canton de vaud
LIBERTÉ ET PATRIE

Gymnase de Burier

Case postale 96
Rte de Chailly 170
1814 La Tour-de-Peilz

gymnaseBURIER

# EXAMEN ÉCRIT DE L'ÉCOLE DE CULTURE GÉNÉRALE

## JUIN 2018

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

---

Nom : ___________________________ Prénom :_______________________Classe : _____________

---

| | | |
|---|---|---|
| Durée de l'épreuve | : | 4 heures |
| Consignes | : | Aucune |
| Matériel autorisé | : | Formulaires officiels non annotés |
| | | Calculatrice : Texas Instruments TI30 ECO RS |

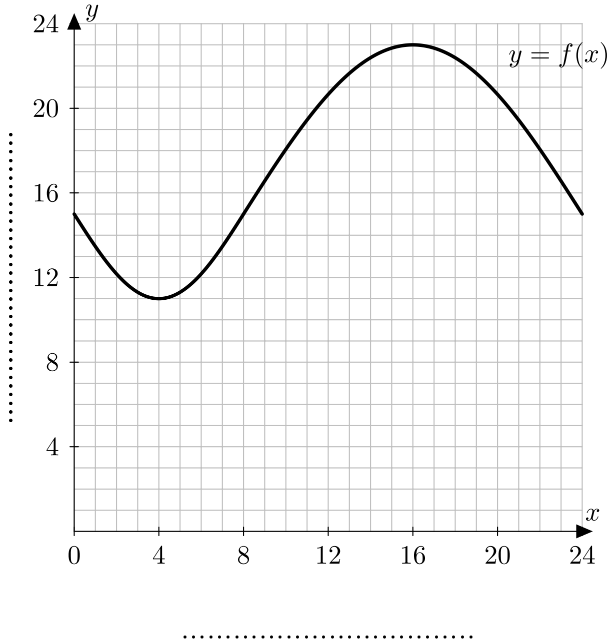
**Problème 1** (13 points)

On a tracé ci-contre le graphe d'une fonction $f$ définie entre 0 et 24.

a) Remplir la colonne $A$ du tableau ci-dessous en se basant sur le graphe.

b) On suppose maintenant que $f(x)$ représente la température (en °C) mesurée à la Tour-de-Peilz le 20 septembre 2017, en fonction de l'heure $x$.

   i) Donner un titre à chaque axe du graphique.




   ii) Interpréter dans ce contexte chaque réponse de la colonne $A$ par une phrase dans la colonne $B$.

| | A | B |
|---|---|---|
| Que vaut l'ordonnée à l'origine de $f$ ? | | |
| Combien vaut $f(8)$ ? | | |
| Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 18$ ? | | |
| Pour quelle valeur de $x$ la fonction $f$ prend-elle une valeur maximale ? | | |
| Quelle est la plus petite valeur que prend la fonction $f$ ? | | |

**Problème 2** (8 points)

Pour se faire un peu d'argent de poche, Julien décide de piéger ses copains en leur proposant le jeu suivant :

Une pièce de monnaie est lancée. Si elle tombe sur PILE, Julien donnera 2 francs à son adversaire. Si elle tombe sur FACE, c'est l'adversaire qui devra donner 1 franc à Julien.

Ses amis acceptent tous de jouer. Ce qu'ils ignorent, c'est que Julien utilise une pièce de monnaie truquée : elle tombe 4 fois sur 5 sur FACE.

Soit $X$ le gain de Julien lors d'une partie.

a) Etablir le tableau de distribution de $X$.

b) Calculer l'espérance de $X$.

c) Si Julien trouve chaque jour 10 amis qui sont d'accord de jouer une fois à ce jeu, combien aura-t-il accumulé en moyenne après 1 mois (donc 30 jours) ?

**Problème 3** (26 points)

En vue d'une étude statistique, on a interrogé 200 élèves choisis au hasard parmi les élèves d'un gymnase sur le nombre de repas par semaine qu'ils prennent au restaurant du gymnase. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

| Nombre de repas | Effectif | Fréquence [%] |
|---|---|---|
| 0 | 10 | |
| 1 | 72 | |
| 2 | 18 | |
| 3 | 38 | |
| 4 | 52 | |
| 5 | 10 | |
| TOTAL | | |

a) Décrire la population et l'échantillon de cette étude.

b) Nommer la variable statistique étudiée et préciser son type.

c) Compléter le tableau ci-dessus.

d) Représenter précisément les résultats par un diagramme en bâtons.
Donner un titre au graphique et aux axes.

e) Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

f) Déterminer le mode de cette série statistique.

g) Calculer la médiane et les quartiles, et représenter les données à l'aide d'un box-plot (boîte à moustaches).

h) Quel pourcentage des élèves mange au moins 4 fois par semaine au restaurant ?

i) Calculer la cote $z$ d'un élève qui ne mange jamais au restaurant du gymnase. D'après ce résultat, s'agit-il d'une situation exceptionnelle ?

j) Combien de fois un élève ayant une cote $z$ de 1,1 mange-t-il au restaurant du gymnase ?

**Problème 4** (16 points)

*Dans cet exercice, toutes les probabilités doivent être données en pourcent, arrondies si nécessaire à 2 décimales.*

Un magicien présente son spectacle de magie.

a) Pour son premier tour, il sort de son chapeau une guirlande de foulards attachés les uns aux autres.
Il a 4 foulards rouges, 2 foulards bleus, 3 foulards verts et un foulard jaune à attacher.
Les foulards de même couleur sont parfaitement identiques.
Combien y a-t-il de dispositions possibles pour attacher ces foulards ?

b) Pour son deuxième tour, il place 9 boules numérotées de 1 à 9 dans son chapeau.
Les boules 1 à 4 sont rouges, les boules 5 à 7 sont noires et les boules 8 et 9 sont blanches.
Elles sont parfaitement identiques au toucher.
Il demande ensuite à un spectateur de tirer simultanément 3 boules.
Calculer la probabilité que le spectateur tire

   i) 3 boules de la même couleur ;

   ii) exactement 2 boules rouges sur les 3 boules tirées ;

   iii) une boule de chaque couleur.

c) Pour son dernier tour, le magicien a besoin de l'une de ses assistantes, Anna ou Barbara.
C'est un tour compliqué, et il sait qu'il rate le tour 1 fois sur 10 s'il le fait avec Anna, et 2 fois sur 10 s'il le fait avec Barbara.
Il travaille avec Anna 70% du temps.

   i) Représenter la situation à l'aide d'un arbre.

   ii) Un soir, un admirateur va voir le magicien. Calculer la probabilité que le magicien réussisse son tour ce soir-là.

   iii) Un autre soir, les spectateurs sont conquis : le magicien a réussi son tour. Sachant cela, quelle est la probabilité qu'il ait fait son tour avec Anna ?

**Problème 5** (13 points)

On sait que le poids des cornets de glace remplis par une machine obéit à une loi normale dont l'écart-type $\sigma$ vaut 0,8 gramme.
Pour un échantillon de 100 cornets prélevés au hasard dans la production de cette machine, on obtient un poids moyen de 49,6 grammes.

a) Construire un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 99%, permettant d'estimer le poids moyen de tous les cornets remplis par cette machine. (Précision au dixième de gramme.)

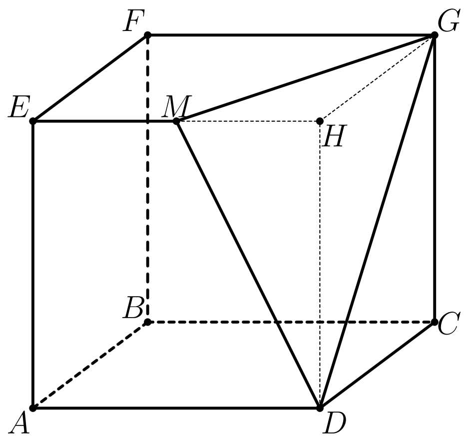
b) Interpréter par une phrase l'intervalle trouvé en a).

c) Donner le risque d'erreur et expliquer ce que signifie ce risque d'erreur.

d) Expliquer par une phrase quel serait l'impact sur l'intervalle de confiance si on demandait un niveau de confiance de 95% plutôt que 99%.

**Problème 6** (22 points)

On considère un cube $ABCDEFGH$ de côté $c = 4$ cm.
Le point $M$ est au milieu du segment $EH$.
On retranche du cube $ABCDEFGH$ le coin $HGDM$ pour obtenir le solide $\mathcal{S}$.




a) Déterminer le nombre $a$ d'arêtes, le nombre $s$ de sommets et le nombre $f$ de faces du solide $\mathcal{S}$.

b) Calculer la valeur exacte du volume du solide $\mathcal{S}$.

c) Représenter le développement du solide $\mathcal{S}$ en vraie grandeur. Mettre les lettres correspondant à chaque sommet.

d) Calculer la valeur exacte de l'aire de la face $DGM$.