4 Probabilités

4.1 Définition de la notion de probabilité

• **Univers** : ensemble U de tous les cas (ou issues) possibles.
• **Evénement** : un sous-ensemble de cas possibles, donc un sous-ensemble de U.
• U est l'événement **certain**.
• $\emptyset$ est l'événement **impossible**.

Notation : $|U|$ désigne le nombre d'issues contenues dans U.

La probabilité d'un événement A, notée $P(A)$ est définie par :

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{|A|}{|U|}}$$

C'est un **nombre** sans unité compris entre 0 et 1 (100%) exprimant les « chances » que l'événement se réalise.

On se trouve dans une situation d'équiprobabilité si l'on peut décrire l'expérience aléatoire à l'aide d'un univers U dont tous les cas ont les mêmes « chances » de se réaliser. Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A vérifie :

1)
$$\boxed{0 \leq P(A) \leq 1}$$
En particulier, $P(U) = 1$, où U est l'univers des cas possibles

2) Probabilité d'un événement contraire :
Soit $B = U \setminus A$ l'événement comportant les cas non compris dans l'événement A.
$$\boxed{P(B) = 1 - P(A)}$$

4.2 Probabilités en utilisant la combinatoire

Modèle 24. Résoudre l'exercice 4.3.

$|U| = \ldots$

a) $|A| = \ldots$

b) $|B| = \ldots$

c) $|C| = \ldots$

4.3 Probabilités en utilisant un diagramme de Venn

Modèle 25. Résoudre l'exercice 4.8.

$|U| = \ldots$

Diagramme de Venn :

a) $|A| = \ldots$

b) $|B| = \ldots$

4.4 Probabilité conditionnelle

Probabilité conditionnelle de « A sachant B »

Soient A et B deux événements avec $p(B) = 0$.
La probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé (plus simplement, probabilité de A sachant B), notée $P(A/B)$, est définie par :

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Modèle 26. Résoudre l'exercice 4.15.

$|U| = \ldots$

$P(A) = \ldots$

$P(A|B) = \ldots$

$P(A|C) = \ldots$

$P(A|\bar{B}) = \ldots$

$P(A|\bar{C}) = \ldots$

4.5 Probabilités avec diagramme en arbre

Modèle 27. Résoudre l'exercice 4.23.

$|U| = \ldots$

Diagramme en arbre :

a) ...

b) ...

4.6 Espérance mathématique

Modèle 28. Résoudre l'exercice 4.39.

a)

x_i	1	2	3	4	5	Total
$P(X = x_i)$						

b) $\mathbb{E}(X) = \ldots$