

**Exercice 5.21.**

- $X$  : la dépense hebdomadaire à la cafétéria
- Population :  $N = 1'500$  élèves ;  $\mu = 17.30$  francs et  $\sigma = 8.90$  francs
- Echantillon :  $n = 450$  élèves

a) Par le TCL, car  $n = 450 \geq 30$

b) •  $\frac{N}{20} = \frac{1500}{20} = 75 < n$

•  $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1} = \frac{8.9^2}{450} \cdot \frac{1500-450}{1500-1} \cong 0.1233 \Rightarrow \bar{X} \sim \mathcal{N}(17.3; 0.1233)$

Remarque :  $\sigma_{\bar{X}} \cong \sqrt{0.1233} \cong 0.35$

c) •  $z_{18} = \frac{18 - 17.3}{0.35} = 2$

•  $P(\bar{X} > 18) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \leq 2) =$   
 $= 1 - \Phi(2) \cong 1 - 0.9772 \cong 2.28 \%$

d) •  $c =$  montant moyen maximum dépensé par un élève

•  $z_c = \frac{c - 17.3}{0.35}$

•  $P(\bar{X} < c) = 99\% \Rightarrow P\left(Z < \frac{c - 17.3}{0.35}\right) = 0.99 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 17.3}{0.35}\right) = 0.99 \Rightarrow \frac{c - 17.3}{0.35} \cong 2.33 \Rightarrow c \cong 18.12$  francs

• Une dépense moyenne de 18.12 francs par élève signifie une perte maximum durant cette semaine de  $18.12 \cdot 450 = 8'154$  francs pour le gérant.