Modèle 32 : Intervalles de confiance

Condition : population qui suit une loi normale.
Notations :

//////////	Population	Échantillon
Taille	N	n
Moyenne	μ	$\bar{x}$
Variance	σ^2	s^2

I est un intervalle de confiance au niveau de confiance $1-\alpha$ (en %) pour un paramètre μ si

$$P(\mu \in I) = 1-\alpha$$

α s'appelle le **seuil de l'intervalle de confiance**. Il représente le risque d'erreur.

La marge d'erreur se détermine comme suit :

$$E = q_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{X}}$$

où $q_{1-\alpha/2} = z \iff \Phi(z) = 1-\alpha/2$ (voir loi normale $\mathcal{N}(0\,;1)$ formulaires p.28).

Alors l'intervalle de confiance I pour μ est : $\boxed{I = [\,\bar{x}-E\,;\bar{x}+E\,]}$

Exercice 5.22.

- X : poids des contenants remplis par une machine
- Population : N inconnu ; μ à estimer ; $\sigma = 0.7$ grammes
- Echantillon : $n = 100$ contenants ; $\bar{x} = 49.7$ grammes.

a) • $n = 100 \Rightarrow$ petit échantillon : $\sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{0.7}{\sqrt{100}} = 0.07$

• $1-\alpha = 95\% \Rightarrow \alpha = 5\% = 0.05 \Rightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2} = 0.975$

• $q_{0.975} = 1.96 \iff \Phi(1.96) = 0.975$ (formulaires p.28)

• $E = q_{0.975} \cdot \sigma_{\bar{X}} = 1.96 \cdot 0.07 = 0.1372 \cong 0.1$ gramme

• $I = [\,\bar{x}-E\,;\bar{x}+E\,] = [\,49.7-0.1\,;49.7+0.1\,] = [\,49.6\,;49.8\,]$

Interprétation : voir réponses page 107.

b) voir réponses page 107.

c) voir réponses page 107.