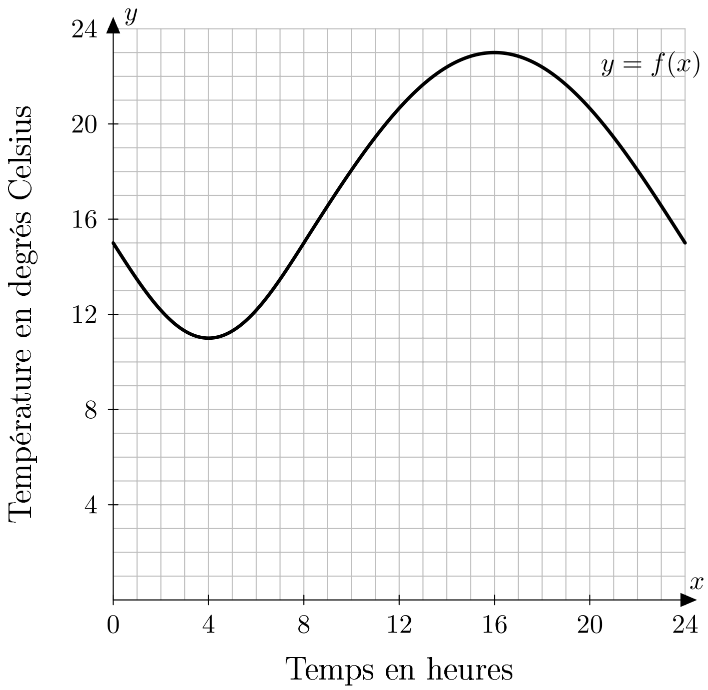
Problème 1 (13 points)



	A	B
Que vaut l'ordonnée à l'origine de f ?	$f(0) = 15$	A minuit, il faisait 15°.
Combien vaut $f(8)$?	15	A 8h00, il faisait 15°.
Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 18$?	$S = \{10; 22\}$	Il faisait 18° à 10h00 et à 22h00.
Pour quelle valeur de x la fonction f est-elle maximale ?	Pour $x = 16$	La température était maximale à 16h00.
Quelle est la plus petite valeur que prend la fonction f ?	11	La température minimale était de 11°.

Problème 2 (8 points)

a)

x	-2	1	Total
$P(X=x)$	$1/5$	$4/5$	1

b) $\mathbb{E}(X) = \dfrac{1}{5} \cdot (-2) + \dfrac{4}{5} \cdot 1 = \dfrac{2}{5} = 0,4$

c) Après 30 jours, il aura joué 300 parties. Comme il gagne en moyenne 40 centimes par partie, il gagnera en moyenne 120 francs.

Problème 3 (26 points)

a) Population : tous les élèves du gymnase.
Echantillon : les 200 élèves du gymnase interrogés.

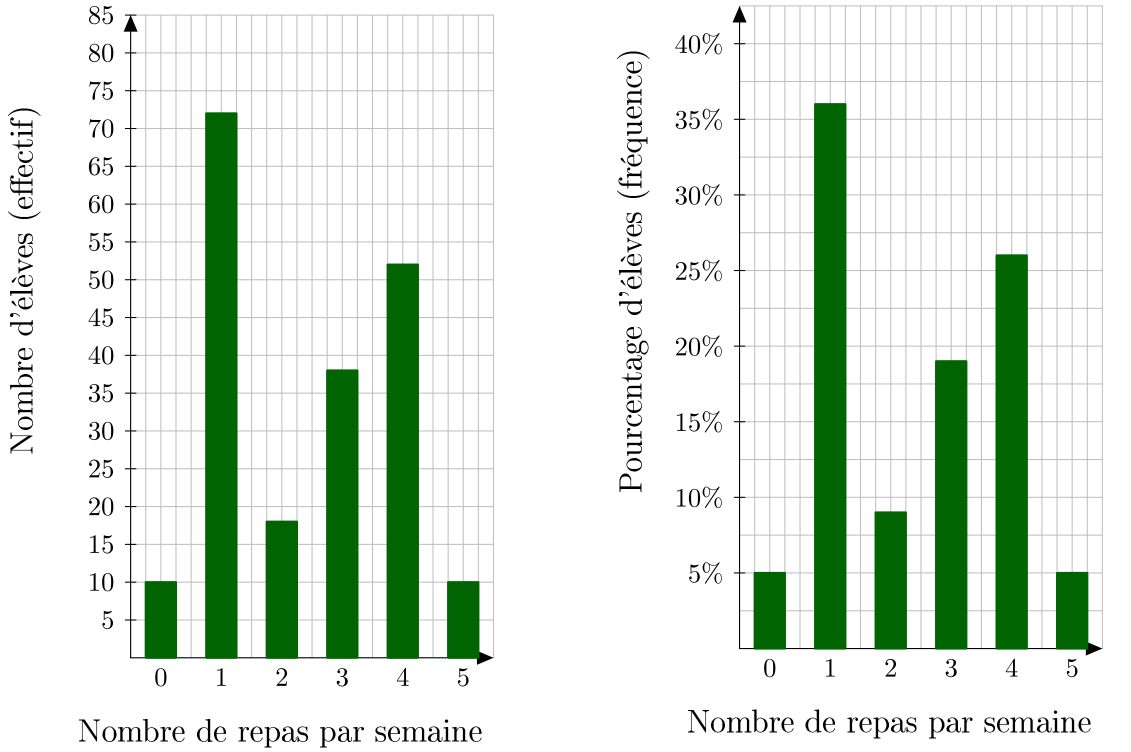
b) Variable statistique : le nombre de repas par semaine pris au restaurant du gymnase.
Type : quantitative discrète.

c)

Nombre de repas	Effectif	Fréquence [%]
0	10	**5**
1	72	**36**
2	18	**9**
3	38	**19**
4	52	**26**
5	10	**5**
TOTAL	**200**	**100**

d) Les deux diagrammes suivants sont acceptés.

Répartition des 200 élèves selon le nombre de repas pris au restaurant



e) Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{480}{200} = 2,4$

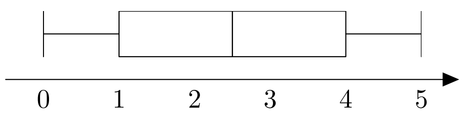
Ecart-type : $s \cong 1,44$ (et $s^2 = \dfrac{416}{200} = 2,08$)

f) Mode : 1

g) La médiane se situe entre la 100$^{\text{e}}$ et la 101$^{\text{e}}$ donnée $\Rightarrow \tilde{x} = \dfrac{2+3}{2} = 2,5$

Le premier quartile se se situe entre la 50$^{\text{e}}$ et la 51$^{\text{e}}$ donnée $\Rightarrow Q_1 = q_{25\%} = \dfrac{1+1}{2} = 1$

Le troisième quartile se situe entre la 150$^{\text{e}}$ et la 151$^{\text{e}}$ donnée $\Rightarrow Q_3 = q_{75\%} = \dfrac{4+4}{2} = 4$



h) Au moins 4 fois par semaine, donc soit 4 fois, soit 5 fois $\Rightarrow 26\% + 5\% = 31\%$.

i) $z_0 = \dfrac{0-\bar{x}}{s} = \dfrac{0-2,4}{1,44} \cong -1,66$.

Une cote z de $-1,66$ n'est pas exceptionnelle.

j) $2,4 + 1,1 \cdot 1,44 \cong 3,986 \cong 4$.

Cet élève mange 4 fois par semaine au restaurant.

Problème 4 (16 points)

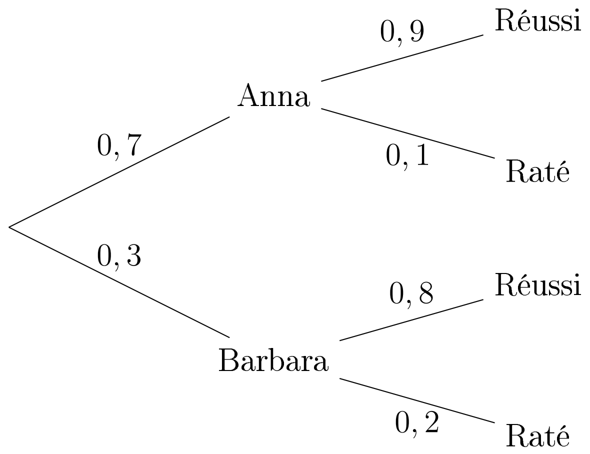
a) $\bar{P}_{10}(4;2;3) = \dfrac{10!}{4! \cdot 2! \cdot 3!} = 12'600$ possibilités

b) i) $P(\text{même couleur}) = P(3\text{ rouges}) + P(3\text{ noires}) = \dfrac{C_3^4 + C_3^3}{C_3^9} = \dfrac{5}{84} \cong 5,95\%$

ii) $P(2\text{ rouges}) = \dfrac{C_2^4 \cdot C_1^5}{C_3^9} = \dfrac{30}{84} \cong 35,71\%$

iii) $P(1\text{ boule de chaque couleur}) = \dfrac{C_1^4 \cdot C_1^3 \cdot C_1^2}{C_3^9} = \dfrac{24}{84} \cong 28,57\%$

c) i)



ii) $P(\text{Réussi}) = 0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,87 = 87\%$

iii) $P(\text{Anna} \mid \text{Réussi}) = \dfrac{P(\text{Anna et Réussi})}{P(\text{Réussi})} = \dfrac{0,7 \cdot 0,9}{0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,8} = \dfrac{0,63}{0,87} \cong 72,41\%$

Problème 5 (13 points)

a) $\bar{x} = 49,6 \quad \sigma = 0,8 \quad n = 100$ donc $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{0,8}{\sqrt{100}} = 0,08$

Pour un niveau de confiance de 99%, on cherche $q_{0,995} = 2,575$

$E = q_{0,995} \cdot \sigma_{\bar{x}} = 2,575 \cdot 0,08 = 0,206$

$\bar{x} - E = 49,6 - 0,206 = 49,394 \cong 49,4 \quad \bar{x} + E = 49,6 + 0,206 = 49,806 \cong 49,8$

Intervalle de confiance pour le poids moyen des cornets de la production en gramme : $I_{99\%} = [49,4; 49,8]$

b) Il y a 99% de chance que le poids moyen de tous les cornets remplis par cette machine se situe entre 49,4 et 49,8 grammes.

c) Le risque d'erreur est de 1%.
Il y a 1% de risque de se tromper en affirmant que le poids moyen des cornets de la production est compris entre 49.4 et 49.8 grammes.

d) Avec un niveau de confiance de 95%, l'intervalle de confiance serait moins large. On donnerait une estimation plus précise mais avec un plus grand risque de se tromper.

Problème 6 (22 points)

a) Le solide $\mathcal{S}$ possède $a = 13$ arêtes, $s = 8$ sommets et $f = 7$ faces.

b) Le volume du cube est égal à $4^3 = 64$ cm^3. D'autre part, le volume de la pyramide de base DGH et de sommet M vaut

$$V_{DGHM} = \frac{1}{3} \cdot \text{base } HGD \cdot \text{hauteur } HM = \frac{1}{3} \cdot \frac{4^2}{2} \cdot \frac{4}{2} = \frac{16}{3} \text{ cm}^3.$$

Ainsi, $V(\mathcal{S}) = 4^3 - \dfrac{16}{3} = 64 - \dfrac{16}{3} = \dfrac{176}{3} \text{ cm}^3 = 58,\bar{6}\,\text{cm}^3$.

c) Voir page suivante.

d) Le triangle DGM est isocèle de sommet M. Ainsi, P le pied de la hauteur issue de M est le milieu de DG.

$DG = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} (\cong 5,657 \text{ cm})$

$DM = GM = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} (\cong 4,472 \text{ cm})$

$MP = \sqrt{DM^2 - \left(\frac{DG}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{20}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2} = \sqrt{20 - \frac{32}{4}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\cong 3,464$ cm)

Ainsi, $\sigma(DGM) = \frac{1}{2} \cdot DG \cdot MP = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{32} \cdot \sqrt{12} = \frac{\sqrt{384}}{2} = 4\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2(\cong 9,798\,\mathrm{cm}^2)$