Exercice 5.18.

• X : la note à l'examen de mathématiques de 115 élèves de l'école de culture générale dans un gymnase

• $X \sim \mathcal{N}(4.1\,;1.8225) \Rightarrow \mu = 4.1$ élèves et $\sigma = 1.35$ élève

• Population : $N = 115$ élèves et échantillon : $n = 22$ élèves

a) On a $n = 22 \leq 30$, mais on sait que les données de base suivent déjà une loi normale.

b) • $\dfrac{N}{20} = \dfrac{115}{20} = 5.75 < 22 \Rightarrow n > \dfrac{N}{20} \Rightarrow$ grand échantillon

• $\sigma^2_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma^2}{n} \cdot \dfrac{N-n}{N-1} = \dfrac{1.35^2}{22} \cdot \dfrac{115-22}{115-1} \cong 0.0676 \Rightarrow \bar{X} \sim \mathcal{N}(4.1\,;0.0676)$

Remarque : $\sigma_{\bar{X}} \cong \sqrt{0.0676} \cong 0.26$

c) • $z_{3.5} = \dfrac{3.5-4.1}{0.26} \cong -2.31 \quad ; \quad z_{4.5} = \dfrac{4.5-4.1}{0.26} \cong 1.54$

• $P(3.5 < \bar{X} < 4.5) = P(-2.31 < Z < 1.54) = P(Z < 1.54) - P(Z < -2.31) =$

$= \Phi(1.54) - \Phi(-2.31) = \Phi(1.54) - [1 - \Phi(2.31)] \cong 0.9382 - 1 + 0.9896 \cong 92.78\%$

d) • $z_{4.6} = \dfrac{4.6-4.1}{0.26} \cong 1.92$

• $P(\bar{X} \geq 4.6) = P(Z \geq 1.92) = 1 - P(Z < 1.92) =$

$= 1 - \Phi(1.92) \cong 1 - 0.9726 \cong 2.74\%$

Oui, il y a 2.74% de chances d'obtenir une moyenne de classe aussi haute, donc la classe est probablement meilleure que l'ensemble des élèves.