Exercice 5.20.

- X : gain à chaque partie
- Population : $\mu = -5.3$ centimes et $\sigma = 99.86$ centimes
- Échantillon : $n = 50$ tirages

a) Par le TCL, car $n = 50 \geq 30$

b) $\dfrac{\sigma^2}{n} = \dfrac{99.86^2}{50} \cong 199.44 \Rightarrow \bar{X} \sim \mathcal{N}(-5.3\,;199.44)$

Remarque : $\sigma_{\bar{X}} \cong \sqrt{199.44} \cong 14.12$

c) • $z_0 = \dfrac{0-(-5.3)}{14.12} \cong 0.38$

• $P(\bar{X} > 0) = P(Z > 0.38) = 1 - P(Z \leq 0.38) =$

$= 1 - \Phi(0.38) \cong 1 - 0.648 \cong 35.2\%$

d) • Un gain de plus de 10 francs signifie un gain moyen de 20 centimes par partie.

• $z_{20} = \dfrac{20-(-5.3)}{14.12} \cong 1.79$

• $P(\bar{X} > 20) = P(Z > 1.79) = 1 - P(Z \leq 1.79) =$

$= 1 - \Phi(1.79) \cong 1 - 0.9633 \cong 3.67\%$

e) • c = somme d'argent perdue en moyenne par partie

• $z_c = \dfrac{c-(-5.3)}{14.12}$

• $P(\bar{X} > c) = 99\% \Rightarrow P\left(Z > \dfrac{c-(-5.3)}{14.12}\right) = 0.99 \Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \dfrac{c+5.3}{14.12}\right) = 0.99 \Rightarrow$

$\Rightarrow P\left(Z \leq \dfrac{c+5.3}{14.12}\right) = 0.01 \overset{\text{symétrie}}{\Rightarrow} P\left(Z \geq -\dfrac{c+5.3}{14.12}\right) = 0.01 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq -\dfrac{c+5.3}{14.12}\right) = 0.01 \Rightarrow P\left(Z \leq -\dfrac{c+5.3}{14.12}\right) = 0.99 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Phi\left(-\dfrac{c+5.3}{14.12}\right) = 0.99 \Rightarrow -\dfrac{c+5.3}{14.12} \cong 2.33 \Rightarrow c \cong -38.2$ centimes

• Une perte moyenne de 38.2 centimes par partie signifie une perte maximum durant cette soirée de $38.2 \cdot 50 = 1910$ centimes soit 19.10 francs.