vous au moins une note insuffisante dans votre bulletin semestriel ?
1. Non 2. Oui

b) Combien de notes insuffisantes avez-vous dans votre bulletin semestriel ?
1. 0 2. 1 3. 2 ou 3 4. 4 et plus

c) Combien de note insuffisante avez-vous dans votre bulletin semestriel ?

d) Quel est votre taux d'échec au semestre ?

$$\left(\text{taux d'échec} = \frac{\text{Nombre de notes insuffisantes}}{\text{Nombre total de notes}}\right)$$

1. 0% 2. De 1% à 15.9% 3. De 16% à 49.9% 4. 50% et plus

e) Quel est votre taux d'échec au semestre ?

f) Dans quelle mesure êtes-vous d'accord avec l'affirmation « Les élèves ayant plus de quatre notes insuffisantes en fin de première année devraient arrêter leurs études gymnasiales ».
1. Fortement en désaccord 2. En désaccord 3. Plutôt d'accord 4. Totalement d'accord

g) Quelle est votre année de naissance ?

3.4 Dans le bulletin météo du journal local, on trouve notamment pour chaque jour de la semaine l'heure du lever du soleil et la vitesse des vents. Indiquer le type de chacune des deux variables et l'échelle de mesure qui lui est associée.

3.5 D'après l'office fédéral de la statistique, les blessés légers victimes d'accidents de la route en 2013 se répartissent par moyen de locomotion de la façon suivante :

Moyen de locomotion	**Blessés légers**
Voiture de tourisme	9570
Motocycle	2479
Bicyclette	2435
Piétons	1570
Autres	1196

a) Représenter cette situation à l'aide d'un diagramme circulaire.

b) Faire de même à l'aide d'un diagramme en barres.

c) Peut-on déduire de ces chiffres qu'il est moins dangereux de se déplacer en moto plutôt qu'en voiture ?

3.6 Le nombre de véhicules à moteur mis en circulation en Suisse en 2011 est donné par catégorie dans le tableau suivant :

Catégorie	Nombre
Voitures de tourisme	327'955
Véhicules de transport de personnes	3'950
Véhicules de transport de choses	33'119
Véhicules agricoles	3'714
Véhicules industriels	4'006
Motocycles	48'133
Total des véhicules	420'875

Source : Office fédéral de la statistique, site web Statistique suisse 2012

Représenter ces données graphiquement par un diagramme à rectangles horizontaux et par un diagramme circulaire. Laquelle de ces deux représentations est-elle la plus appropriée ?

3.7 Lors d'un sondage, on a demandé à 820 citoyens suisses leur opinion sur les accords bilatéraux Suisse-UE. Les réponses se répartissent comme suit.

Répartition de .... **selon** ....

Utilité	**Effectifs**	**Pourcentage**
Très utiles	95	
Utiles	342	
Nuisibles	210	
Très nuisibles	46	
Sans opinion	127	
Total		

a) Décrire la population étudiée, nommer la variable considérée et le type d'échelle de mesure.

b) Compléter le tableau de distribution ci-dessus ainsi que son titre.

c) Représenter graphiquement la distribution par un diagramme approprié au type de variable.

d) Calculer le taux de confiance en ces accords, soit le pourcentage de personnes qui estiment les accords bilatéraux utiles ou très utiles.

3.8 Donner la première des classes qui permettraient de grouper une série de 36 données, précises au centième, sachant que la plus petite valeur est 2,65 et la plus grande 18,45.

3.9 On désire grouper en classes les revenus de 80 stagiaires. Le plus petit revenu est de 252 francs et le plus grand de 937 francs. Donner la première classe de la distribution des revenus.

3.10 On a récolté les données suivantes :

314	473	500	812	566	212	606	935	247	474	993	432
262	1080	972	383	975	978	366	322	638	570	1094	270
813	227	950	1030	776	503	398	398	755	650	1008	711
563	930	1054	836	631	519	1019	299	1032	500	918	979
570	592	1023	859	759	990	964	598	1097	803	998	337

a) Grouper les données en 6 classes de largeur 150 ([200 ;350[, [350 ;500[, etc.) et dresser un tableau de distribution.

b) Construire l'histogramme et le polygone des fréquences.

3.11 Sur une route où la vitesse est limitée à 80 km/h, on a mesuré la vitesse de 50 véhicules.

84	81	76	71	80	81	83	84	80	83
74	75	92	76	80	82	94	73	83	83
75	81	79	97	78	82	76	78	82	82
78	81	91	68	82	73	82	79	75	77
83	80	77	81	69	78	81	83	87	87

a) Grouper les données en classes **fermées à droites** et dresser un tableau de distribution.

b) Construire l'histogramme et le polygone des fréquences.

c) Compléter l'analyse suivante : « Une .... des véhicules respectent la limitation de vitesse de 80 km/h et ..... % roulent entre 80 et 85 km/h. En tenant compte d'une marge de tolérance de 5 km/h, ... % des véhicules sont amendables. »

d) Pourquoi a-t-on fermé les classes à droite dans ce contexte ?

3.12 Le tableau ci-dessous met en parallèle la distribution de l'âge des Suisses en 1860, lors du premier recensement, et en 2009.

Répartition de la population suisse en 1860 et 2009 selon l'âge.

Âge	**1860**		**2009**	
	Effectif	**Pourcentage**	**Effectif**	**Pourcentage**
] 0 ; 10]	518'538	20.6%	763'546	9.8%
] 10 ; 20]	476'347	18.9%	872'579	11.2%
] 20 ; 30]	429'507	17.1%	978'050	12.6%
] 30 ; 40]	362'978	14.4%	1'096'126	14.1%
] 40 ; 50]	287'564	11.4%	1'277'392	16.4%
] 50 ; 60]	230'276	9.2%	1'031'892	13.3%
] 60 ; 70]	138'932	5.5%	840'583	10.8%
] 70 ; 80]	59'549	2.4%	554'034	7.1%
] 80 ; 90]	11'095	0.4%	311'195	4.0%
90 et plus	610	0.0%	60'409	0.8%
Total	2'515'396	99.9% *	7'785'806	100.1% *

Source : Office fédéral de la statistique, site web Statistique suisse 2012.

*Les pourcentage totaux ne sont pas exactement égaux à 100% à cause des arrondis.

a) Quelle représentation graphique mettrait le mieux en évidence les différences de distribution des deux années étudiées ? Justifier la réponse.

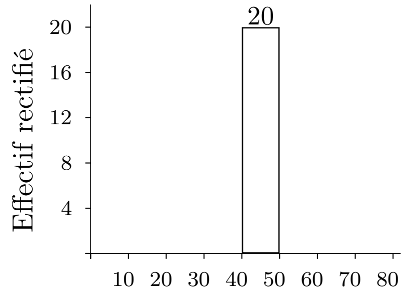
b) Représenter sur un même graphique le polygone des fréquences relatives de ces deux années.

c) Compléter le texte suivant :

« La population suisse a plus que .... entre 1860 et 2009 en passant de .... à presque .... d'habitants. En 1860, la population était très jeune : l'aire sous le polygone est plus grande avant ..... ans qu'après. A cette époque, seulement ....% des habitants avaient plus de 70 ans, contre ....% actuellement, soit une proportion ...... fois plus élevée. En 1860, le groupe des moins de 20 ans représentait près de ....% de la population contre ....% aujourd'hui, soit une proportion réduite de .... En 1860, la classe la plus représentée est celle des .... , avec ....% des habitants, alors qu'en 2009, c'est la classe des .... avec ....% des habitants. »

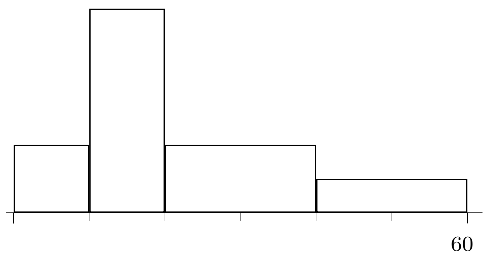
3.13 a) Compléter l'histogramme de la distribution suivante :

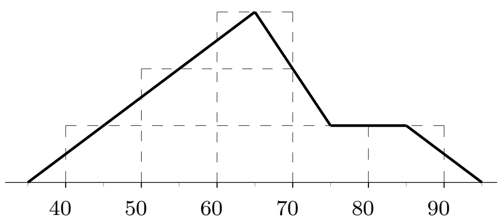
Amplitude	Classe	Effectif	Effectif rectifié
	[10 ; 40 [	12	
	[40 ; 50 [	20	
	[50 ; 60 [	18	
	[60 ; 80 [	10	
	Total	60	



b) Compléter le tableau de distribution en utilisant l'information donnée par l'histogramme.

	Pourcentage
[0 ; [	
[; [	
[; [	
[; 60 [	
Total	100%





c) Le polygone de fréquences ci-contre représente une distribution. Quel est le pourcentage des données ayant une valeur comprise entre 50 et 60 ?

3.14 Dans une usine, lors d'un contrôle qualité, le diamètre, en mm, de 50 boulons tirés au hasard dans la production a été mesuré. Les résultats suivants ont été obtenus.

Répartition de .... **selon** ....

Diamètre [mm]	**Effectifs**
$[21.5; 21.8[$	4
$[21.8; 21.9[$	6
$[21.9; 22.0[$	6
$[22.0; 22.1[$	13
$[22.1; 22.2[$	8
$[22.2; 22.3[$	7
$[22.3; 22.5[$	6
Total	50

a) Décrire la population étudiée, nommer la variable considérée, le type de la variable et l'échelle de mesure. Compléter le titre du tableau de distribution.

b) Représenter l'histogramme de ces données.

c) Représenter le polygone des fréquences cumulées.

d) Si la valeur nominale du diamètre des boulons est de 22 mm, calculer le pourcentage de boulons qui s'en écartent de plus de 0.3 mm ? Vérifier la cohérence du résultat sur le polygone des fréquences cumulées.

3.15 Déterminer la moyenne, la médiane et le mode ou la classe modale de chaque jeu de données.

a)

valeur	1	2	3	4	5	6
effectif	1	3	5	5	7	4

b) -0.5 0.1 0.9 0.3 0.2 -0.6 0 -1.0 0.7 -0.1

c)

classe	$[100; 200[$	$[200; 300[$	$[300; 400[$	$[400; 500[$
fréquence	32%	20%	12%	36%

d)

classe	$[0; 2[$	$[2; 3[$	$[3; 4[$	$[4; 5[$	$[5; 10[$
effectif	12	48	94	42	4

3.16 Un professeur de mathématiques recueille toutes les notes qu'il a mises dans une classe donnée et obtient le tableau de distribution suivant :

Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
Effectif	0	1	4	9	9	21	28	33	34	30	21

a) Décrire la variable statistique étudiée et donner son type.

b) Tracer l'histogramme de cette distribution.

c) Calculer le pourcentage associé à chacune des valeurs de ce tableau de distribution.

d) Donner le mode, la médiane et la moyenne.

3.17 Lors d'une journée de recrutement de l'armée, on a mesuré la taille en centimètres de 50 hommes âgés de 20 ans et reporté les mesures ci-dessous :

```
171.5 171.5 172.0 177.0 171.0 169.5 176.0 174.5 170.5 175.0 173.5
172.5 172.0 173.0 175.5 176.5 173.0 173.5 171.0 169.5 173.5 171.0
174.0 166.0 173.5 168.0 177.0 170.0 175.0 167.5 176.5 172.5 177.0
172.5 179.5 168.0 175.0 174.0 178.5 167.0 170.5 176.0 172.0 177.0
174.0 171.0 179.0 176.0 170.0 170.0
```

a) Décrire la variable statistique étudiée et donner son type.

b) Grouper les données en 7 classes de deux centimètres de large, comprises entre 166 cm et 180 cm, calculer l'effectif, la fréquence et la fréquence cumulée pour chaque classe.

c) Tracer l'histogramme de cette distribution et tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes.

d) Donner la classe modale, la médiane et la moyenne, en utilisant les classes créées précédemment.

3.18 La taille moyenne de 41 250 000 adultes d'un pays est de 1,67 m. Si l'on sait de plus que, dans ce pays, la taille moyenne des femmes est de 1,61 m et celle des hommes de 1,74 m, de combien le nombre de femmes dépasse-t-il le nombre d'hommes ?

3.19 Le prof de maths m'a dit : « Finalement, vous avez 4.5 de moyenne sur les cinq notes de l'année ». Sachant que mes quatre premières notes étaient 5.2, 3.1, 4.4 et 4.2, calculer la cinquième note.

3.20 En utilisant le tableau de distribution de l'exercice 3.12, page 47,

a) Calculer l'âge moyen de la population suisse en 1860 et en 2009 et représenter chaque moyenne par un triangle sous l'axe des âges des polygones de fréquences construits au point b) de l'exercice 3.12.

b) Calculer l'âge médian de la population suisse en 1860 et en 2009 et marquer chaque médiane par une barre verticale sur le graphique précédent.

c) Déterminer la classe modale de l'âge de la population suisse en 1860 et en 2009. Cette notion est-elle représentative dans le cas étudié ? Justifier la réponse

d) Pourquoi l'âge moyen et l'âge médian de l'année 1860 sont-ils différents ? Pourquoi l'âge moyen et l'âge médian de l'année 2009 sont-ils presque égaux ?

e) Que peut-on conclure en comparant les âges moyens et médians des années 1860 et 2009 ?

3.21 En utilisant le tableau de distribution de l'exercice 3.14, page 49,

a) Calculer le diamètre moyen des boulons et représenter la moyenne par un triangle sous l'axe horizontal de l'histogramme construit au point b) de l'exercice 3.14.

b) Estimer la valeur de la médiane à l'aide du polygone des fréquences cumulées construit au point b) de l'exercice 3.14. Calculer de diamètre médian et vérifier sa proximité avec la valeur estimée. Marquer cette valeur par une barre verticale sur l'histogramme.

c) Déterminer la classe modale. Cette notion est-elle représentative ici ? Justifier la réponse.

d) Que peut-on conclure en comparant la moyenne, la médiane et la classe modale sur la forme de la distribution des diamètres des boulons ?

3.22 Déterminer la variance et l'écart-type de chaque jeu de données.

a)

valeur	1	2	3	4	5	6
effectif	1	3	5	5	7	4

b) -0.5 0.1 0.9 0.3 0.2 -0.6 0 -1.0 0.7 -0.1

c)

classe	[100; 200[	[200; 300[	[300; 400[	[400; 500[
fréquence	32%	20%	12%	36%

d)

classe	[0; 2[	[2; 3[	[3; 4[	[4; 5[	[5; 10[
effectif	12	48	94	42	4

3.23 On a mesuré la vitesse de 50 véhicules :

Vitesse	Effectif
$[65; 70[$	2
$[70; 75[$	7
$[75; 80[$	15
$[80; 85[$	20
$[85; 90[$	2
$[90; 95[$	3
$[95; 100[$	1

a) Décrire la variable statistique étudiée et donner son type.

b) Trouver la classe modale.

c) Calculer le pourcentage associé à chacune des valeurs de ce tableau de distribution.

d) Tracer l'histogramme de cette distribution.

e) Calculer les fréquences cumulées.

f) Tracer le polygone des fréquences cumulées.

g) Calculer la moyenne et l'écart-type de cette distribution.

3.24

a) Une série A représente l'âge des cinq membres d'une famille et une série B celui des élèves d'une classe de gymnase. Laquelle des deux séries aura le plus grand écart-type ?

b) Un professeur de mathématiques fait passer un travail dans deux classes. Les deux groupes obtiennent la même moyenne, mais l'écart-type de la première classe est plus grand que celui de la seconde. Dans quelle classe peut-on dire que les élèves ont à peu près tous le même niveau sur ce sujet ?

c) Dans une région aride du globe, on enregistre les précipitations quotidiennes, en mm, durant 60 jours consécutifs. La moyenne des 60 données est de 0. Quelle est la valeur de l'écart-type ?

d) Dans une classe de première année de gymnase, la moyenne d'âge est de 16,16 ans, avec un écart-type de 0,76 an. Si les élèves de cette classes restent les mêmes, que vaudront la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type s en troisième année ?

e) Vrai ou faux ? Toutes les données d'une distribution dont la moyenne est 70 et l'écart-type 10 sont comprises entre 60 et 80.

3.25 Un maître rend un test dans une classe de 22 élèves en disant : « La moyenne de la classe est de 4.20 avec un écart-type de 0.83 ». Donner une interprétation de ces informations.

3.26 Au laboratoire de physique, une série de mesures de l'accélération de la pesanteur terrestre a donné les résultats suivants : 9.95 9.85 10.13 9.69 9.47 9.98 9.87 9.46 10.00.
Calculer la moyenne et l'écart-type de ces résultats et interpréter.

3.27 En reprenant les données du tableau de distribution de l'exercice 3.23, page 52,

a) Calculer une approximation de la vitesse moyenne et de l'écart-type et interpréter.

b) Les données sont-elles homogènes ?

3.28 Deux enseignants, l'un travaillant en Suisse où les tests sont notés de 1 à 6 et l'autre travaillant en France où les tests sont notés de 0 à 20, discutent de leur classe.
L'enseignant suisse constate que sa classe a une moyenne de 4.1 avec un écart type de 1.2.
L'enseignant français constate que sa classe a une moyenne de 12.5 avec un écart type de 5.3.

a) Si x est une note attribuée dans le système français et y une note attribuée dans le système suisse, déterminer la relation entre x et y qui permet de transposer les notes d'un système à l'autre.

b) Si on compare les moyennes des ces deux classes, laquelle est la meilleure ?

c) Pourquoi le coefficient de variation $\dfrac{\sigma}{\bar{x}}$ ne permet-il pas de mesurer l'homogénéité des résultats de ces classes ?

d) Quelle est la classe la plus homogène ? Justifier la réponse par un calcul adéquat à définir.

3.29 Déterminer la médiane $\tilde{x}$ et les quartiles Q_1 et Q_3 de chaque jeu de données, puis représenter les données sous la forme d'un boxplot.

a)

1	3	6	6	3	4	1
2	1	2	5	2	10	0
6	3	2	3	7	4	2

b)

valeur	-2	-1	0	1	2
effectif	18	10	15	12	5

c)

classe	$[140; 150[$	$[150; 160[$	$[160; 165[$	$[165; 170[$	$[170; 180[$
fréquence	10%	15%	40%	20%	15%

3.30 On reprend le tableau de distribution de l'exercice 3.16, page 50,

a) Calculer la variance et l'écart-type.

b) Calculer le premier quartile, la médiane et le troisième quartile.

c) Tracer la boîte à moustaches correspondante.

Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
Effectif	0	1	4	9	9	21	28	33	34	30	21

3.31 On reprend le tableau de distribution de l'exercice 3.17, page 50,

a) Calculer la variance et l'écart-type.

b) Calculer le premier quartile, la médiane et le troisième quartile.

c) Tracer la boîte à moustaches correspondante.

3.32 On reprend le tableau de distribution de l'exercice 3.23, page 52,

a) Calculer le premier quartile, la médiane et le troisième quartile.

b) Tracer la boîte à moustaches correspondante.

3.33 Voici les âges de 20 personnes qui se présentent au permis de conduire :

18	19	19	23	36	21	57	23	22	19
18	18	20	21	19	26	32	19	21	20

a) Donner le type de la variable étudiée.

b) Calculer la moyenne, la médiane et le mode de cette série statistique. Quelle est le paramètre de position le plus approprié ?

c) Quel est le pourcentage de personnes de 25 ans au plus qui se présentent à l'examen ?

d) Quel est la cote z du candidat le plus âgé ? Interpréter le résultat.

e) Quel âge aurait un candidat avec un score $z = -1$? Est-ce possible ?

3.34 Trois élèves se disputent le prix du meilleur financement de la semaine spéciale dans une école :

— Edgar a vendu 85 tablettes de chocolat, alors que la moyenne de vente est de 52 tablettes par élève avec un écart-type de 13 tablettes.

— Faustine a vendu 25 arrangements de fleurs, avec une moyenne de 12 arrangements et un écart-type de 6.

— Georges a vendu 75 abonnements au journal de l'école, avec une moyenne de 47 abonnements et un écart-type de 10.

Qui mérite le prix ?

3.35 Voici la durée d'hospitalisation en jours de 40 bébés nés à terme :

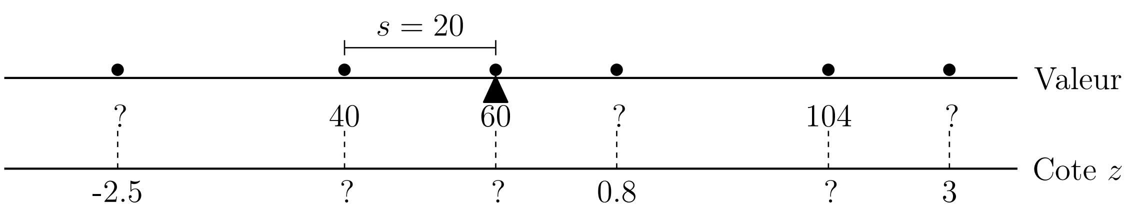
2	1	7	1	33	2	2	3	4	3
4	3	3	10	9	2	5	4	3	3
20	6	2	4	5	2	1	3	3	4
4	2	3	4	3	2	3	4	2	3

a) Représenter cette distribution sous la forme d'une boîte à moustaches.

b) Quel est la cote z du bébé qui est resté 20 jours à l'hôpital ?

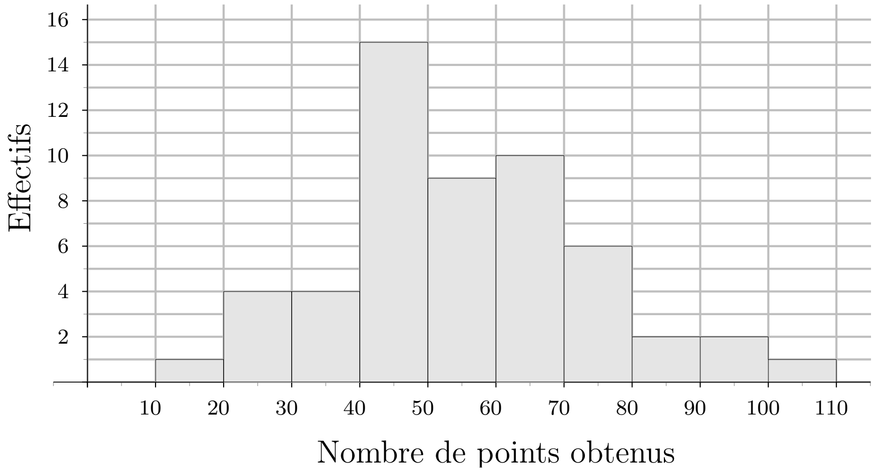
c) Calculer le pourcentage des bébés dont l'écart à la moyenne n'excède pas un écart-type. Quelle a été la durée de leur hospitalisation ?

3.36 À l'aide de l'information donnée pour chacun des points du pictogramme ci-dessous, déterminer, selon les cas, la valeur ou la cote z de chaque point du graphique.



3.37 Le nombre de points obtenus par les écoles de Suisse au concours de *Mathématiques sans Frontières* est représenté dans l'histogramme suivant :

Répartition de .... selon ....



a) Nommer précisément la variable étudiée, donner son type et le type d'échelle de mesure. Compléter le titre du graphique.

b) Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type σ de ces résultats et interpréter ces mesures. Marquer ces résultats sur le graphique de façon appropriée.

c) Quelle est la cote z d'une école ayant obtenu 110 points ?
Quelle est le nombre de points obtenus par une école qui présente une cote z égale à -2 ?

d) Les données sont-elles homogènes ? Justifier la réponse.

3.38 Le nombre d'heures de fonctionnement de 50 piles à combustible a été mesuré.

15	238	164	222	764	501	2	43	140	104
492	158	85	311	432	130	308	954	489	491
335	60	209	104	286	229	22	347	326	332
20	225	89	125	61	34	3	287	125	318
91	305	192	491	209	168	869	183	541	552

a) Regrouper ces données dans un tableau de distribution en formant des classes d'amplitude égale à 100 heures, avec une dernière classe ouverte « ≥ 600 » et représenter le polygone des fréquences correspondant.

b) A l'aide du tableau, estimer par calculs la moyenne et l'écart-type. Représenter sur le graphique la moyenne par un triangle et l'écart-type par un intervalle et interpréter.

c) En utilisant la moyenne et l'écart-type obtenus sous b), calculer la cote z des deux valeurs extrêmes. Interpréter et critiquer l'interprétation.

d) Représenter le polygone des fréquences cumulées.

e) Déterminer graphiquement les quartiles et interpréter.

f) La compagnie qui fabrique ces piles garantit leur durée de vie. Ainsi, si une pile achetée dure moins de a heures, la compagnie s'engage à la remplacer gratuitement. D'après cet échantillon, quelle doit être la valeur de a si le fabricant ne veut pas remplacer plus de 3% des piles vendues ?

Solutions des exercices

3.1

Situation 1

a) *Population :* tous les habitants de la ville de Lausanne.

b) *Echantillon :* les 500 habitants choisis parmi la population totale.

c) *Variable étudiée :* la chaîne de télévision préférée d'une personne.

d) *Ensemble des catégories :* les noms des chaînes que peuvent recevoir les habitants de la ville de Lausanne, pour autant qu'on les retiennent pour le sondage.

e) *Type de variable :* qualitative nominale.

Situation 2

a) *Population :* la situation économique de la Suisse durant les années comprises entre 2000 et 2010.

b) *Echantillon :* toute la population est étudiée ici, il n'y a pas d'échantillon.

c) *Variable étudiée :* le taux de chômage.

d) *Ensemble des catégories :* tous les pourcentages compris entre 0% et 100%.

e) *Type de variable :* quantitative continue.

Situation 3

a) *Population :* les ménages de la ville de Genève.

b) *Echantillon :* les 380 ménages sélectionnés.

c) *Variable étudiée :* le nombre d'enfants par ménage.

d) *Ensemble des catégories :* l'ensemble des nombres entiers inférieurs à 20, en tous cas !

e) *Type de variable :* quantitative discrète.

Situation 4

a) *Population :* la population suisse.

b) *Echantillon :* la quasi-totalité de la population suisse.

c) *Variable étudiée :* la première langue d'une personne.

d) *Liste des catégories :* « l'allemand », « le français », « l'italien », « le romanche », « autre langue ».

e) *Type de variable :* qualitative nominale.

3.2

a) C'est une variable quantitative continue.

b) C'est une variable qualitative nominale.

c) C'est une variable quantitative discrète.

d) C'est une variable quantitative continue.

e) C'est une variable qualitative nominale.

f) C'est une variable qualitative ordinale (les valeurs peuvent être classées).

3.3

a) Variable qualitative nominale ; échelle nominale.

b) Variable quantitative discrète ; échelle ordinale.

c) Variable quantitative discrète ; échelle de rapports.

d) Variable quantitative continue ; échelle ordinale.

e) Variable quantitative continue ; échelle de rapports.

f) Variable qualitative ordinale ; échelle ordinale.

g) Variable quantitative discrète ; échelle d'intervalle.

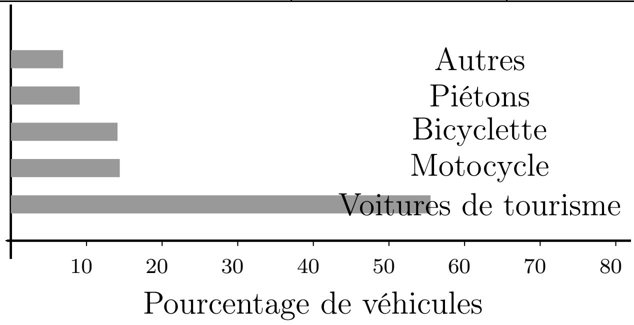
3.4

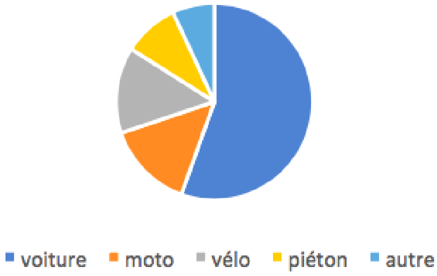
Heure du lever du soleil : variable quantitative continue ; échelle d'intervalle. La valeur 0h n'indique pas une absence de temps et diviser une heure par une autre n'a pas de sens.

Vitesse des vents : variable quantitative continue ; échelle de rapports. Toutes les opérations mathématiques peuvent être effectuées sur les données.

3.5

Moyen de locomotion	Blessés légers	Pourcentage	Angle
Voitures de tourisme	9570	55,5%	199,7°
Motocycle	2479	14,4%	51,7°
Bicyclette	2435	14,1%	50,8°
Piétons	1570	9,1%	32,8°
Autres	1196	6,9%	25 °
Total	17250	100%	360°



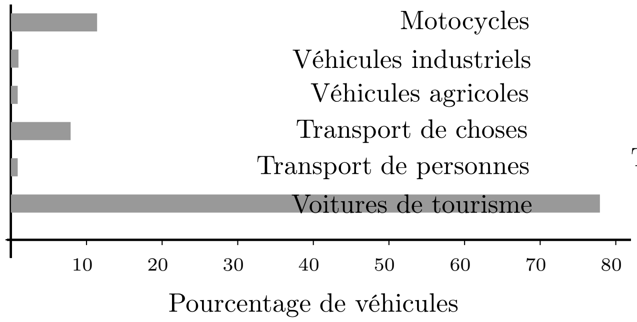


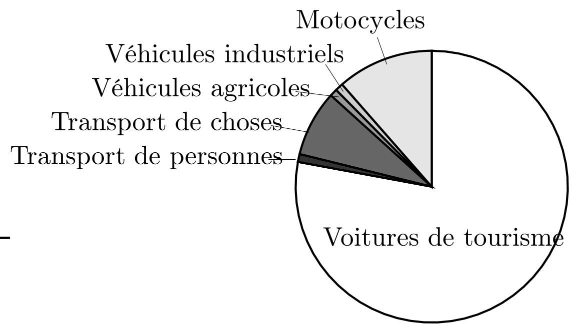
Non, on ne peut pas en déduire qu'il est moins dangereux de se déplacer en moto qu'en voiture car on ne sait pas le nombre total d'utilisateurs d'une voiture ou d'une moto. Il faudrait comparer les pourcentages relatifs et non absolus.

3.6

Répartition par catégorie des véhicules à moteur mis en circulation en CH en 2011.

Catégorie	Nombre	Pourcentage	Angle
Voitures de tourisme	327'955	77.9%	280.5°
Transport de personnes	3'950	0.9%	3.4°
Transport de choses	33'119	7.9%	28.3°
Véhicules agricoles	3'714	0.9%	3.2°
Véhicules industriels	4'006	1.0%	3.4°
Motocycles	48'133	11.4%	41.2°
Total des véhicules	420'875	100%	360°





Les deux représentations graphiques conviennent car on traite une variable qualitative relevée sur une échelle nominale. On atteint toutefois la limite de visibilité des petites parts sur le diagramme circulaire.

3.7

a) Population étudiée : les citoyens suisses, variable : opinion sur les accords bilatéraux,

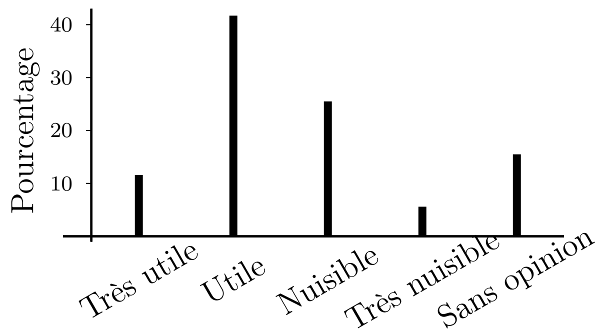
Si on excepte la catégorie "sans opinion", échelle ordinale ; sinon échelle nominale.

Répartition de 820 répondants selon leur opinion sur les accords bilatéraux.

b)

Utilité	**Effectifs**	**Frq**
Très utiles	95	11.6%
Utiles	342	41.7%
Nuisibles	210	25.5%
Très nuisibles	46	5.6%
Sans opinion	127	15.5%
Total	820	99.9%

c)



d) $11.6\% + 41.7\% = 53.3\%$ des sondés sont favorables aux accords bilatéraux.

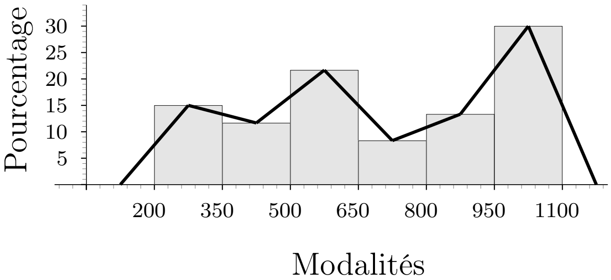
3.8 $k \approx 6$, $E = 18.45 - 2.65 = 15.8$, amplitude théorique : $\dfrac{15.8}{6} \approx 2.63$.
Amplitude choisie : 2.5, première classe [2.5 ; 5.0 [et on formera finalement 7 classes.

3.9 $k \approx 9$, $E = 937 - 252 = 685$, amplitude théorique : $\dfrac{685}{9} \approx 76$.
Amplitude choisie : 100, première classe [250 ; 350 [et on formera finalement 7 classes.

3.10

Répartition des données.

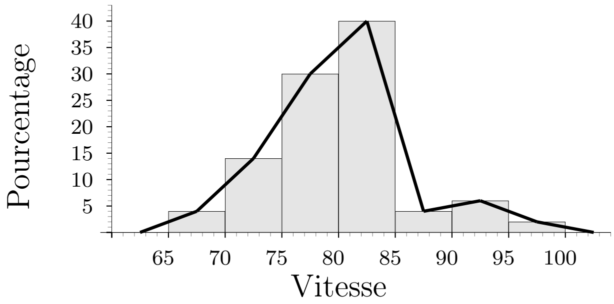
Classes	Effectif	Pourcentage
$[200; 350[$	9	15%
$[350; 500[$	7	11.67%
$[500; 650[$	13	21.67%
$[650; 800[$	5	8.33%
$[800; 950[$	8	13.33%
$[950; 1100[$	18	30%
Total	60	100%



3.11

Répartition de 50 véhicules selon leur vitesse.

Vitesse [km/h]	Effectif	Pourcentage
]65; 70]	2	4%
]70; 75]	7	14 %
]75; 80]	15	30%
]80; 85]	20	40%
]85; 90]	2	4%
]90; 95]	3	6%
]95; 100]	1	2%
Total	50	100%



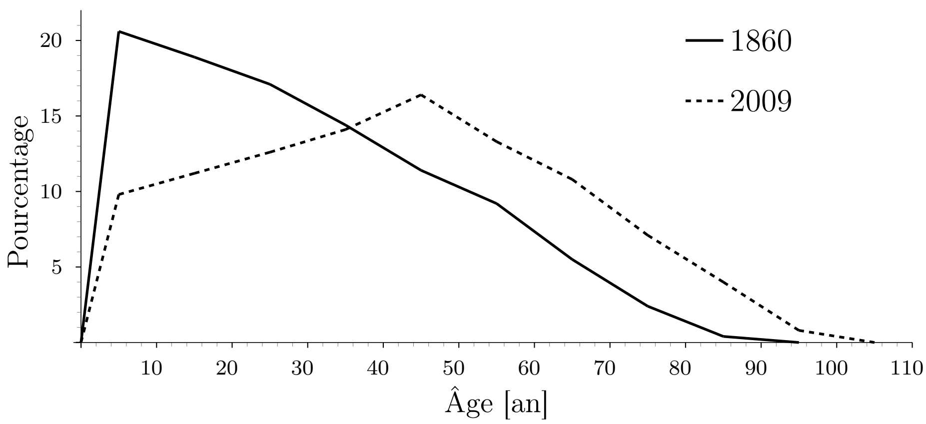
c) Une petite moitié des véhicules respectent la limitation de vitesse de 80 km/h et 40% roulent entre 80 et 85 km/h. En tenant compte d'une marge de tolérance de 5 km/h, 12% des véhicules sont amendables.

d) Parce que les véhicules roulant exactement à 80 km/h respectent la limitation et doivent être groupées avec ceux roulant plus lentement.

3.12

a) Le plus approprié est de représenter sur un même graphique le polygone des fréquences de chacune des deux années. Deux histogrammes superposés produiraient un graphique illisible. On utilise les fréquences relatives car les deux distributions n'ont pas le même effectif total.

b) **Répartition de la population suisse en 1860 et 2009 selon l'âge.**



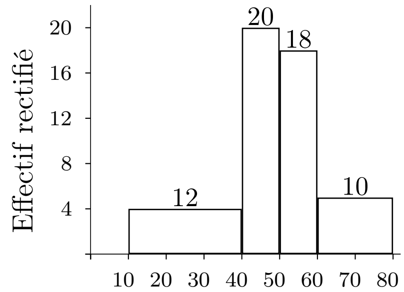
c) « La population suisse a plus que triplé entre 1860 et 2009 en passant de 2,5 millions à presque 7,8 millions d'habitants. En 1860, la population était très jeune : l'aire sous le polygone est plus grande avant 30 ans qu'après. A cette époque, seulement 3%

des habitants avaient plus de 70 ans, contre 12% actuellement, soit une proportion quatre fois plus élevée. En 1860, le groupe des moins de 20 ans représentait près de 40% de la population contre 21% aujourd'hui, soit une proportion réduite de moitié. En 1860, la classe la plus représentée est celle des 0 à 10 ans, avec 20.6% des habitants, alors qu'en 2009, c'est la classe des 40 à 50 ans avec 16.4% des habitants. »

3.13

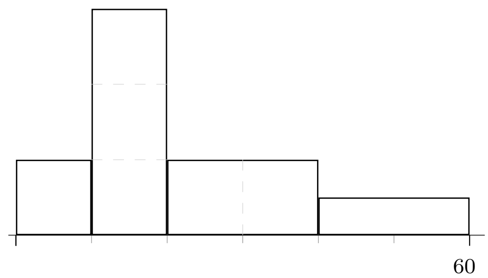
a)

Amplitude	Classe	Effectif	Effectif rectifié
30	[10 ; 40 [	12	4
10	[40 ; 50 [	20	20
10	[50 ; 60 [	18	18
20	[60 ; 80 [	10	5
	Total	60	



b)

	Pourcentage
[0; 10[	14.3% (1/7)
[10; 20[	42.9% (3/7)
[20; 40[	28.6% (2/7)
[40; 60[	14.3% (1/7)
Total	100%

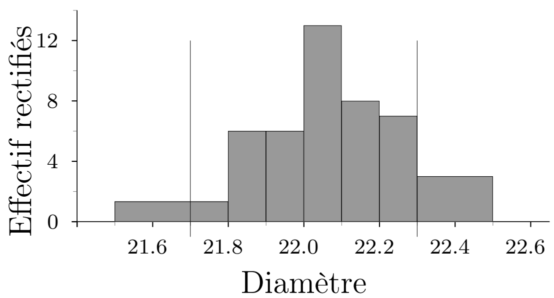


c) $\dfrac{\text{Aire de la portion comprise entre les abscisses 50 et 60}}{\text{Aire totale du polygone}} = \dfrac{2}{8} = 25\%.$

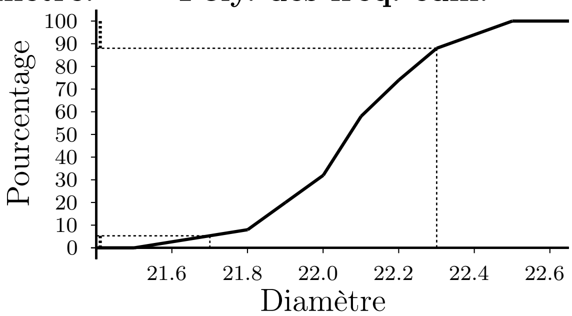
3.14

a) Population étudiée : Tous les boulons de la production, variable : diamètre des boulons, variable quantitative continue, échelle de rapport.

Répartition de 50 boulons selon leur diamètre.



Poly. des fréq. cum.



d) $\dfrac{4}{50} \cdot \dfrac{2}{3} = 5.3\%$ des boulons ont un diamètre < 21.7 mm et $\dfrac{6}{50} = 12\%$ ont un diamètre > 22.3 mm. Ainsi, 17.3% des boulons ont un diamètre qui s'écarte de plus de 0.3 mm de la valeur nominale.

3.15

a) moyenne : $\bar{x} = 4.04$ médiane : $\tilde{x} = 4$ mode : $M = 5$

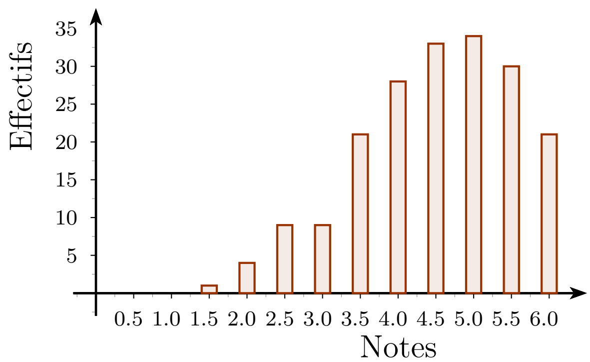
b) moyenne : $\bar{x} = 0$ médiane : $\tilde{x} = 0.05$ le mode n'existe pas

c) moyenne : $\bar{x} = 302$ médiane : $\tilde{x} = 290$ classe modale : $[400; 500[$

d) moyenne : $\bar{x} = 3.4$ médiane : $\tilde{x} \cong 3.43$ classe modale : $[3; 4[$

3.16 a) On étudie l'ensemble des travaux écrits passés par les élèves de cette classe. La variable est la note qui figure sur le travail après correction. Il s'agit d'une variable quantitative discrète qui peut prendre 11 valeurs.

b)



c)

Note	Effectif	Fréquence [%]
1.5	1	0.5
2	4	2.1
2.5	9	4.7
3	9	4.7
3.5	21	11.1
4	28	14.7
4.5	33	17.4
5	34	17.9
5.5	30	15.8
6	21	11.1
Total	190	100

d) le mode vaut 5, la médiane $\tilde{x} = 4.5$ et la moyenne $\bar{x} \cong 4.49$

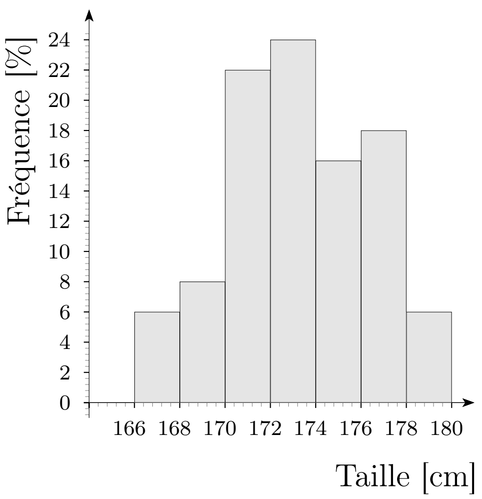
3.17

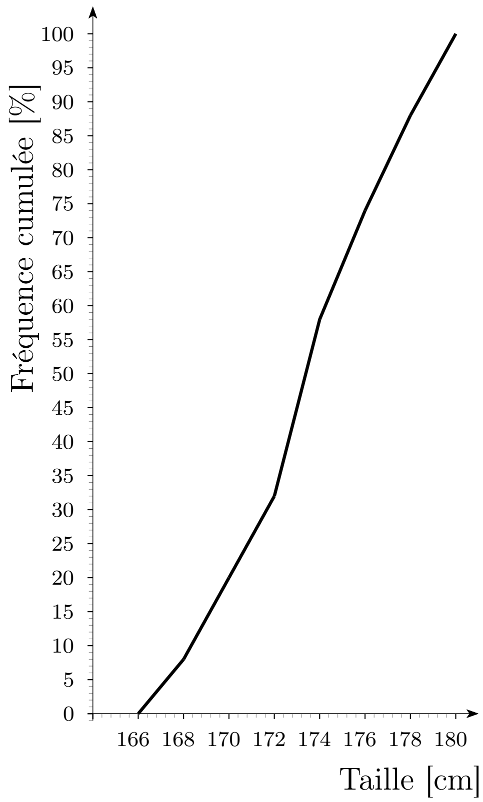
a) La variable étudiée est la taille en centimètres, variable quantitative continue.

b)

Taille [cm]	Effectif	Fréq.	Fréq. cumulées
$[166; 168[$	3	6%	6%
$[168; 170[$	4	8%	14%
$[170; 172[$	11	22%	36%
$[172; 174[$	12	24%	60%
$[174; 176[$	8	16%	76%
$[176; 178[$	9	18%	94%
$[178; 180[$	3	6%	100 %
Total	50	100%	-

c) **Répartition de 50 hommes selon leur taille en cm.**





d) La classe modale : $[172; 174[$, la médiane $\tilde{x} \cong 173.17$, la moyenne $\overline{x} \cong 173.28$

3.18 Soit x le nombre de femmes. On peut écrire

$$x \cdot 1.61 + (41\,250\,000 - x) \cdot 1.74 = 41\,250\,000 \cdot 1.67$$

Et donc, $x \simeq 22\,211\,538.46 \simeq 22\,211\,538$, vu que l'on ne considère pas des fractions de personnes.

Il y a donc $3\,173\,077$ femmes de plus que d'hommes.

3.19 La cinquième note est 5.6

3.20 **a)** $\bar{x}_{1860} = 29.1$ ans, $\bar{x}_{2009} = 41.4$ ans

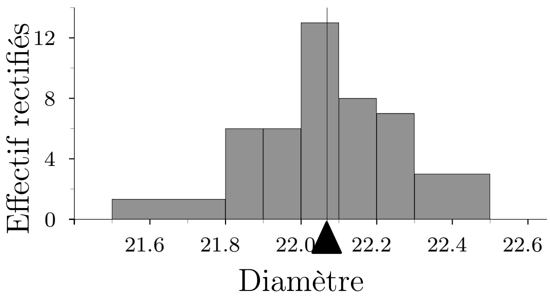
b) $\tilde{x}_{1860} = 26.1$ ans, $\tilde{x}_{2009} = 41.4$ ans

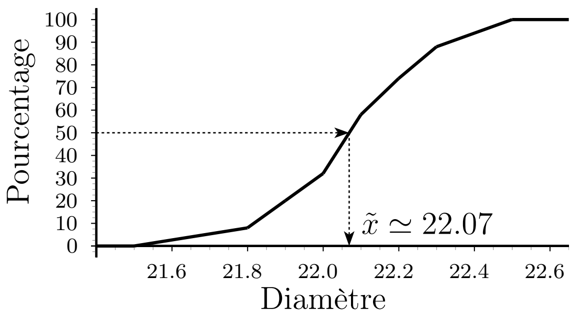
c) 0 à 10 ans pour 1860 et 40 à 50 ans pour 2009. Ces classes modales sont peu significatives car leurs effectifs ne sont pas beaucoup plus élevés que ceux des autres grandes classes.

d) En 1860, l'âge moyen est plus élevé que l'âge médian, car les quelques personnes très âgées tirent la moyenne vers le haut. En 2009, les âges moyen et médian sont identiques, car la répartition de la population autour de ces mesures est symétrique.

e) La population est plus vieille en 2009 qu'en 1860.

3.21





a) $\bar{x} = 22.068$ mm **b)** $\tilde{x} = 22.069$ mm **c)** La classe modale $[22.0\,;22.1[$ est significative car son effectif est nettement plus élevé que ceux des autres classes. **d)** La classe modale contient la moyenne et la médiane qui sont très proches. La distribution est de type normale, en forme de cloche.

3.22

a) variance : $s^2 = 1.9584$ écart-type : $s \cong 1.40$

b) variance : $s^2 = 0.306$ écart-type : $s \cong 0.55$

c) variance : $s^2 = 16096$ écart-type : $s \cong 126.87$

d) variance : $s^2 = 1.135$ écart-type : $s \cong 1.07$

3.23

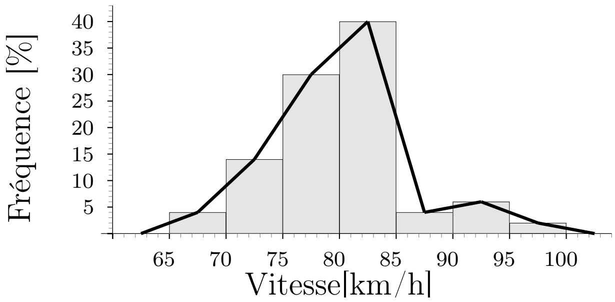
a) On étudie la vitesse des véhicules, variable quantitative continue.

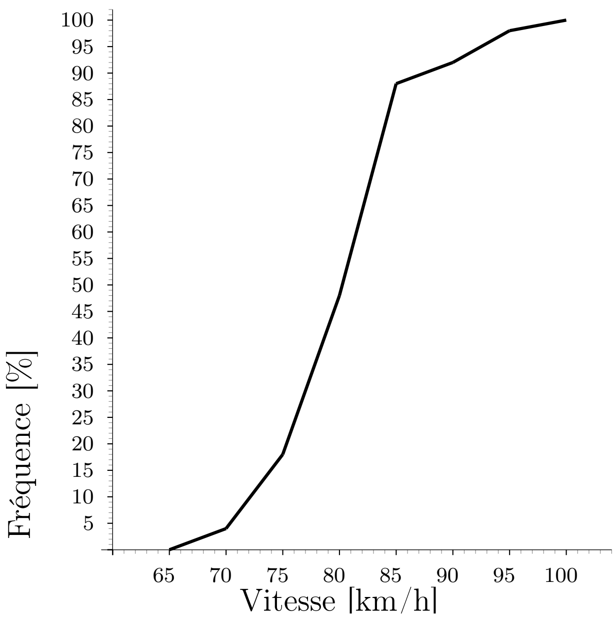
b) Classe modale : [80 ;85 [

c)

Vitesse [km/h]	Effectif	Frq.	Frq. cum
$[65; 70[$	2	4%	4%
$[70; 75[$	7	14 %	18%
$[75; 80[$	15	30%	48%
$[80; 85[$	20	40%	88%
$[85; 90[$	2	4%	92%
$[90; 95[$	3	6%	98%
$[95; 100[$	1	2%	100%
Total	50	100%	-

Répartition de 50 véhicules selon leur vitesse.





g) Moyenne $\bar{x} = 80,1 km/h$. Ecart-type $s \cong 6,02$.

3.24

a) C'est la série A. En effet, il y a plus d'écart à la moyenne dans une famille que dans une classe.

b) Plus l'écart-type est faible, plus les résultats sont proches. C'est donc dans la deuxième classe que les élèves ont à peu près le même niveau sur ce sujet.

c) L'écart-type et la moyenne sont tous les deux nuls, car aucune des données n'est inférieure à 0. On peut aussi écrire $s = \overline{x} = 0$

d) Nouvelle moyenne : $\overline{x}' = 18.16$. Nouvel écart-type : $s' = s = 0.76$.

e) C'est faux ; une part importante des données est comprise entre 60 et 80, mais pas toutes.

3.25 Une pluralité de notes sont comprises entre 3.37 et et 5.03, c'est-à-dire entre 3.5 et 5.0 si les notes sont arrondies au demi-point.

3.26 $\bar{x} = 9.822$ et $s = 0.222$.

Une pluralité de mesures donne une accélération comprise entre 9.600 et 10.044 m/s^2.

3.27 **a)** $\bar{x} = 80.1 \quad s = 6.0$. Une pluralité de véhicules roulent entre 74.1 km/h et 86.1 km/h.

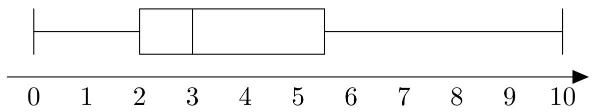
b) coefficient de variation $= \dfrac{6.0}{80.1} = 0.075 = 7.5\% < 15\%$. Les données sont homogènes.

3.28 **a)** $y = \dfrac{x}{4} + 1$ et $x = 4 \cdot (y - 1)$ **b)** La classe française. **c)** Les notes suisses se mesurent sur une échelle d'intervalle et non de rapport. De plus, dans les deux cas, les notes sont bornées supérieurement.

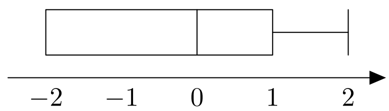
d) $\dfrac{1.2}{6-1} = 0.24 < \dfrac{5.3}{20-0} = 0.263$. La classe suisse est plus homogène que la française.

3.29

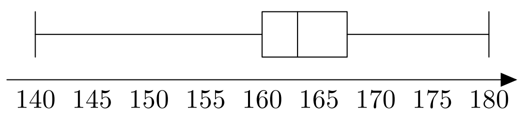
a) $Q_1 = 2 \quad \tilde{x} = 3 \quad Q_3 = 5.5$



b) $Q_1 = -2 \quad \tilde{x} = 0 \quad Q_3 = 1$



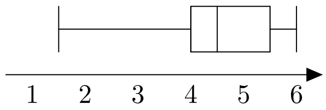
c) $Q_1 = 160 \quad \tilde{x} = 163.125 \quad Q_3 = 167.5$



3.30 a) $s^2 = 1.074$ écart-type : $s \cong 1.04$

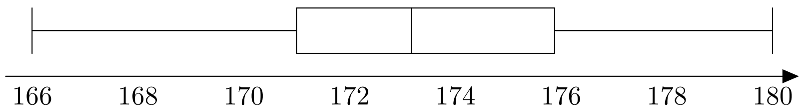
b) Q_1, 48^e valeur $\Rightarrow Q_1 = 4$, médiane $\tilde{x} = \dfrac{4.5 + 4.5}{2} = 4.5$

et Q_3, 143^e valeur $\Rightarrow Q_3 = 5, 5,$

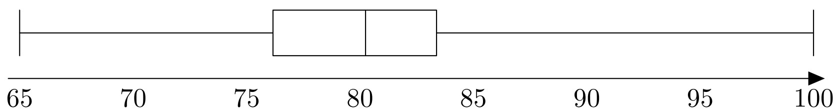
c) 

3.31 a) $s^2 \cong 9.92$ écart-type : $s \cong 3.15$

b) $Q_1 = 171$ cm $\tilde{x} \cong 173.17$ $Q_3 \cong 175.88$ cm

c) 

3.32 a) $Q_1 \cong 76.17$ $\tilde{x} = 80.25$ $Q_3 \cong 83.38$

b) 

3.33

a) Variable quantitative continue (traitée comme discrète).

b) La médiane vaut 20.5 et la moyenne $\overline{x} = 23.55$ et le mode vaut 19. La médiane est la mesure la plus appropriée, car elle n'est pas influencée par les très grandes valeurs contrairement à la moyenne. Le mode ne présente pas une fréquence suffisante par rapport aux autres valeurs.

c) Il y a 80% des candidats qui ont moins de 25 ans.

d) On calcule la cote z comme suit :

$$z = \frac{57 - 23.55}{8.93} \simeq 3.75$$

L'âge du candidat est très éloigné de la moyenne. Cela constitue une exception.

e) Si la cote z vaut -1, cela implique que $x \simeq 14.62 < 18$. Cette situation ne peut pas se produire, vu que l'âge minimal pour se présenter à l'examen du permis de conduire est de 18 ans !

3.34 On a calculé la cote z du nombre d'objets vendus pour chacun des élèves concernés :

$$z_E \simeq 2.54 \qquad z_F \simeq 2.17 \qquad z_G \simeq 2.8$$

C'est Georges qui obtiendra le prix, vu que la cote z de ses ventes est la plus élevée.

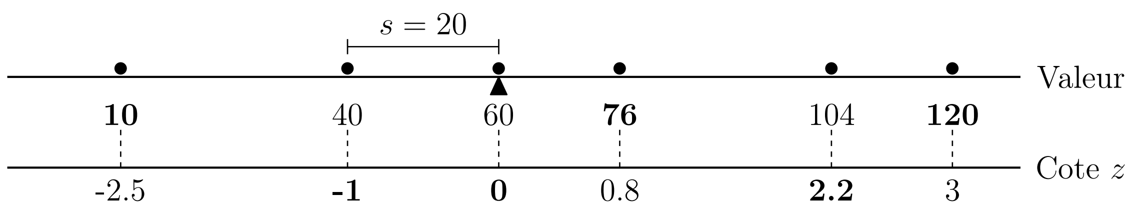
3.35

a) $Q_1 = 2 \quad \tilde{x} = 3 \quad Q_3 = 4$

b) $z \simeq (20 - 4.6)/5.55 \simeq 2.77$

c) Si $z = -1$, alors $x = -0.95$ et donc $x = 1$. Si $z = 1$, alors $x = 10.15$. L'ensemble des valeurs de cette variable comprises entre 1 et 10 représentent le 95% de toutes les valeurs. On peut donc affirmer que 95% des bébés sont restés entre 1 et 10 jours.

3.36



3.37 **a)** Le nombre de points obtenus est une variable quantitative discrète, mesurée sur une échelle de rapport. Titre du graphique : Répartition de 54 écoles suisses selon le nombre de points obtenus au concours.

b) $\bar{x} = 55.37$; $\sigma = 18.85$. Une pluralité d'écoles ont obtenus entre 37 et 74 points.

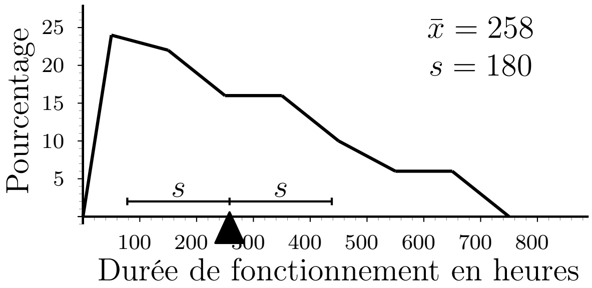
c) $z_{110} = 2.9$ et $x_{-2} \simeq 18$ points. **d)** $CV = 34\% > 15\%$. Les résultats ne sont pas du tout homogènes.

3.38

a) Répartition de 50 piles à combustible selon leur durée de fonctionnement.

Durée [h]	Effectif	Pourcentage
[0; 100[	12	24%
[100; 200[	11	22%
[200; 300[	8	16%
[300; 400[	8	16%
[400; 500[	5	10%
[500; 600[	3	6%
≥ 600	3	6%
Total	50	100%

b) Polygone des fréquences.

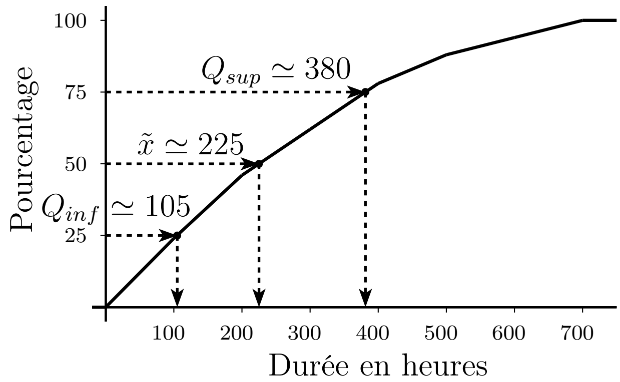


Une pluralité de piles ont une durée de fonctionnement comprise entre 78 et 438 heures.

c) $z_{min} = \dfrac{2-258}{180} = -1.42$ et $z_{max} = \dfrac{954-258}{180} = 3.87$.

D'après les cotes z, une durée de fonctionnement de 954 heures est exceptionnelle alors qu'une durée de fonctionnement de 2 heures ne constitue pas un cas particulièrement rare.

d) Polygone des fréquences cumulées.



e) 50% des piles fonctionnent entre 105 et 380 heures, 25% des piles fonctionnent moins de 105 heures et 25% des piles plus de 380 heures.

A partir des données brutes, on obtient les quartiles suivants :

$Q_0 = x_{min} = 2$, $Q_1 = Q_{inf} = 104$, $Q_2 = \bar{x} = 215.5$, $Q_3 = Q_{sup} = 335$,

$Q_4 = x_{max} = 954$.

Par calcul sur les données regroupées en classe, on obtient les valeurs suivantes :

$Q_0 = 0$, $Q_1 = 104.5$, $Q_2 = 225$, $Q_3 = 381.25$, $Q_4 = 700$

f) 3% des piles de l'échantillon ont duré moins de $a = \dfrac{3\%}{24\%} \cdot 100 = 12.5$ heures.

Ainsi, les piles ayant duré moins de 12.5 heures devraient être remplacées gratuitement.

Chapitre 4

Probabilités

Définition de la notion de probabilité

4.1 On jette un dé. Quelle est la probabilité d'avoir :

a) le numéro 2 ?

b) un numéro pair ?

c) un numéro supérieur à 4 ?

4.2 On tire une carte d'un jeu de 36 cartes. Quelles sont les probabilités des événements :

a) tirer un as ?

b) tirer un carreau ?

c) tirer le valet de coeur ?

4.3 On tire 3 cartes d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir :

a) 3 as ?

b) 2 rois et une dame ?

c) au moins un valet ?

4.4 On jette une pièce de monnaie 4 fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir :

a) deux fois pile, puis deux fois face ?

b) deux fois pile et deux fois face (ordre quelconque) ?

c) au plus une fois pile ?

4.5 On jette simultanément un dé rouge et un dé blanc. Quelle est la probabilité d'amener :

a) deux numéros égaux ?
b) un 2 et un 5 ?
c) un 2 rouge et un 5 blanc ?
d) une somme égale à 7 ?
e) une somme au plus égale à 3 ?
f) une somme au plus égale à 11 ?

4.6 On tire 13 cartes d'un jeu de 52. Déterminer la probabilité que trois exactement de ces cartes soient des rois.

4.7 D'un jeu de 36 cartes, on extrait simultanément au hasard 3 cartes. Calculer la probabilité de tirer :

a) 3 cartes de même "couleur"[1],
b) 3 rois,
c) 1 as et 2 rois,
d) exactement deux cartes de même "couleur",
e) 2 cartes rouges et 1 noire,
f) 1 as, 1 roi et 1 dame,
g) 1 pique, 1 carreau et 1 trèfle.

4.8 Dans une assemblée de 500 personnes, 300 comprennent le français, 200 l'italien, 90 l'anglais, 160 à la fois le français et l'italien, 60 à la fois le français et l'anglais, 40 à la fois l'italien et l'anglais et 20 comprennent les trois langues.

Si l'on choisit une personne au hasard dans cette assemblée, quelle est la probabilité que cette personne comprenne :

a) exactement 2 de ces 3 langues ?
b) l'une au moins de ces 3 langues ?

1. Contrairement à la couleur d'une carte à jouer (rouge ou noire), la « couleur » est à interpréter comme étant la nature de la carte (pique, coeur, carreau ou trèfle).

4.9 Dans une enquête portant sur les pannes de voitures qui se sont produites au cours d'une année, on a pris en considération, pour un type de voitures déterminés, les possibilités suivantes :

$$P_i = \text{« il y a eu exactement } i \text{ panne(s) »} \quad (i = 0, 1, 2, 3)$$

Lors du dépouillement de l'enquête, on a constaté que P_0, P_1, P_2 et P_3 se sont produites 543, 310, 156 et 81 fois respectivement. Quelle probabilité y a-t-il, pour un possesseur d'une voiture de ce type, de tomber en panne dans l'année qui vient,

a) exactement une fois ?

b) moins de deux fois ?

4.10 Un appareil fabriqué en très grande série peut être défectueux à cause de 2 défauts différents désignés par A et B. 10% des appareils ont le défaut A, 8% le défaut B et 4% les deux défauts simultanément. Un client achète l'un des appareils produits. Calculer la probabilité qu'il :

a) possède au moins un défaut,

b) possède le défaut A uniquement,

c) possède un seul défaut,

d) ne possède aucun défaut.

4.11 On sait que 60% des élèves d'une école ne portent ni bague, ni collier. De plus, 20% des élèves portent une bague et 30% ont un collier. Si un des élèves est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il porte :

a) une bague ou un collier ?

b) une bague et un collier ?

4.12 Une agence de voyages fait un sondage statistique sur la connaissance de trois pays désignés par A, B et C. On constate que parmi les personnes interrogées, 42% connaissent A, 55% connaissent B, 34% connaissent C, 18% connaissent A et B, 10% connaissent A et C, 15% connaissent B et C, 8% connaissent A, B et C. Un voyage est prévu pour l'une des personnes qui a répondu aux questions posées à l'occasion de ce sondage. On tire au sort le nom du gagnant. Quelle est la probabilité pour que le gagnant soit une personne :

a) connaissant au moins l'un de ces trois pays ?

b) ne connaissant aucun de ces trois pays ?

c) connaissant deux pays exactement ?

d) connaissant A, mais ne connaissant ni B, ni C ?

4.13 Un connaisseur estime, lors d'un concours de beauté qui voit s'affronter en finale les candidates A, B et C, que A a autant de chances de gagner que B, mais deux fois plus de chances de gagner que C. Le jury ne peut désigner qu'une seule reine de beauté. Quelles sont, du point de vue de notre connaisseur, les probabilités de victoire des trois candidates ?

4.14 Un dé à six faces est pipé. On a $P(1) = 0,1$ et $P(6) = 0,4$. Les autres faces ont la même probabilité d'apparition. On jette une fois ce dé. Quelle est la probabilité :

a) d'obtenir 4,

b) d'obtenir un nombre impair,

c) d'obtenir 4 ou un nombre impair.

Probabilité conditionnelle

4.15 On jette deux dés l'un après l'autre et on considère les événements :

A = "le total des dés est 8",

B = "les deux nombres sont différents",

C = "le premier dé donne un chiffre impair".

Calculer : $P(A)$, $P(A|B)$, $P(A|C)$, $P(A|\overline{B})$, $P(A|\overline{C})$.

4.16 On tire une carte d'un jeu constitué de 36 cartes. Considérons les événements suivants :

A = "la carte tirée est un coeur",

B = "la carte tirée est le valet de coeur",

C = "la carte tirée est une figure de pique (roi, dame ou valet) ou un coeur".

Calculer : $P(B|A)$, $P(A|C)$, $P(B|C)$, $P(C|B)$.

4.17 On considère deux événements A et B tels que $P(A) = 3/8$, $P(B) = 5/8$ et $P(A \cup B) = 3/4$. Calculer $P(A|B)$ et $P(B|A)$.

4.18 On tire successivement 4 cartes d'un jeu de 36 cartes. Le jeu ayant été brassé convenablement, quelle probabilité a-t-on de tirer :

a) dans l'ordre : l'as de pique, de coeur, de trèfle, de carreau ?

b) les 4 as ?

c) les 4 as, sachant que les deux premières cartes tirées étaient des as ?

d) un as seulement ?

e) un as au moins ?

f) un as au moins, sachant que la première carte tirée n'était pas un as ?

4.19 On sort d'un jeu de carte les 4 as et les 4 rois. On tire successivement au hasard 4 cartes de ces 8 cartes. Quelle probabilité a-t-on de tirer :

a) les 4 as ?

b) un as au moins ?

c) 4 cartes rouges ?

d) 4 cartes de familles différentes ?

e) les 4 as, sachant que la première carte tirée était un as ?

f) les 4 as, sachant que la première carte tirée était un as rouge ?

g) les 4 as, sachant que la première carte tirée était l'as de coeur ?

4.20 On sort d'un jeu de cartes les 4 as et les 4 rois. On tire ensuite au hasard 2 de ces 8 cartes. Quelle probabilité a-t-on de tirer :

a) deux as ?

b) deux as rouges ?

c) au moins un as ?

d) deux as, si l'on sait que l'une des cartes au moins est :

  i) un as ?

  ii) un as rouge ?

  iii) l'as de coeur ?

4.21 La probabilité que la batterie d'une voiture neuve fonctionne plus de 10'000 km est de 80%, la probabilité qu'elle fonctionne plus de 20'000 km est de 40% et la probabilité qu'elle fonctionne plus de 30'000 km est de 10%. Si la batterie d'une voiture neuve fonctionne toujours après 10'000 km, quelle est la probabilité que sa durée de vie dépasse 20'000 km ?

4.22 On jette une paire de dés équilibrés.

a) Calculer la probabilité que la somme obtenue soit supérieure à 9, sachant que :
   i) le premier dé a donné un 5
   ii) au moins un dé a donné un 5.

b) Sachant que les deux chiffres obtenus sont différents, calculer la probabilité que :
   i) la somme des points soit égale à 6
   ii) la somme des points soit inférieure à 5

4.23 Dans une certaine ville, 40% de la population a les cheveux bruns, 25% a les yeux marron, 15% a à la fois les cheveux bruns et les yeux marron.

On choisit au hasard une personne résidant dans la ville.

a) Si elle a les cheveux bruns, quelle est la probabilité qu'elle ait les yeux marron ?
b) Si elle a les yeux marron, quelle est la probabilité qu'elle n'ait pas les cheveux bruns ?
c) Quelle est la probabilité qu'elle n'ait ni les cheveux bruns, ni les yeux marron ?

4.24 Un hôpital comporte deux salles d'opération qui ont la même probabilité d'être occupées. La probabilité que l'une des salles au moins soit occupée est de 90% et celle que toutes les deux soient occupées 50%.

Quelle est la probabilité :

a) que la première salle soit libre ?
b) que les deux salles soient libres ?
c) que l'une des deux salles au moins soit libre ?
d) qu'une seule salle soit libre ?
e) que la seconde salle soit libre, si l'on sait que la première est occupée ?

4.25 Trois boîtes A,B et C contiennent respectivement :

A : 3 bonbons rouges et 5 noirs,

B : 2 bonbons rouges et 1 noir,

C : 2 bonbons rouges et 3 noirs.

a) On prend une boîte au hasard et on tire un bonbon. Quelle est la probabilité qu'il soit rouge ?
b) Si le bonbon est rouge, quelle est la probabilité qu'il provienne de A ?

4.26 Deux urnes U_1 et U_2 contiennent respectivement :

U_1 : 3 boules rouges et 2 boules vertes U_2 : 1 boule rouge et 1 boule verte

On tire une boule de U_1 puis on met les boules restantes dans U_2. On tire alors une boule de U_2.

Calculer la probabilité :

a) que cette boule soit rouge
b) que cette boule soit rouge, si l'on sait que la première boule tirée était rouge
c) que la première boule tirée ait été rouge, si au second tirage on a une boule rouge

4.27 Pour sa confrontation annuelle sur les courts de tennis avec Gaston Lagaffe, Achille Talon dispose de deux cartons remplis de balles de tennis :

— le carton I contient 9 balles neuves et 6 balles usagées, mais jouables ;
— le carton II contient 10 balles neuves et 5 usagées, mais jouables.

$\boxed{\text{A}}$ Achille Talon tire du carton I successivement 3 balles au hasard.

(a) Quelle est la probabilité qu'il ait choisi 3 balles neuves ?
(b) Quelle est la probabilité qu'il ait choisi au moins une balle usagée ?
(c) Sachant que les deux premières balles tirées sont usagées, calculer la probabilité que la troisième le soit aussi.

$\boxed{\text{B}}$ Achille Talon choisit un carton au hasard et en sort une balle, prise au hasard également.

(a) Dessiner l'arbre décrivant cette situation.
(b) Quelle est la probabilité que cette balle soit neuve ?
(c) Sachant qu'elle est usagée, calculer la probabilité qu'elle ait été tirée du carton II.

4.28 On fait expérimentalement les constatations suivantes :

- le temps qu'il fait dépend du temps qu'il a fait la veille,
- s'il fait beau un jour, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est 0,8,
- s'il fait mauvais un jour, la probabilité qu'il fasse mauvais le lendemain est 0,6.

Lors d'une journée ensoleillée de printemps, on vous demande de calculer la probabilité :

a) qu'il fasse beau les trois jours suivants,
b) qu'il fasse beau dans trois jours.

4.29 On lance une pièce de monnaie bien équilibrée. Si l'on obtient face, on tire une bille d'une boîte B_1 contenant 3 billes rouges et 2 bleues. Sinon, on tire une bille d'une boîte B_2 contenant 2 billes rouges et 8 bleues.

Sachant qu'on a tiré une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte B_1 ?

4.30 On dispose de deux urnes. La première, A, contient 2 billets verts, 3 rouges et 5 jaunes. La seconde, B, contient 5 billets verts et 3 rouges.

On procède à l'expérience suivante :

Un dé ayant été jeté, on tire un billet de l'urne A si le nombre de points du dé est inférieur à 3, un billet de l'urne B sinon.

Calculer la probabilité :

a) de tirer un billet vert,
b) de tirer un billet vert, sachant que le nombre de points obtenu est supérieur à deux,
c) d'avoir obtenu un nombre de points inférieur à 3, sachant que le billet tiré est rouge,
d) d'avoir obtenu un nombre de points supérieur à 2, sachant que le billet tiré est jaune.

4.31 Le 29 juin prochain, s'il ne pleut pas, un chanteur de rock donnera un concert en plein air au bord du lac à Vevey. Pour se rendre à ce concert, la plupart des spectateurs emprunteront l'autoroute.

Selon les statistiques de la gendarmerie cantonale, la probabilité d'un embouteillage est égale à 70% en cas de manifestation et 25% en l'absence de toute manifestation.

D'après le service de météorologie, la probabilité qu'il ne pleuve pas le 29 juin est de 80%.

Par ailleurs, la commune de Vevey nous assure qu'il n'y a aucune autre manifestation prévue le 29 juin.

a) Au moyen d'un diagramme en arbre, calculer la probabilité qu'il y ait un embouteillage le 29 juin.
b) En revenant de vacances, vous tombez sur une coupure de journal relatant un gigantesque embouteillage survenu le 29 juin sur l'autoroute à la sortie « Vevey ». Calculer la probabilité que le chanteur ait donné son concert à cette date.

4.32 Dans un établissement scolaire, chaque année, la course d'école est fixée un jour de mai. Elle n'a lieu que par temps sec : s'il pleut le jour fixé, elle est reportée au lendemain. S'il pleut les deux jours suivant la date fixée, elle est annulée.

On sait que la probabilité qu'il pleuve un jour de mai est égale à 40%. On sait aussi que s'il pleut un jour du mois de mai, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est égale à 70%.

a) Montrer que la probabilité que la course soit annulée est 0.196.
b) Quelle est la probabilité que la course soit reportée au plus une fois ?
c) Sachant que la course a eu lieu, quelle est la probabilité qu'elle se soit déroulée le jour fixé ?
d) Quelle est la probabilité que, sur 5 ans, elle ait lieu exactement 3 fois le jour fixé ?
e) Quelle est la probabilité que, sur 5 ans, elle soit annulée au moins une fois ?

4.33 Pour rien au monde Monsieur C ne raterait une course. Et pourtant sa calvitie précoce l'expose cruellement aux rayons du soleil (lorsqu'il y en a). C'est sans doute la raison pour laquelle il est arrivé 9 fois sur 10 parmi les 10 premiers dans les courses non ensoleillées et seulement 2 fois sur 10 parmi les 10 premiers dans les courses où le soleil se manifeste. Or, trois courses sur dix en moyenne sont ensoleillées.

Quelle probabilité y a-t-il que le temps ait été maussade lors de la dernière course Morat-Fribourg si l'on sait que Monsieur C figure au palmarès en septième place ?

4.34 Étant donné deux urnes contenant respectivement 3 boules rouges, 1 verte, 2 jaunes et 2 boules rouges, 2 vertes, 2 jaunes, considérons l'expérience suivante :

a) Dans un premier temps, on choisit au hasard une urne, d'où l'on en extrait une boule, qu'on met ensuite dans l'autre urne.
b) On tire alors une boule de cette dernière urne.

Calculer la probabilité :

a) que cette boule soit rouge,
b) que cette boule soit rouge, si la première boule tirée était rouge,
c) que cette boule soit rouge, si l'urne tirée était U_1,
d) que l'on ait tiré l'urne U_1, si la dernière boule tirée était rouge.

4.35 Dans un gymnase, 4% des garçons et 1% des filles mesurent plus de 1,8 m. Or, 60% des élèves sont des filles.

On choisit un élève au hasard et on constate qu'il mesure plus de 1,8 m. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

4.36 Une boîte A contient 9 cartes numérotées de 1 à 9 et une boîte B contient 5 cartes numérotées de 1 à 5. On choisit l'une des boîtes au hasard et on en extrait une carte.

Si le numéro est pair, quelle est la probabilité que la carte provienne de A ?

4.37 La probabilité que trois tireurs atteignent une cible est 1/6 pour le premier, 1/4 pour le deuxième et 1/3 pour le troisième. Quelle est la probabilité, lors d'un tir d'ensemble, qu'au moins deux des tireurs atteignent la cible ?

4.38 On répartit sur les faces d'un dé vert et d'un dé rouge les numéros de 1 à 12 de la manière suivante :

– 1, 3, 7, 8, 10 et 11 sur les 6 faces du dé vert ;
– 2, 4, 5, 6, 9 et 12 sur les 6 faces du dé rouge.

Les deux dés sont parfaitement équilibrés.

1) On lance les deux dés simultanément. Calculer la probabilité :
   (a) d'obtenir deux nombres pairs ;
   (b) d'obtenir au moins un nombre pair ;
   (c) d'obtenir un nombre pair et un nombre impair.
2) Jean décide de jouer avec le dé vert et Pierre avec le dé rouge. Jean et Pierre lancent chacun leur dé ; le joueur qui a obtenu le plus grand numéro a gagné la partie :
   (a) Calculer la probabilité que Jean gagne la partie.
   (b) Sachant que Jean a gagné la partie, calculer la probabilité qu'il ait obtenu un 10.

Espérance

4.39 On dispose d'une urne opaque contenant 3 boules vertes, 1 boule rouge et 1 boule bleue. Les boules sont parfaitement identiques au toucher.

On tire successivement des boules de l'urne jusqu'à ce qu'on obtienne une boule verte, et on dénote par X le nombre de boules tirées.

a) Compléter le tableau en calculant les probabilités pour les différentes valeurs de X.

x	1	2	3	4	5	Total
$\mathbb{P}(X = x)$						

b) Calculer l'espérance de X, puis compléter l'interprétation suivante :

Si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois, il faudra en moyenne ______ *tirages pour obtenir une boule verte (soit* ___ *ou* ___ *tirages).*

4.40 On tire au hasard 9 cartes d'un jeu de 36 cartes. Soit X : nombre d'as obtenus.

a) Etablir le tableau contenant les probabilités pour chaque valeur de X.

b) Calculer l'espérance de X et l'interpréter par une phrase.

c) Vrai ou faux ?
Si on tire au hasard 9 cartes dans un jeu de 36 cartes, on aura exactement 1 as.

4.41 On lance deux dés équilibrés. Soit X le plus grand résultat obtenu.

a) Etablir le tableau contenant les probabilités pour chaque valeur de X.

b) Calculer et interpréter l'espérance de X.

c) Vrai ou faux ?
Si on lance deux dés, on a de grandes chances que le plus grand résultat soit 4 ou 5.

4.42 On vous propose le jeu suivant :
Vous lancez deux fois une pièce de monnaie équilibrée. Si vous obtenez deux fois *pile*, vous gagnez 10 francs. Si vous obtenez deux fois *face*, vous gagnez 5 francs. Si vous obtenez une fois *pile* et une fois *face*, vous perdez 15 francs.
Soit X votre gain à ce jeu.

a) Etablir le tableau contenant les probabilités pour chaque valeur de X.

b) Calculer l'espérance de gain de ce jeu.

c) D'après ce résultat, le jeu est-il équitable ?

4.43 Une urne contient 3 boules rouges et 6 boules noires.
Vous tirez au maximum trois boules. A chaque tentative, soit la boule tirée est rouge,

vous gagnez 100 francs et le jeu s'arrête, soit elle n'est pas rouge, vous payez 50 francs et vous continuez le jeu sans remettre la boule tirée dans l'urne.
Accepteriez-vous de jouer à ce jeu ? Justifier par un calcul d'espérance.

4.44 Un jeu de hasard coûte 3 francs la partie. Il consiste à tirer une carte au hasard dans un jeu de 36 cartes. Si l'on tire un coeur, on gagne 5 francs, et si l'on tire un carreau, on gagne 4 francs. Le tirage d'une carte noire (trèfle ou pique) ne rapporte rien.

Soit X le gain **net** d'un joueur. Calculer et interpréter l'espérance de X.

4.45 Un jeu consiste à lancer deux pièces de monnaie équilibrées. On gagne 3 francs si l'on obtient deux fois *face* et 1 franc si l'on obtient une seule fois *face*. Par contre, il faut débourser k francs si l'on n'obtient aucune *face*.
Quelle doit être la valeur de k si l'on veut que le jeu soit équitable ?

4.46 On vous propose le jeu suivant :
Vous payez 6 francs pour participer, puis vous lancez un dé blanc et un dé noir, tous deux équilibrés. Si le dé blanc montre un résultat supérieur au dé noir, vous recevez 12 francs. Sinon, vous perdez votre mise de départ.

a) Ce jeu est-il équitable ? Justifier par un calcul d'espérance.
b) A combien devrait s'élever le prix de départ du jeu pour qu'il soit équitable ?

4.47 Vous avez droit à 3 essais pour obtenir *face* en lançant une pièce de monnaie équilibrée.

— Si vous obtenez *face* du premier coup, vous gagnez 8 francs.
— S'il vous faut deux lancers pour obtenir *face*, vous gagnez 5 francs.
— Si vous n'obtenez *face* qu'au troisième lancer, vous gagnez 2 francs.
— Enfin, si vous ne parvenez pas à obtenir *face* après 3 lancers, vous perdez 40 francs.

Calculer et interpréter l'espérance de gain de ce jeu.

4.48 Dans une exposition consacrée aux jeux de hasard, on propose deux tarifs :

— Le tarif classique : l'entrée coûte 12 francs
— Le tarif "joueur" : le visiteur lance un dé à 6 faces (équilibré), et paie selon son résultat :

résultat	6	5	4	3	2	1
coût d'une entrée	0	5	10	15	20	25

Avez-vous intérêt à choisir le tarif classique ou le tarif joueur ? Justifier par un calcul d'espérance.

Solutions des exercices

4.1 a) $\dfrac{1}{6} \cong 16.67\%$; b) $\dfrac{1}{2} = 50\%$; c) $\dfrac{1}{3} \cong 33.33\%$.

4.2 a) $\dfrac{1}{9} \cong 11.11\%$; b) $\dfrac{1}{4} = 25\%$; c) $\dfrac{1}{36} \cong 2.78\%$.

4.3 a) 0.06% ; b) 0.34% ; c) 30.53%.

4.4 a) 6.25% ; b) 37.5% ; c) 31.25%.

4.5 a) 16.67% ; b) 5.56% ; c) 2.78% ; d) 16.67% ; e) 8.33% ; f) 97.22%.

4.6 4.12%.

4.7 a) 4.71% ; b) 0.06% ; c) 0.34% ; d) 54.45% ; e) 38.57% ; f) 0.90% ; g) 10.21%.

4.8 a) 40% ; b) 70%.

4.9 a) 28.44% ; b) 78.26%.

4.10 a) 14% ; b) 6% ; c) 10% ; d) 86%.

4.11 a) 40% ; b) 10%.

4.12 a) 96% ; b) 4% ; c) 19% ; d) 22%.

4.13 $P(A) = 40\%$; $P(B) = 40\%$; $P(C) = 20\%$.

4.14 a) 12.5% ; b) 35% ; c) 47.5%.

4.15 $P(A) \cong 13.89\%$; $P(A|B) \cong 13.33\%$; $P(A|C) \cong 11.11\%$; $P(A|\overline{B}) \cong 16.67\%$; $P(A|\overline{C}) \cong 16.67\%$.

4.16 $P(B|A) \cong 11.11\%$; $P(A|C) = 75\%$; $P(B|C) \cong 8.33\%$; $P(C|B) = 100\%$.

4.17 $P(A|B) = \dfrac{2}{5}$; $P(B|A) = \dfrac{2}{3}$.

4.18 a) 0.000071% ; b) 0.0017% ; c) 0.20% ; d) 33.68% ; e) 38.95% ; f) 31.28%.

4.19 a) 1.43% ; b) 98.57% ; c) 1.43% ; d) 22.86% ; e) 2.86% ; f) 2.86% ; g) 2.86%.

4.20 a) 21.43% ; b) 3.57% ; c) 78.57% ; d) i) 27.27% ; ii) 38.46% ; iii) 42.86%.

4.21 50%.

4.22 a) i) 33.33% a) ii) 27.27% b) i) 13.33% b) ii) 13.33%.

4.23 a) 37.5% ; b) 40% ; c) 50%.

4.24 a) 30% ; b) 10% ; c) 50% ; d) 40% ; e) 28.57%.

4.25 a) 48.06% ; b) 26.01%.

4.26 a) 56.67% ; b) 50% ; c) 52.94%.

4.27

$\boxed{\text{A}}$ a) 18.46% ; b) 81.54% ; c) 30.77%.

$\boxed{\text{B}}$ b) 63.33% ; c) 45.45%.

4.28 a) 51.2% ; b) 68.8%.

4.29 75%.

4.30 a) 48.33% ; b) 62.5% ; c) 28.57% ; d) 0%.

4.31 a) 61% ; b) 91.80%.

4.32 b) 72% ; c) 74.63% ; d) 34.56% ; e) 66.40%.

4.33 91.30%.

4.34 a) 41.67% ; b) 48.57% ; c) 35.71% ; d) 42.86%.

4.35 27.27%.

4.36 52.63%.

4.37 15.28%.

4.38

1) a) 22.22% ; b) 77.78% ; c) 55.56%.

2) a) 52.78% ; b) 26.32%.

4.39

a)

x	1	2	3	4	5	Total
$\mathbb{P}(X = x)$	60%	30%	10%	0%	0%	100%

b) $\mathbb{E}(X) = 1.5$ tirages

*Si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois, il faudra en moyenne **1.5** tirages pour obtenir une boule verte (soit **1** ou **2** tirages).*

4.40

a)

x	0	1	2	3	4	Total
$\mathbb{P}(X = x)$	29.79%	44.69%	21.45%	3.85%	0.21%	100%

b) $\mathbb{E}(X) = 1$

Si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois, on aura en moyenne 1 as.

c) Faux

4.41

a)

x	1	2	3	4	5	6	Total
$\mathbb{P}(X = x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{36}$	1

b) $\mathbb{E}(X) \cong 4.47$

Si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois, on aura en moyenne un résultat de 4.47.

c) Faux

4.42

a)

x	-15	5	10	Total
$\mathbb{P}(X = x)$	50%	25%	25%	100%

b) $\mathbb{E}(X) = -3.75$

c) Non, car si l'on y joue un grand nombre de fois, on perdra en moyenne 3.75 francs.

4.43 Soit X le gain du joueur.

x	-150	0	50	100	Total
$\mathbb{P}(X = x)$	$\frac{5}{21}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	1

$\mathbb{E}(X) \cong 10.12$

$\Longrightarrow$ oui, on accepte car on gagne en moyenne un peu plus de 10 francs par partie.

4.44 $\mathbb{E}(X) = -0.75$. A ce jeu, on perd en moyenne 75 centimes par partie.

4.45 5 francs

4.46

a) Soit X le gain net d'un joueur. $\mathbb{E}(X) = -1 \Rightarrow$ le jeu n'est pas équitable (on perd en moyenne 1 franc par partie).

b) Il faudrait payer 5 francs la partie pour que le jeu devienne équitable.

4.47 $\mathbb{E}(X) = 0.5 \Rightarrow$ en moyenne, on gagne 50 centimes par partie.

4.48 Soit X le coût d'une entrée avec le tarif joueur.

$\mathbb{E}(X) = 12.5 \Rightarrow$ en moyenne, le tarif joueur revient à 12.50 francs, il vaut donc mieux choisir le tarif classique.

Chapitre 5

Inférence statistique

Loi normale

5.1 On considère une variable aléatoire $Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$.
Associer chaque écriture symbolique à la bonne représentation graphique.

a) $Z = 1.5$

b) $Z \leq 1.5$

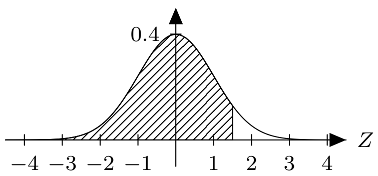
c) $-1 \leq Z \leq 1.5$

d) $P(Z \geq 1.5)$

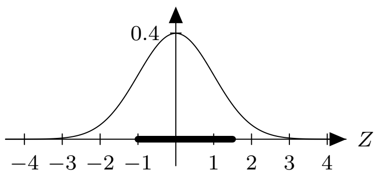
e) $P(Z < 1.5)$

f) $P(-1 \leq Z \leq 1.5)$

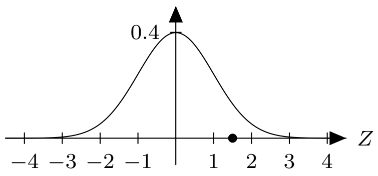
1)



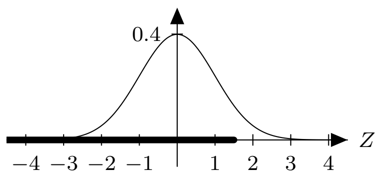
2)



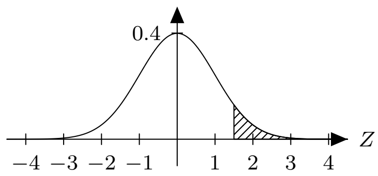
3)



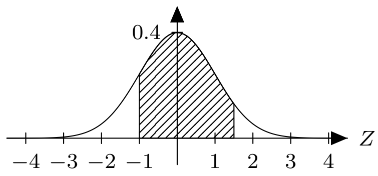
4)



5)

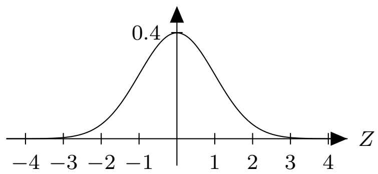


6)

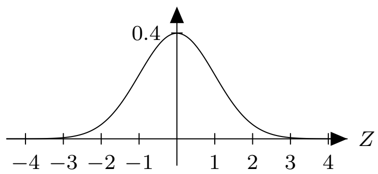


5.2 On considère une variable aléatoire $Z \sim \mathcal{N}(0;1)$.
Traduire chaque écriture symbolique par une représentation graphique sur la courbe de Gauss.

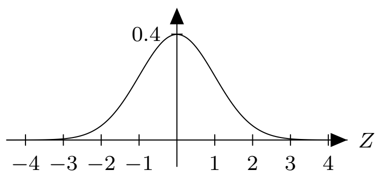
a) $Z = -1$



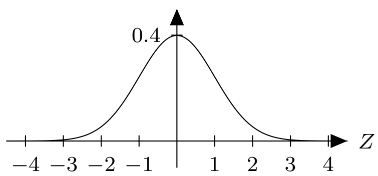
b) $Z > 2$



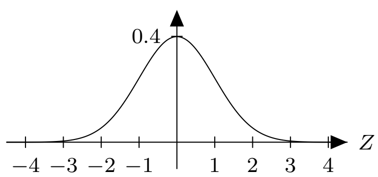
c) $Z < 0$



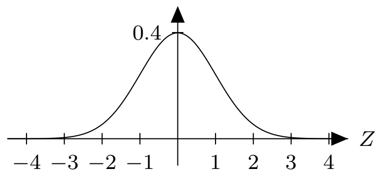
d) $-1 \leq Z \leq 1$



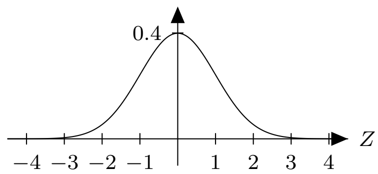
e) $Z \in]-\infty; -1.5[\cup]1; +\infty[$



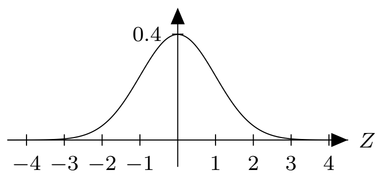
f) $P(Z = -1)$



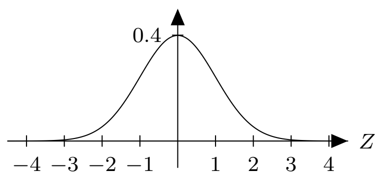
g) $P(Z > 2)$



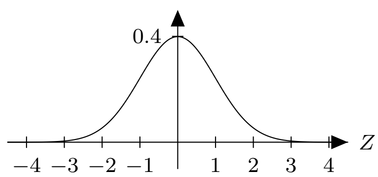
h) $P(Z < 0)$



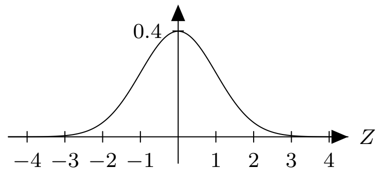
i) $P(-1 \leq Z \leq 1)$



j) $P\left(Z \in]-\infty; -1.5[\cup]1; +\infty[\right)$



5.3 On considère une variable aléatoire $Z \sim \mathcal{N}(0;1)$. On sait que $P(Z > 1) \cong 15.87\%$.



a) Représenter cette probabilité sur la courbe de Gauss.

b) En déduire les probabilités suivantes, en s'aidant si nécessaire d'un schéma :

1) La probabilité que Z prenne une valeur inférieure à -1 :
$P(Z < -1) \cong$

2) La probabilité que Z prenne une valeur supérieure à -1 :
$P(Z > -1) \cong$

3) La probabilité que Z prenne une valeur située entre -1 et 1 :
$P(-1 < Z < 1) \cong$

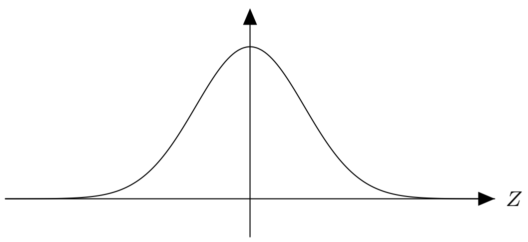
4) La probabilité que Z prenne une valeur située entre 0 et 1 :
$P(0 < Z < 1) \cong$

5) La probabilité que la valeur de Z soit située à plus de 1 de la valeur 0 :
$P(|Z| > 1) = P\left(Z \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[\right) \cong$

5.4 On considère une variable aléatoire $Z \sim \mathcal{N}(0;1)$.
Utiliser la table de la loi normale pour estimer les probabilités suivantes.

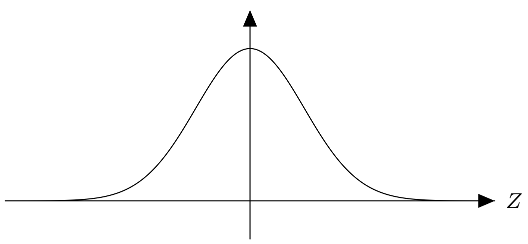
a) $P(Z = 0.5)$
b) $P(Z > 1.25)$
c) $P(Z > 2.5)$
d) $P(Z < 2.5)$
e) $P(Z < -2.33)$
f) $P(Z > -1.25)$
g) $P(-2.33 < Z < 1.25)$
h) $P(1.25 < Z < 2.5)$
i) $P(-0.5 < Z < 0)$
j) $P(|Z| < 2.5)$
k) $P(|Z| > 0.5)$
l) $P\left(Z \in]-\infty; 0[\cup]0.5; +\infty[\right)$

5.5 On considère une variable aléatoire $Z \sim \mathcal{N}(0;1)$.
Représenter graphiquement chaque situation, puis en utilisant la table de la loi normale, déterminer la valeur de a, b, c, d, e et f.



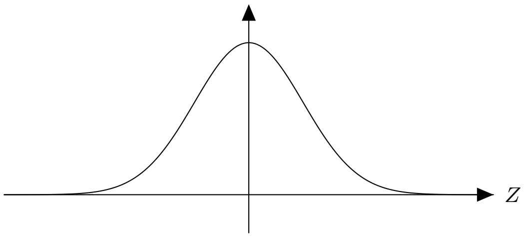
$P(Z > a) = 10\%$

$\Rightarrow a =$



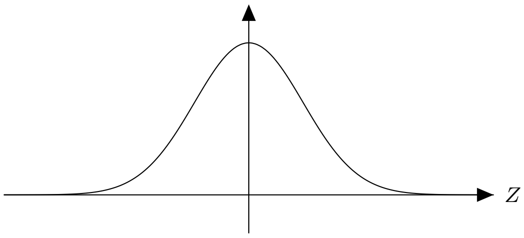
$P(Z > b) = 1\%$

$\Rightarrow b =$



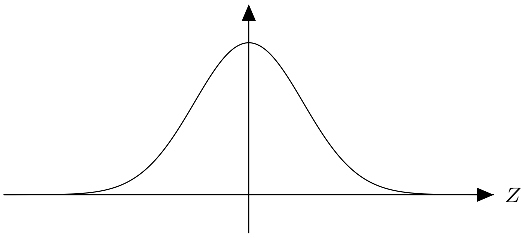
$P\left(|Z| > c\right) = 10\%$

$\Rightarrow c =$



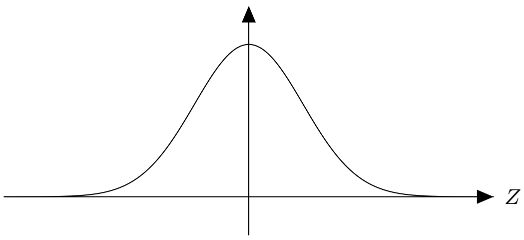
$P\left(|Z| > d\right) = 1\%$

$\Rightarrow d =$



$P(-e < Z < e) = 95\%$

$\Rightarrow e =$



$P(-f < Z < f) = 99.9\%$

$\Rightarrow f =$

5.6 Calculer les probabilités en utilisant la table.

a) $P\left(X > 60\right)$ avec $X \sim \mathcal{N}(50; 16)$

b) $P\left(X \geq 3.9\right)$ avec $X \sim \mathcal{N}(4; 0.09)$

c) $P\left(X < 325\right)$ avec $X \sim \mathcal{N}(500; 10'000)$

d) $P\left(-1 < X < 2\right)$ avec $X \sim \mathcal{N}(1.5; 4)$

e) $P\left(20 < X < 28\right)$ avec $X \sim \mathcal{N}(24; 25)$

f) $P\left(|X| > 1\right)$ avec $X \sim \mathcal{N}(0; 10)$

5.7 Déterminer, dans chaque cas, la valeur de c.

a) $X \sim \mathcal{N}(0;9)$ et $P(X \geq c) = 10\%$

b) $X \sim \mathcal{N}(5;1)$ et $P(X \leq c) = 30\%$

c) $X \sim \mathcal{N}(100;100)$ et $P(X > c) = 80\%$

d) $X \sim \mathcal{N}(-6;4)$ et $P(X < c) = 95\%$

e) $X \sim \mathcal{N}(0;16)$ et $P(|X| \geq c) = 1\%$

f) $X \sim \mathcal{N}(0;20)$ et $P(-c < X < c) = 97\%$

5.8 Dans un hôpital, on suppose que l'âge du personnel infirmier suit un modèle normal, de moyenne 42 ans et d'écart-type 7 ans.

a) Quel pourcentage du personnel infirmier a moins de 30 ans ?

b) Quel pourcentage du personnel infirmier a entre 39 et 56 ans ?

c) Quel âge a Nicole, infirmière dans cet hôpital, si l'on sait que seulement 20% du personnel infirmier est plus âgé qu'elle ?

5.9 La durée de vie, en heures, des piles produites par un fabriquant se distribue selon un modèle normal : $X \sim \mathcal{N}(110;100)$.

a) Quelle est la probabilité qu'une pile dure plus de 125 heures ?

b) Quelle est la probabilité qu'une pile dure entre 95 et 125 heures ?

c) La garantie stipule que si la pile ne dure pas assez longtemps, le fabriquant s'engage à la remplacer gratuitement. A combien d'heures doit-il fixer le seuil de durée garantie pour ne remplacer que 5% des piles vendues ?

5.10 Louis prend tous les jours le train pour venir au Gymnase. En moyenne, il met 16 minutes pour faire le trajet entre chez lui et la gare, avec un écart-type de 3 minutes. On suppose que la distribution du temps de trajet suit un modèle normal.

a) Si Louis part de chez lui à 7h15 alors que le train part à 7h35, quelle est la probabilité qu'il manque son train ?

b) A quelle heure Louis doit-il partir de chez lui pour que la probabilité qu'il manque son train soit réduite à 1% ?

5.11 On suppose que la distribution du quotient intellectuel (QI) suit un modèle normal : $X \sim \mathcal{N}(100;225)$.

a) Quel pourcentage de la population a un QI compris entre 92 et 108 ?

b) On dit qu'une personne souffre de déficience mentale si son QI est inférieur à 70. Quelle proportion de la population devrait donc souffrir de déficience mentale ?

c) Julien prétend que 80% de la population a un QI inférieur au sien. Quelle devrait être la valeur de son QI ?

5.12 Dans une université, les examens d'admission en médecine sont notés au dixième sur une échelle de 1 à 6. On suppose que la distribution des résultats suit un modèle normal de moyenne 4.12 et d'écart-type 2.7.

a) Quelle est la probabilité qu'un étudiant choisi au hasard ait une note supérieure à 5 ?

b) Si l'université n'admet que 33% des candidats, à quelle note doit-elle fixer le seuil pour choisir les candidats admis ?

5.13 Le tableau suivant donne la répartition de 500 garçons de 3 ans en fonction de leur taille.

Taille en cm	**Nombre de garçons**	**Fréquence (%)**
< 90	22	
$[90\,;\,92[$	47	
$[92\,;\,94[$	84	
$[94\,;\,96[$	113	
$[96\,;\,98[$	109	
$[98\,;\,100[$	75	
$[100\,;\,102[$	35	
≥ 102	15	
Total	**500**	

a) Compléter la dernière colonne du tableau.

b) Représenter les données par un histogramme en pourcentage.

c) Calculer la moyenne, la médiane, la variance et l'écart-type de cet échantillon.

d) D'après la forme de l'histogramme et les valeurs calculées, quel modèle peut-on utiliser pour décrire la taille d'un enfant de 3 ans ?

e) Utiliser ce modèle pour calculer la probabilité qu'un enfant mesure plus de 97 cm.

f) D'après ce modèle, combien mesure au maximum un enfant de 3 ans faisant partie des 10% les plus petits ?

Théorème central limite

5.14 Le revenu annuel moyen des 3'000 médecins d'une région est de 200'000 francs, avec un écart-type de 20'000 francs.
On prélève un échantillon aléatoire de 100 médecins parmi ces 3'000 médecins.

a) Pourquoi peut-on considérer que la moyenne des revenus de ces 100 médecins suit une loi normale ?
b) Calculer les paramètres de cette loi normale.
c) Quelle est la probabilité que le revenu moyen de ces 100 médecins vaille exactement 200'000 francs ?
d) Quelle est la probabilité que le revenu moyen de ces 100 médecins soit compris entre 195'000 francs et 205'000 francs ?
e) Quelle est la probabilité qu'il y ait un écart d'au moins 2'000 francs entre le revenu moyen de ces 100 médecins et celui des 3'000 médecins de cette région ?

5.15 Une entreprise fabrique des câbles d'acier.
On désire vérifier si le diamètre X des câbles est conforme aux normes, à savoir une distribution normale de moyenne 0.90 cm et un écart-type de 0.06 cm. Pour ce faire, on prélève au hasard dans la production 36 câbles dont on mesure le diamètre.

a) Pourquoi peut-on considérer que le diamètre moyen de ces 36 câbles suit une loi normale ?
b) Calculer les paramètres de cette loi normale.
c) On obtient un diamètre moyen de 0.88 cm pour ces 36 câbles. Calculer la probabilité d'obtenir un résultat au moins aussi éloigné des 0.90 cm théoriques.
d) D'après le résultat précédent, diriez-vous que les câbles de cette entreprises sont conformes aux normes ?

5.16 La moyenne d'âge des 200 travailleurs d'une usine est de 38.2 ans, avec un écart-type de 5.4 ans. On suppose que la distribution de l'âge des travailleurs de cette usine suit un modèle normal.
On prélève dans cette population un échantillon aléatoire de 25 travailleurs.

a) Pourquoi peut-on considérer que la moyenne d'âge de ces 25 travailleurs suit une loi normale ?
b) Calculer les paramètres de cette loi normale.
c) Quelle est la probabilité que la moyenne d'âge des 25 travailleurs se situe entre 35 et 40 ans ?
d) Si l'on néglige les valeurs extrêmes ayant moins de 1% de chances d'être obtenues, entre quelles valeurs doit se trouver la moyenne d'âge de ces 25 travailleurs ?

5.17 La moyenne d'âge des femmes ayant donné naissance à un enfant en Suisse en 2015 était de 32 ans avec un écart-type de 5 ans.
On prélève un échantillon aléatoire de 100 femmes ayant donné naissance à un enfant en Suisse en 2015, et on leur pose la question suivante : *Quel âge aviez-vous à la naissance de votre enfant ?*

a) Pourquoi peut-on considérer que la moyenne des réponses des 100 femmes suit une loi normale ?

b) Calculer les paramètres de cette loi normale.

c) Si l'on néglige les valeurs extrêmes ayant moins de 5% de chances d'être obtenues, entre quelles valeurs doit se trouver la moyenne des réponses des 100 femmes ?

d) L'âge moyen de ces 100 femmes à la naissance de leur enfant est de 33.7 ans. Doit-on s'étonner d'obtenir un résultat aussi éloigné de la moyenne en Suisse ? Justifier par un calcul de probabilités.

5.18 Dans un gymnase, 115 élèves de l'école de culture générale ont passé leur examen de mathématiques. On a pu observer que la note de chaque élève suit une loi normale : $X \sim \mathcal{N}(4.1\,;\,1.8225)$.
Un enseignant souhaite déterminer si les élèves de sa classe ont mieux réussi que l'ensemble des élèves du gymnase.

a) Pourquoi peut-on considérer que la moyenne des notes obtenues par les 22 élèves de cette classe suit une loi normale ?

b) Calculer les paramètres de cette loi normale.

c) Quelle est la probabilité que la moyenne des notes des élèves de cette classe soit comprise entre 3.5 et 4.5 ?

d) L'enseignant calcule que la moyenne des notes des élèves de sa classe est de 4.6. Peut-il en déduire que sa classe a particulièrement bien réussi l'examen ? Justifier par un calcul de probabilités.

5.19 En 2015, 67'606 personnes sont décédées en Suisse. L'âge moyen au moment du décès est de 79.6 ans avec un écart-type de 15.02 ans.
On prélève au hasard 500 personnes décédées en Suisse en 2015.

a) Pourquoi peut-on considérer que la moyenne des âges de ces 500 personnes au moment du décès suit une loi normale ?

b) Calculer les paramètres de cette loi normale.

c) Quelle est la probabilité que la moyenne d'âge de ces 500 personnes au moment du décès soit inférieure à 80 ans ?

d) Quelle est la probabilité que l'écart entre la moyenne d'âge de ces 500 personnes et celle de toutes les personnes décédées en 2015 soit inférieur à 1 ans ?

e) Si l'on considère uniquement les 99.5% des valeurs les plus proches de la moyenne suisse, entre quelles valeurs doit se trouver la moyenne d'âge de ces 500 personnes ?

5.20 Vous décidez de tenter votre chance au casino en jouant à la roulette américaine. Cette roulette comporte 38 cases : les cases 1 à 36, le zéro et le double zéro.

Vous décidez de miser à chaque fois 1 franc sur "impair". Si la bille tombe sur une case impaire, le casino vous reverse 2 francs. Si la bille tombe sur une case paire, ou sur le zéro ou le double zéro, vous perdez votre mise.

On peut calculer qu'en moyenne, votre gain à chaque partie sera de -5.3 centimes (il s'agit donc d'une perte !) avec un écart-type de 99.86 centimes.

a) Si vous jouez 50 parties, pourquoi peut-on considérer que votre gain moyen par partie (sur l'ensemble des parties de la soirée) suit une loi normale ?
b) Calculer les paramètres de cette loi normale.
c) Quelle est la probabilité qu'à la fin de la soirée, vous repartiez en ayant gagné quelque chose ?
d) Quelle est la probabilité qu'à la fin de la soirée, vous ayez gagné au total plus de 10 francs ?
e) Si vous ne faites pas partie du 1% des joueurs les plus malchanceux, combien d'argent aurez-vous perdu au maximum durant cette soirée ?

5.21 Un gymnase compte 1500 élèves. On a pu mesurer que la moyenne des dépenses hebdomadaires à la cafétéria était de 17.30 avec un écart-type de 8.90.
Durant la semaine spéciale, 450 élèves partent en voyage d'études, et ne consomment donc rien à la cafétéria. Le gérant de la cafétéria souhaite estimer la perte que cela représente pour lui.

a) Pourquoi peut-on considérer que le montant moyen qu'auraient dépensés les 450 élèves absents suit une loi normale ?
b) Calculer les paramètres de cette loi normale.
c) Quelle est la probabilité que ce montant moyen soit supérieur à 18 francs par élève ?
d) Si l'on néglige le 1% des valeurs les plus hautes, à combien au maximum doit s'élever le montant moyen qu'auraient dépensés ces élèves ?

   A combien s'élève donc, dans le pire cas, la perte totale pour le gérant ?

Intervalles de confiance

5.22 On sait que le poids des contenants remplis par une machine obéit à une loi normale dont l'écart-type σ est 0.7 gramme.
Pour un échantillon aléatoire de 100 contenants prélevés dans la production de cette machine, on obtient un poids moyen de 49.7 grammes.

a) Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95%, permettant d'estimer le poids moyen de tous les contenants remplis par la machine.
Interpréter l'intervalle.

b) Donner et interpréter le risque d'erreur.

c) Donner et interpréter la marge d'erreur.

5.23 On construit un intervalle de confiance pour estimer μ à l'aide d'un échantillon de taille 50.

a) Donner la cote Z à utiliser pour obtenir les niveaux de confiance suivants :
i) 80 % ii) 93 % iii) 97 %

b) Lequel de ces trois niveaux de confiance donnera :
i) la plus petite marge d'erreur ? ii) le plus grand risque d'erreur ?

5.24 Afin de pallier un problème de surcharge de réseau dû aux appels interurbains le jour de la fête des Mères, on désire estimer la durée moyenne de ces appels.
Un échantillon aléatoire de 36 appels a donné une moyenne de 5.3 minutes et un écart-type corrigé de 3.5 minutes.

a) Construire un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% pour estimer la durée moyenne des appels interurbains ce jour-là.

b) Présenter les résultats obtenus sous a) en complétant le graphique suivant :

Population

$X=$ ________

____ % de chance que :

____ $\leq \mu \leq$ ____

$\sigma =$ ____

$N =$ ____

$\leftarrow$

Echantillon

$\bar{x} =$ ____

$\hat{\sigma} =$ ____

$n =$ ____

c) L'article suivant présente le sondage. Le compléter.

Selon une étude effectuée par sondage, la durée moyenne des appels interurbains le jour de la fête des Mères est de ____ minutes.

Méthodologie
Ce sondage a été mené à partir d'un échantillon de ____ appels interurbains effectuées le jour de la fête des Mères. Avec un échantillon de cette taille, la marge d'erreur est de ____ minutes, ____ fois sur 20.

5.25

a) Utiliser l'information contenue dans le graphique suivant pour estimer μ par intervalle de confiance.

Population		Echantillon
X= volume		
90 % de chance que :		$\bar{x} = 455$ ml
____ $\leq \mu \leq$ ____	$\leftarrow$	$\hat{\sigma} = 8.5$ ml
$\sigma =$ inconnu		$n = 200$
$N = 1000$		

b) Compléter l'énoncé : Il y a ____ de chances que l'écart entre la moyenne de l'échantillon et la moyenne de la population soit inférieur à ____.

c) Quel type d'estimation utilise-t-on si on pose :
i) $\mu = 455$ ml ? ii) $454.1 \text{ ml} \leq \mu \leq 455.9$ ml ?

d) En négligeant les moyennes $\bar{x}$ ayant moins de 0.3% de chances d'être obtenues, quelle est la plus grande marge d'erreur possible entre μ et $\bar{x}$?
Pourquoi n'utilise-t-on pas cette marge d'erreur pour estimer μ ?

5.26 Une équipe de chercheurs suit le développement de jeunes enfants depuis leur naissance afin d'établir une courbe de croissance indiquant la distribution de leur taille et de leur poids selon l'âge. Voici le tableau de distribution du poids des 500 filles de l'échantillon, à l'âge de trois ans.

Répartition de 500 filles de 3 ans selon le poids

Poids en kg	Nombre de filles
$[11; 12[$	45
$[12; 13[$	80
$[13; 14[$	140
$[14; 15[$	125
$[15; 16[$	70
$[16; 17[$	40
Total	**500**

a) Estimer par intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% le poids moyen des filles de 3 ans

b) Dans ce cas-ci, l'estimation ponctuelle serait-elle acceptable ? Jusitifier la réponse.

5.27

a) Si on augmente le niveau de confiance de 90% à 99%, la marge d'erreur dans l'estimation de μ sera-t-elle plus grande ou plus petite ?

b) Si on augmente la taille de l'échantillon tout en gardant le même niveau de confiance, la marge d'erreur dans l'estimation de μ sera-t-elle plus grande ou plus petite ?

5.28 Calculer la taille minimale de l'échantillon à prélever pour estimer le poids moyen de sacs de sucre remplis par une machine, avec une marge d'erreur d'au plus 0.03 kg, en utilisant un intervalle de confiance au niveau de 99%.

On considère que la distribution du poids des sacs obéit à une loi normale dont l'écart type est de 0.1 kg.

5.29 Calculer la taille minimale de l'échantillon à prélever pour estimer à 500 francs près le revenu familial moyen des familles d'un quartier, avec un niveau de confiance de 95%, si on estime l'écart-type des revenus à 3500 francs.

Tests d'hypothèse

5.30 En 2005, les adolescents québécois âgés de 12 à 17 ans consacrent en moyenne 9.5 heures par semaine à l'écoute de la radio. En 2012, un chercheur émet l'hypothèse que l'arrivée des baladeurs numériques et des services de musique en ligne a entraîné une diminution du temps d'écoute de la radio chez les adolescents.

Pour vérifier son hypothèse, il prélève un échantillon aléatoire de 64 adolescents et il établit que ces derniers consacrent en moyenne 8.3 heures par semaine à l'écoute de la radio, avec un écart-type corrigé de 4.2 heures.

a) La moyenne échantillonnale confirme-t-elle l'hypothèse du chercheur ?
Effectuer une test d'hypothèse au seuil de signification de 0.05.

b) À combien peut-on estimer les risques que la conclusion du test soit fausse ?

c) C'est l'hypothèse ____ qui indique le type de test (unilaéral à droite ou à gauche, ou bilatéral) qu'il faut effectuer.

d) C'est l'hypothèse ____ qui donne la moyenne de la courbe normale utilisée pour représenter la distribution d'échantillonnage de $\bar{X}$.

5.31 On veut tester l'hypothèse nulle $H_0 : \mu = 100$.
Pour ce faire, on prélève un échantillon aléatoire de taille 36 dans la population. Supposons que l'on obtienne l'une des trois valeurs ci-dessous comme moyenne échantillonale.

En sachant que $\sigma = 12$ et considérant la position de chacune des valeurs sur la distribution d'échantillonnage de $\bar{X}$, indiquer la valeur qui nécessiterait la construction d'un test d'hypothèse pour décider du rejet ou du non-rejet de l'hypothèse nulle.
Jusitfier votre choix.

$\bar{x} = 93.3$ $\qquad$ $\bar{x} = 101.3$ $\qquad$ $\bar{x} = 104.6$

5.32

a) Quelle est l'hypothèse testée par un test d'hypothèse : H_0 ou H_1 ?

b) Lequel des quatre énoncés suivants définit le seuil de signification ?
   - Le point à partir duquel on décide de rejeter H_0.
   - La zone de rejet de H_0 : si $\bar{x}$ est dans cette région, on doit rejeter H_0.
   - La probabilité de rejeter l'hypothèse H_0 alors que cette hypothèse est vraie.
   - La probabilité d'accepter l'hypothèse H_0 alors que cette hypothèse est fausse.

c) Commenter l'affirmation suivante :
Lorsqu'on prend la décision de ne pas rejeter l'hypothèse H_0, cela constitue une preuve que cette hypothèse est vraie.

5.33 Formuler les hypothèses H_0 et H_1 pour les situations suivantes, en précisant à chaque fois si l'on effectuera un test unilatéral ou bilatéral.

a) Un fabriquant examine un échantillon de 30 bouteilles remplies par une machine afin de vérifier si celle-ci verse bien, en moyenne, 500 ml de jus par bouteille.

b) Un chercheur émet l'hypothèse que la durée de séjour des touristes dans les hôtels a augmenté à Québec en 2013 par rapport à 2012, où l'on avait observé une moyenne de 2.7 nuitées par personne.

c) La longueur moyenne d'une tige fabriquée par une machine doit être de 35 mm ; on veut vérifier le réglage de la machine.

d) Une machine produit des articles dont le diamètre doit être de 6.25 cm. Si le diamètre moyen d'un lot est inférieur à 6.25 cm, le lot doit être détruit. Par contre, si le diamètre moyen est supérieur à 6.25 cm, les articles pourront tout de même être vendus au même prix (mais pour un usage différent).
On veut vérifier le diamètre moyen des articles.

e) Un chercheur émet l'hypothèse que l'absentéisme des femmes au travail est moindre quand il y a une garderie sur les lieux du travail.
En moyenne, le nombre de jours d'absence des travailleuses du Québec est de 4.4 journées par année.

5.34 Une machine remplit des sacs de sucre de façon telle que le poids de ceux-ci est, en moyenne, de 5 kg avec un écart type de 0.18 kg.

a) On prélève régulièrement un échantillon aléatoire de 50 sacs de sucre dans la production afin de surveiller le réglage de la machine.
Construire une règle de décision, précise au centième près, permettant de s'assurer que les sacs contiennent bien, en moyenne, 5 kg de sucre. Utiliser un seuil de signification de 0.05.

b) Les tableaux suivants donnent, pour les 6 derniers échantillons prélevés, le poids moyen des 50 sacs de sucre de chaque échantillon.
Y a-t-il un échantillon qui indique que la machine était mal ajustée au moment du prélèvement ?

Lundi			**Mardi**		
10h	13h	16h	10h	13h	16h
$\bar{x} = 5.06$ kg	$\bar{x} = 4.98$ kg	$\bar{x} = 4.97$ kg	$\bar{x} = 5.02$ kg	$\bar{x} = 4.96$ kg	$\bar{x} = 4.94$ kg

c) Expliquer ce que signifie un seuil de signification de 0.05 dans le contexte du problème

5.35 Afin d'améliorer le service à la clientèle, une entreprise a informatisé la gestion des stocks.
Avant l'informatisation, le temps nécessaire pour répondre à la demande d'un client suivait une loi normale dont la moyenne était de 8.3 minutes et l'écart type de 3.2 minutes.
À la suite de l'informatisation, un échantillon aléatoire de 25 clients a donné les temps de service suivants, en minutes :

7 9 6 6 3 6 5 7 7 8 10 9 4 3 6 5 7 8 8 3 4 4 6 5 4

Peut-on en conclure, au seuil de signification de 1% que l'informatisation a permis d'accélérer le service à la clientèle ?

5.36 La durée de vie moyenne des tubes fluorescents fabriqués par une entreprise est estimée à 1000 heures. Les techniciens tentent d'améliorer la durée de vie en modifiant la composition du gaz. Un test préliminaire montre que, pour un échantillon de 100 tubes, fluorescents modifiés, la durée de vie moyenne est de 1050 heures.

a) Si l'écart-type corrigé de l'échantillon est de 168 heures, au seuil de signification de 0.01, peut-on en conclure que les néons modifiés durent plus longtemps ?

b) Estimer les risques que la durée de vie moyenne des tubes fluorescents soit toujours de 1000 heures, et donc que la modification du gaz n'a eu aucun effet.

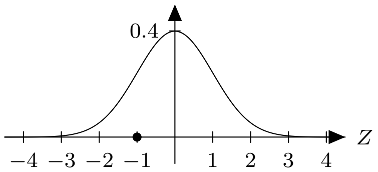
c) La conclusion serait-elle la même si la moyenne de l'échantillon était de 1025 heures ? Peut-on conclure que cela prouve que la durée de vie moyenne réelle des tubes fluorescents produits est bien de 1000 heures ?

Solutions des exercices

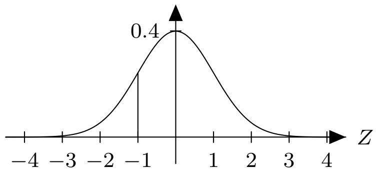
5.1 a) → 3) b) → 4) c) → 2) d) → 5) e) → 1) f) → 6)

5.2

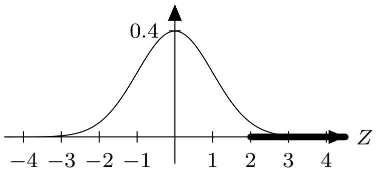
a)



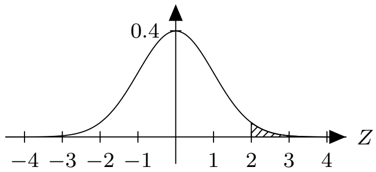
f)



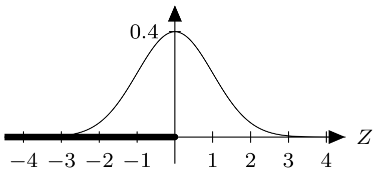
b)



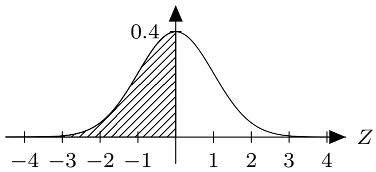
g)



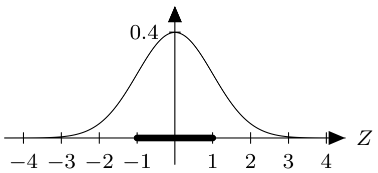
c)



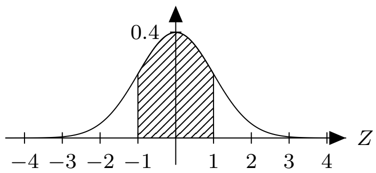
h)



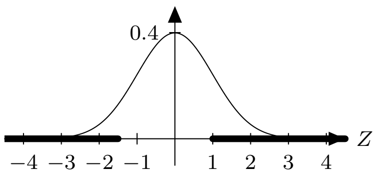
d)



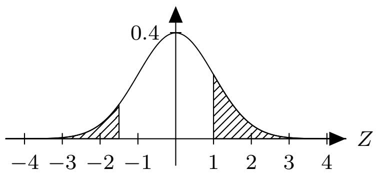
i)



e)

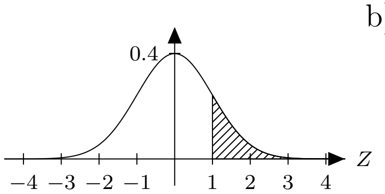


j)



5.3

a)



b) 1) 15.87%

2) 84.13%

3) 68.26%

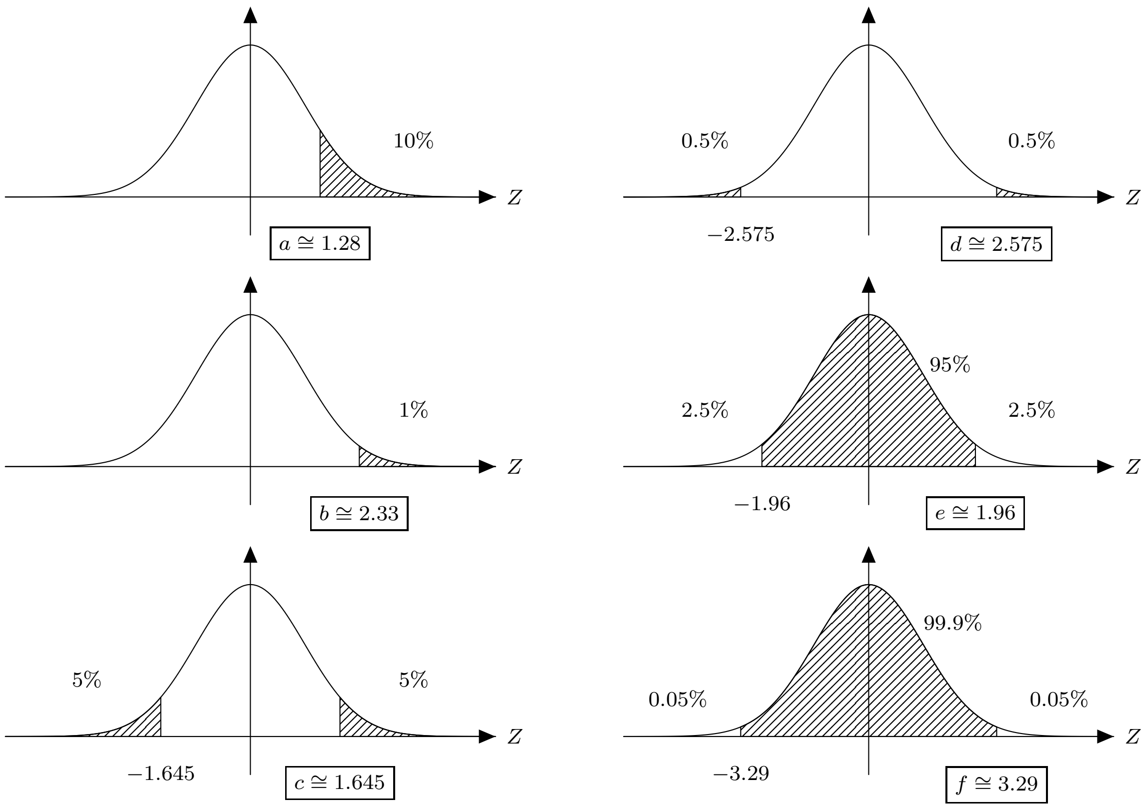
4) 34.13%

5) 31.74%

5.4

a) 0%	e) 0.99%	i) 19.15%
b) 10.56%	f) 89.44%	j) 98.76%
c) 0.62%	g) 88.45%	k) 61.70%
d) 99.38%	h) 9.94%	l) 80.85%

5.5



5.6

a) 0.62%	c) 4.01%	e) 57.62%
b) 62.93%	d) 49.31%	f) 74.90%

5.7

a) 3.84	c) 91.60	e) 10.30
b) 4.48	d) −2.71	f) 9.70

5.8 a) 4.36% b) 64.36% c) Nicole a environ 48 ans (47.88 ans).

5.9 a) 6.68% b) 86.64% c) Environ 94 heures (93.55 heures).

5.10 a) 9.18% b) Il doit partir à 7h12.

5.11 a) 40.38% b) 2.28% c) Environ 113 (112.6).

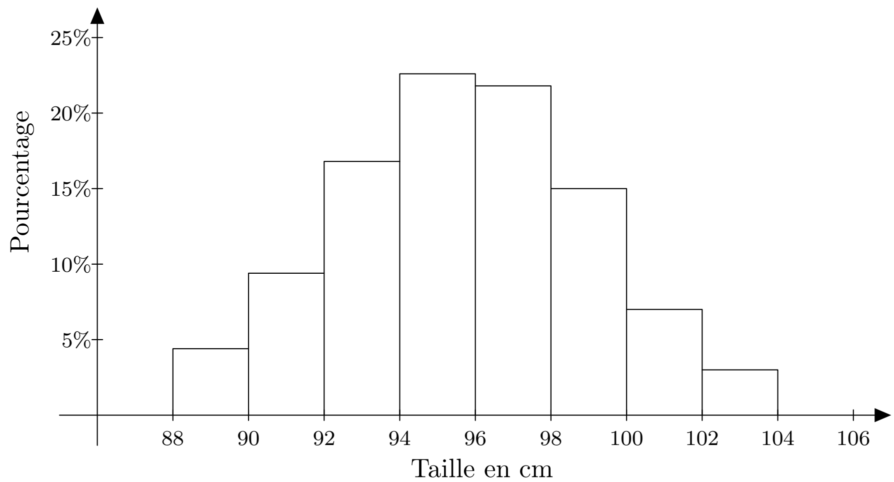
5.12 a) 37.07% b) Le seuil doit être fixé à 5.3.

5.13

a)

Taille en cm	**Nombre de garçons**	**Fréquence (%)**
< 90	22	4.4%
$[90\,;\,92[$	47	9.4%
$[92\,;\,94[$	84	16.8%
$[94\,;\,96[$	113	22.6%
$[96\,;\,98[$	109	21.8%
$[98\,;\,100[$	75	15%
$[100\,;\,102[$	35	7%
≥ 102	15	3%
Total	**500**	**100%**

b)



c) $\bar{x} \cong 95.72$ cm $\tilde{x} \cong 95.72$ cm $s^2 \cong 10.9536$ cm^2 $s \cong 3.31$ cm.

d) L'histogramme a une forme de cloche $\Rightarrow X \sim \mathcal{N}(95.72; 10.9536)$.

e) $\sim$34.83%

f) Environ 91.5 cm (91.48 cm).

5.14

a) Par le TCL, $\bar{X}$ suit **approximativement** une loi normale car $n = 100 \Rightarrow n \geq 30$.

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(200'000\,;\,4'000'000)$

c) 0%

d) $\sim 98.76\%$

e) $\sim 31.74\%$

5.15

a) Par le TCL, $\bar{X}$ suit **approximativement** une loi normale car $n = 36 \Rightarrow n \geq 30$

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(0.90\,;\,0.0001)$

c) $\sim 4.56\%$

d) Plutôt oui (à discuter)

5.16

a) $\bar{X}$ suit **exactement** une loi normale car les données de base suivent déjà une loi normale

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(38.2\,;\,1.0257)$

c) $\sim 96.17\%$

d) Entre 35.6 ans et 40.8 ans

5.17

a) Par le TCL, $\bar{X}$ suit **approximativement** une loi normale car $n = 100 \Rightarrow n \geq 30$

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(32\,;\,0.25)$

c) Entre 31 et 33 ans environ (31.02 et 32.98)

d) Oui, c'est étonnant, cette situation a 0.06% de chances de se produire !

5.18

a) $\bar{X}$ suit **exactement** une loi normale car les données de base suivent déjà une loi normale

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(4.1\,;\,0.0676)$

c) $\sim 92.78\%$

d) Oui, il y a 2.74% de chances d'obtenir une moyenne de classe aussi haute, donc la classe est probablement meilleure que l'ensemble des élèves.

5.19

a) Par le TCL, $\bar{X}$ suit **approximativement** une loi normale car $n = 500 \rightarrow n \geq 30$

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(79.6\,;\,0.4512)$

c) $\sim 72.57\%$

d) $\sim 86.38\%$

e) Entre 77.7 ans et 81.5 ans

5.20

a) Par le TCL, $\bar{X}$ suit **approximativement** une loi normale car $n = 50 \Rightarrow n \geq 30$

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(-5.3\,;\,199.44)$ (en centimes)

c) $\sim 35.20\%$

d) $\sim 3.67\%$

e) 19.10 francs. Il y a donc 99 % de chances que vous ne perdiez pas plus de 19.10 francs.

5.21

a) Par le TCL, $\bar{X}$ suit **approximativement** une loi normale car $n = 450 \Rightarrow n \geq 30$

b) $\bar{X} \sim \mathcal{N}(17.30\,;\,0.1233)$

c) $\sim 2.28\%$

d) Le montant moyen des dépenses hebdomadaires des élèves en voyage d'étude sera au maximum de 18.12 frs.

Il y a donc 99% de chances que la perte totale du gérant ne dépasse pas 8154 francs.

5.22

a) $\bar{x} = 49.7$ g. et $E = z\sigma_{\bar{x}} = 1.96 \cdot \frac{0.7}{\sqrt{100}} = 0.1$ g. $\quad I = [49.6; 49.8]$

Interprétation : Il y a 95% de chances que le poids moyen de l'ensemble des contenants remplis par la machine se situe entre 49.6 et 49.8 grammes.

b) Le risque d'erreur est de 5%. Il y a un risque de 5% que le poids moyen de l'ensemble des contenants remplis par la machine soit inférieur à 49.6 g ou supérieur à 49.8 g.

c) La marge d'erreur $E = 0.1$ g. Il y a 95% de chances d'avoir un écart d'au plus 0.1 g entre le poids moyen des 100 contenants de l'échantillon et le poids moyen de tous les contenants produits.

5.23 a) i) $z = 1.28$ ii) $z = 1.81$ iii) $z = 2.17$

b) i) et ii) Le niveau de confiance de 80%

5.24

a) $I = [4.2; 6.4]$

b)

Population		Echantillon
$X=$ durée des appels 95 % de chance que : 4.2 minutes $\leq \mu \leq$ 6.4 minutes $\sigma =$ inconnu $N =$ grande	$\leftarrow$	$\bar{x} = 5.3$ minutes $\hat{\sigma} = 3.5$ minutes $n = 36$

c) 5.3 Méthodologie : 36 ; 1.1 ; 19.

5.25

a) Attention ! Il faut utiliser le facteur de correction car $1000 = N \leq 20n = 4000$

454.1 ml $\leq \mu \leq$ 455.9 ml

b) 90% ; 0.9 ml

c) i) Une estimation ponctuelle. ii) Une estimation par intervalle de confiance.

d) $E = 3 \cdot 0.54 = 1.6$ ml. (Le calcul exact serait $E = 2.965 \cdot 0.54 \cong 1.6$ ml)

L'emploi de cette marge d'erreur pour estimer μ augmenterait les chances que l'intervalle de confiance comtienne μ à presque 100% (en fait 99.7%), mais il diminuerait la précision de l'estimation en accroissant la marge d'erreur de 0.9 à 1.6 ml. On fait donc le choix de courir un certain risque que l'intervalle construit ne contienne pas μ pour augmenter la précision de l'estimation.

5.26

a) Pour $n = 500$, $\bar{x} = 13.9$ kg et $\hat{\sigma} = 1.4$ kg, on a l'intervalle [13.8 kg ; 14.0 kg].

b) Oui car la marge d'erreur n'est pas très grande par rapport à 13.9 kg. Elle est inférieure à 0.1 kg.

5.27 a) Plus grande. b) Plus petite.

5.28 Au moins 74 sacs.

5.29 Au moins 189 familles.

5.30 a)

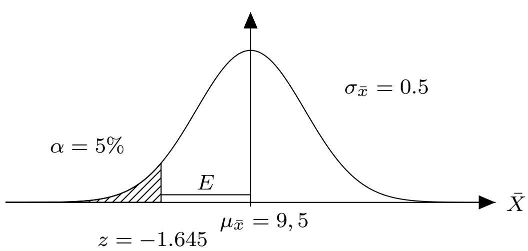
1. Hypothèses et seuil de signification :

   $H_0 : \mu = 9.5$ heures, $H_1 : \mu < 9.5$ heures, $\alpha = 0.05$

   On a $n = 64$, $\bar{x} = 8.3$ heures, $\hat{\sigma} = 4.2$ heures

2. Condition d'application et représentation graphique :

   On a $n \geq 30$, donc $\bar{X}$ suit approximativement une loi normale de moyenne $\mu_{\bar{x}} = 9.5$ et d'écart type $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \dfrac{4.2}{\sqrt{64}} = 0.525$ heure.



3. Point critique : $E = z\sigma_{\bar{x}} = 1.645 \cdot 0.5 = 0.8$ d'où $c = 9.5 - 0.8 = 8.7$ heures.

4. Règle de décision : rejeter H_0 si la moyenne $\bar{x}$ de l'échantillon est inférieure à 8.7 h.

5. Comme $\bar{x} = 8.3 < 8.7$ heures, on rejette H_0.

   Les adolescents de 2012 consacrent en moyenne moins d'heures par semaine à l'écoute de la radio que ceux de 2005.

   Autre méthode

   $T = \dfrac{8.3 - 9.5}{0.525} \cong -2.29.$

   T suit une loi de Student à 63 degrés de liberté. Comme $n \geq 30$, elle peut être approchée par une loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$.

   Le quantile à 5% de la loi normale vaut $q = -1.645$. On rejette donc H_0 car $T \leq q$.

   Les adolescents de 2012 consacrent en moyenne moins d'heures par semaine à l'écoute de la radio que ceux de 2005.

b) À au plus 5%. c) H_1 d) H_0

5.31

— 93,3 est situé à plus de 3 écarts-type de μ. C'est donc une valeur qui a très peu de chance d'être obtenue comme moyenne d'un échantillon. Il faut rejeter H_0.

— 101,3 est situé à moins de 1 écart-type de μ. C'est une valeur tout à fait probable. On ne rejette pas H_0.

— 104,6 est située dans une zone de la courbe d'échantillonnage de $\bar{X}$ où il n'est pas facile de décider si l'écart entre $\bar{x}$ et μ est trop grand pour être imputable au hasard. Un test d'hypothèse s'avère nécessaire.

5.32

a) L'hypothèse H_0.

b) La probabilité de rejeter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie.

c) L'affirmation est fausse. Un test d'hypothèse ne prouve jamais que l'hypothèse H_0 est vraie ; Si on ne la rejette pas lors du test, cela signifie qu'il n'y a aucune évidence statistique justifiant son rejet.

5.33

a) H_0 : la machine verse en moyenne 500 ml ($\mu = 500$ ml)
   H_1 : le volume moyen versé par la machine n'est pas de 500 ml ($\mu \neq 500$ ml)
   test bilatéral

b) H_0 : les touristes dorment en moyenne 2.7 nuitées à Québec ($\mu = 2.7$ nuitées)
   H_1 : les touristes dorment en moyenne plus de 2.7 nuitées à Québec ($\mu > 2.7$ nuitées)
   test unilatéral à droite

c) H_0 : la longueur moyenne des tiges est de 35 mm ($\mu = 35$ mm)
   H_1 : la longueur moyenne des tiges n'est pas de 35 mm ($\mu \neq 35$ mm)
   test bilatéral

d) H_0 : le diamètre moyen des articles est de 6.25 cm ($\mu = 6.25$ cm)
   H_1 : le diamètre moyen des articles est inférieur à 6.25 cm ($\mu < 6.25$ cm)
   test unilatéral à gauche

e) H_0 : les travailleuses du Québec ayant une garderie sur leur lieu de travail manquent en moyenne 4.4 jours par année ($\mu = 4.4$ jours)
   H_1 : les travailleuses du Québec ayant une garderie sur leur lieu de travail manquent en moyenne moins de 4.4 jours par année ($\mu < 4.4$ jours)
   test unilatéral à gauche

5.34

a) $H_0 : \mu = 5$ kg $\qquad H_1 : \mu \neq 5$ kg
   Sous H_0, $\bar{X} \sim \mathcal{N}(5\,;\,0.025^2) \Rightarrow$ les valeurs critiques pour un seuil de 5% sont $c_1 = 4.95$ kg et $c_2 = 5.05$ kg
   Règle de décision : Rejeter H_0 si la moyenne $\bar{x}$ de l'échantillon prélevé est inférieure à 4.95 kg ou supérieure à 5.05 kg.
   ou alors
   Sous H_0, $\dfrac{\bar{X}-5}{0.025} \sim \mathcal{N}(0\,;\,1)$
   Règle de décision : Rejeter H_0 si $\dfrac{\bar{x}-5}{0.025} > 1.96$ ou $\dfrac{\bar{x}-5}{0.025} < -1.96$.

b) Il y en a deux : le lundi à 10h et le mardi à 16h.

c) Il y a 5% de risque de conclure que la machine est déréglée alors qu'en fait, elle est bien réglée.

5.35 La moyenne de l'échantillon est de $\bar{x} = 6.0$ minutes et l'écart-type de la population $\sigma = 3.2$ minutes.

Note : On a $n < 30$ mais comme la distribution du temps de service suit un modèle normal, la distribution d'échantillonnage de $\bar{X}$ suit aussi un modèle normal.

$H_0 : \mu = 8.3$ min $\qquad H_1 : \mu < 8.3$ min $\qquad \sigma_{\bar{X}} = 0.64$ min.

<u>Règle de décision</u> : Rejeter H_0 si la moyenne $\bar{x}$ de l'échantillon prélevé est inférieure à 6.8 min.

<u>Décision et conclusion</u> : Comme $\bar{x} = 6$ minutes < 6.8 minutes, on rejette H_0.

L'informatisation a permis d'accélérer le service à la clientèle.

5.36

a) $H_0 : \mu = 1000$ h $\qquad H_1 : \mu > 1000$ h $\qquad c = 1039,1$ h

On rejette H_0. La durée de vie moyenne des néons modifiés est supérieure à 1000 h.

b) Il y a moins de 1% de chance d'obtenir une moyenne échantillonnale de 1050 heures si la moyenne de la population est de 1000 heures.

La probabilité est tellement faible (en fait, $P(\bar{X} \geq 1050) = P(Z \geq 2.98) = 0.14\%$) qu'on décide de rejeter H_0 en espérant qu'une telle situation ne se soit pas produite.

Le risque de se tromper en décidant de rejeter H_0 est d'au plus 1% (en fait 0.14%)

c) Non, on ne rejetterait pas H_0.

Non, cela signifie simplement que l'écart entre $\bar{x}$ et μ n'est pas statistiquement significatif pour permettre de rejeter H_0. Il faudrait étudier la totalité de la population pour prouver que la moyenne vaut exactement 1000 heures, ce qui n'est évidemment pas faisable !