

Exercice 5.19.

- X : l'âge des personnes décédées en Suisse en 2015
- Population : $N = 67'606$ personnes ; $\mu = 79.6$ ans et $\sigma = 15.02$ ans
- Echantillon : $n = 500$ personnes

a) Par le TCL, car $n = 500 \geq 30$

b) • $\frac{N}{20} = \frac{67'606}{20} = 3'380.3 > 500 \Rightarrow n < \frac{N}{20} \Rightarrow$ petit échantillon

• $\mu = 79.6$ ans et $\frac{\sigma^2}{n} = \frac{15.02^2}{500} \cong 0.4512 \Rightarrow \bar{X} \sim \mathcal{N}(79.6; 0.4512)$

Remarque : $\sigma_{\bar{X}} \cong \sqrt{0.4512} \cong 0.67$

c) • $z_{80} = \frac{80 - 79.6}{0.67} = 0.6$

• $P(\bar{X} \leq 80) = P(Z \leq 0.6) = \Phi(0.6) \cong 72.57\%$

d) • $z_{78.6} = \frac{78.6 - 79.6}{0.67} \cong -1.49$; $z_{80.6} = \frac{80.6 - 79.6}{0.67} \cong 1.49$

• $P(|\bar{X} - 79.6| < 1) = P(78.6 < \bar{X} < 80.6) =$

$= P(-1.49 < Z < 1.49) = P(|Z| < 1.49) = 2 \cdot \Phi(1.49) - 1 \cong 86.38\%$

e) • $c =$ écart en années par rapport à μ

• $z_{79.6-c} = \frac{79.6 - c - 79.6}{0.67}$; $z_{79.6+c} = \frac{79.6 + c - 79.6}{0.67}$

• $P(|\bar{X} - 79.6| < c) = 99.5\% \Rightarrow P(79.6 - c < \bar{X} < 79.6 + c) = 99.5\% \Rightarrow$

$\Rightarrow P\left(-\frac{c}{0.67} < Z < \frac{c}{0.67}\right) = 0.995 \Rightarrow P\left(|Z| < \frac{c}{0.67}\right) = 0.995 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \cdot \Phi\left(\frac{c}{0.67}\right) - 1 = 0.995 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c}{0.67}\right) = 0.9975 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{c}{0.67} \cong 2.81 \Rightarrow c \cong 1.9$

- La moyenne des âges des 500 personnes doit se situer entre 77.7 et 81.5 ans environ ($79.6 - 1.9 = 77.7$ et $79.6 + 1.9 = 81.5$).