Chapitre 3

Droites du plan

Dans ce chapitre et le suivant, on utilisera un repère $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ **othonormé** du plan, soit un repère dont la base associée $\mathcal{B} = (\overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ est orthonormée. $\mathcal{B}$ satisfait donc les propriétés suivantes : $\overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_2}$ et $\|\overrightarrow{e_1}\| = \|\overrightarrow{e_2}\| = 1$.

3.1 Rappels en géométrie vectorielle plane

Composantes d'un vecteur

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = v_1 \overrightarrow{e_1} + v_2 \overrightarrow{e_2}$$

Coordonnées d'un point

$$A(a_1; a_2) \iff \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

Règle de Chasles

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$$

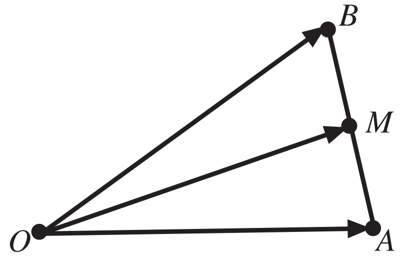
Vecteurs colinéaires

Soit $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ deux vecteurs non nuls.

$$\overrightarrow{v} \text{ et } \overrightarrow{w} \text{ colinéaires (de même direction)} \iff \overrightarrow{w} = k\,\overrightarrow{v}, k \in \mathbb{R}$$

Milieu d'un segment

Soit $A(a_1; a_2), B(b_1; b_2)$ et M le milieu d'un segment AB.



- **Méthode vectorielle** :

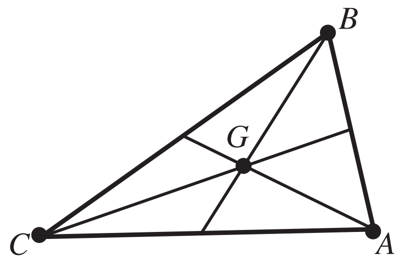
$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$$

- **Méthode analytique**

$$M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}; \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$$

Centre de gravité d'un triangle

Soit $A(a_1; a_2), B(b_1; b_2), C(c_1; c_2)$ et G le centre de gravité d'un triangle ABC.



- **Méthode vectorielle** :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$$

- **Méthode analytique** :

$$G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}; \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\right)$$

Exemple 3.1.

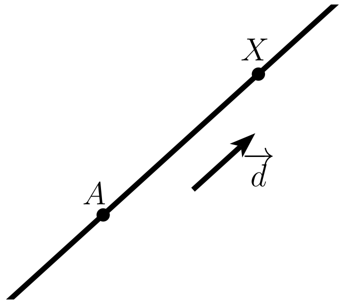
Relativement à un repère du plan, le triangle ABC est donné par son sommet $A(2; -3)$, le milieu $B'(4; 1)$ de son côté AC, ainsi que par son centre de gravité $G(0; 2)$.

Calculer les coordonnées de ses sommets B et C.

3.2 Equations paramétriques d'une droite

Une droite est entièrement déterminée par

- Deux points distincts ou
- Un point et une direction



Soit la droite d passant par le point A et admettant $\vec{d}$ comme **vecteur directeur** (vecteur de même direction que la droite). On a :

$$X \in d \iff \overrightarrow{AX} \text{ colinéaire à } \vec{d} \iff \overrightarrow{AX} = k \cdot \vec{d},\ k \in \mathbb{R}$$

Relativement au repère $\mathcal{R} = (O; \vec{e_1}; \vec{e_2})$, on note $A(a_1; a_2)$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$.

3.2.1 Equation paramétrique vectorielle de *d*

$$\boxed{\overrightarrow{AX} = k \cdot \vec{d},\ k \in \mathbb{R}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + k \cdot \vec{d},\ k \in \mathbb{R}}$$

3.2.2 Equation paramétrique matricielle de *d*

$$\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix},\ k \in \mathbb{R}}$$

3.2.3 Système d'équations paramétriques de *d*

$$\boxed{\begin{cases} x = a_1 + kd_1 \\ y = a_2 + kd_2 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}}$$

Remarque 3.1.

a) En faisant varier k dans des équations paramétriques, on obtient tous les points de la droite.

b) Pour déterminer si un point P appartient à la droite d, on substitue tout d'abord dans les équations paramétriques aux variables x et y les coordonnées de P. On obtient alors un système de deux équations en l'inconnue k, paramètre des équations.
P appartient à d si et seulement si le système possède une unique solution pour k.

c) Si la droite est donnée par deux points A et B, on utilise le vecteur directeur $\overrightarrow{d} = \overrightarrow{AB}$.

d) Il existe une infinité d'équations paramétriques différentes qui définissent la même droite.

Exemple 3.2.

Déterminer des équations paramétriques de la droite d

a) passant par $A(1;-2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

b) passant par $A(2;-5)$ et $B(3;-2)$.

3.2.4 Pente d'une droite

La **pente $\boldsymbol{m}$ d'une droite** d passant par $A(a_1; a_2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ est définie par

- $m = \dfrac{d_2}{d_1}$ si $d_1 \neq 0$.
- Si $d_1 = 0$, la pente de d n'est pas définie et on note $m = \infty$. Dans ce cas, d est une droite parallèle à Oy, deuxième axe de coordonnées.

La valeur de la pente est indépendante du vecteur directeur choisi !

Exemple 3.3.

Déterminer la pente des droites a et b données par

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 2k \\ y = -2 - 3k \end{array} \right. \qquad \text{et} \qquad b = AB \text{ où } A(2; 5) \text{ et } B(-3; 4)$$

Exemple 3.4.

Donner un système d'équations paramétriques de la droite d de pente $m = \dfrac{4}{3}$ passant par le point $A(-1; -2)$.

3.3 Equation cartésienne d'une droite

Toute droite d du plan possède une équation cartésienne du premier degré en x et y du type $ax + by + c = 0$ satisfaite par les coordonnées x et y de tous les points de la droite d et par eux seulement.

Réciproquement, toute équation du premier degré en x et y représente une droite dans le plan.

Exemple 3.5.

a) Par élimination du paramètre k, déterminer une équation cartésienne de la droite d d'équations paramétriques $\begin{cases} x = 3 - 5k \\ y = -2 + 2k \end{cases}$

b) Vérifier que les solutions de l'équation $2x - y + 5 = 0$ sont sur une droite dont on donnera une équation paramétrique matricielle.

Equation cartésienne de d

Si $A(a_1; a_2) \in d$ et $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d, une équation cartésienne de la droite d est donnée par

$$\boxed{d_2 x + (-d_1)y + (d_1 a_2 - d_2 a_1) = 0}$$

Pratiquement

Si $A(a_1; a_2) \in d$ et $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d, pour former une équation cartésienne de d, on procède de la manière suivante :

Méthode 1

- Du vecteur $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ on déduit le vecteur normal $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} d_2 \\ -d_1 \end{pmatrix}$.
- On écrit $(d) \quad d_2 x - d_1 y + c = 0$, expression que l'on obtient en plaçant judicieusement devant x et y les composantes du vecteur $\overrightarrow{n}$.
- On détermine le terme constant c sachant que A est un point de d, donc une solution de son équation cartésienne.

Méthode 2

- On établit un système d'équations paramétriques de la droite d.
- On élimine le paramètre k dans ce système et on obtient une équation cartésienne de d.

Exemple 3.6.

a) Soient $A(3; -2) \in d$ et $\overrightarrow{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de d.
   Etablir une équation cartésienne de d en utilisant les deux méthodes.

b) Donner un vecteur directeur, la pente et deux points à coordonnées entières de la droite d donnée par l'équation $x - 3y + 5 = 0$.

c) Déterminer une équation cartésienne de d passant par $A(5; -1)$ et de pente $m = -\dfrac{3}{2}$.

Pente et vecteurs directeurs d'une droite donnée par son équation cartésienne

Si $(a; b) \neq (0; 0)$ les points solutions de l'équation $ax + by + c = 0$ sont sur une droite d :

- de pente $m =$

- de vecteurs directeurs $\overrightarrow{d} =$

3.4 Positions relatives de deux droites

Si d et e ont respectivement pour vecteur directeur $\overrightarrow{d}$ et $\overrightarrow{e}$,

On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{d} \text{ et } \overrightarrow{e} \text{ non colinéaires} &\iff d \text{ et } e \text{ sont sécantes} \\ \overrightarrow{d} \text{ et } \overrightarrow{e} \text{ colinéaires} &\iff d \text{ et } e \text{ ont la même direction} \end{aligned}$$

Si d et e ont la même direction, pour savoir si les droites sont parallèles ou confondues, il suffit de vérifier si un point quelconque de l'une des droites se trouve sur l'autre droite.

Exemple 3.7.

Déterminer la position relative des droites a et b d'équations respectives

$$(a) \quad 2x + 5y - 12 = 0 \quad \text{ et } \quad (b) \begin{cases} x = -4 + 5k \\ y = 4 - 2k \end{cases}$$

3.5 Point d'intersection de deux droites

On calcule le point d'intersection éventuel de deux droites en **résolvant un système** regroupant les équations paramétriques ou cartésiennes de ces droites. Notons que :

- si les droites se coupent, le système à résoudre possède une unique solution
- si les droites sont parallèles, le système est sans solution.
- si les équations données sont celles d'une même droite, le système est indéterminé.

Exemple 3.8.

a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et e d'équations respectives

$$(d)\ 3x - 2y = 0 \quad \text{et} \quad (e) \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + k \\ y = 2 + k \end{array} \right.$$

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et e d'équations respectives

$$(d) \left\{ \begin{array}{r} x = 7 - 4k \\ y = -10 + 6k \end{array} \right. \quad \text{et} \quad (e) \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{array} \right.$$

c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et e d'équations respectives

$$(d)\ x + 2y - 1 = 0 \quad \text{et} \quad (e) \left\{ \begin{array}{l} x = 3 + 2k \\ y = -1 - k \end{array} \right.$$

3.6 Exercices

Les exercices 3.1 à 3.3 sont des exercices de révision de la première année

3.1

Dans une base $\mathcal{B} = (\overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$, de V_2 on considère les vecteurs

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{e_1} + 4\overrightarrow{e_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{c} = -\overrightarrow{e_1} + 2\overrightarrow{e_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Calculer $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b} - 3\overrightarrow{c}$ et $\overrightarrow{w} = 4\overrightarrow{a} - \frac{3}{2}\overrightarrow{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{c}$.

b) $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{c}$ sont-ils colinéaires ?

c) $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ sont-ils colinéaires ?

d) $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ sont-ils colinéaires ?

e) Trouver deux nombres réels x et y tels que $\overrightarrow{c} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b}$.

f) Trouver deux nombres réels m et p tels que $\overrightarrow{e_1} = m\overrightarrow{a} + p\overrightarrow{b}$.

3.2

Relativement à un repère $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ du plan, on considère un parallélogramme $ABCD$ de centre M. Calculer les coordonnées des sommets manquants dans les cas suivants.

a) $B(3; -3), C(1; 2)$ et $M(1; 0)$.

b) $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $C(1; -2)$.

c) $A(7; 0), \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -9 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $M(-1; 1)$.

d) $B(-7; 3), M(-2; -1)$ et $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$.

3.3

Relativement à un repère $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ du plan, on donne les points $A(3; -5), B(-2; 1)$ et $C(k; 7)$ où k est un paramètre réel.

a) Trouver la valeur de k de sorte que les points A, B et C soient alignés.

b) Calculer le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda\overrightarrow{BC}$.

c) Calculer les coordonnées du point P tel que $\overrightarrow{PA} = 3\overrightarrow{PB}$.

3.4

On donne une droite d par l'équation paramétrique

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a) Calculer les coordonnées et représenter les points de d correspondants aux valeurs suivantes du paramètre k : $-2, -1, 0, 1$ et 2.

b) Les points $A(-11; 11), B(15; -7)$ et $C(31; -17)$ appartiennent-ils à la droite d ?

3.5

On donne une droite d par l'équation paramétrique :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Déterminer sur la droite d les coordonnées du point

a) A situé sur le premier axe de coordonnées,

b) B situé sur le deuxième axe de coordonnées,

c) C qui a une abscisse égale à 7,

d) D qui a une ordonnée égale à -2,

e) E qui a les deux coordonnées égales.

3.6

Soit la droite d d'équation cartésienne $5x - 2y - 11 = 0$.

a) Déterminer les coordonnées de deux points à coordonnées entières de la droite d et représenter cette droite.

b) Les points $D(-3; -13), E\left(\frac{1}{2}; -\frac{17}{4}\right)$ et $F\left(\frac{4}{3}; -2\right)$ appartiennent-ils à la droite d ?

c) Etablir des équations paramétriques de la droite d.

3.7

On donne une droite d par l'équation cartésienne $2x + 5y - 20 = 0$. Déterminer sur la droite d les coordonnées du point

a) A situé sur le premier axe de coordonnées,

b) B situé sur le deuxième axe de coordonnées,

c) C qui a une ordonnée égale à 15,

d) D qui a une abscisse égale à 3,

e) E qui a les deux coordonnées égales,

f) F qui est situé sur la droite d'équation $3x - 2y - 11 = 0$.

3.8

Déterminer une équation paramétrique et une équation cartésienne de la droite donnée par :

a) Un point $A(-5;4)$ et un vecteur directeur $\vec{v} = -3\vec{e_1} + \vec{e_2}$.

b) Un point $A(3;-7)$ et la pente $m = -\dfrac{1}{5}$.

c) Les deux points $A(7;2)$ et $B(-5;8)$.

d) Un point $A(-2;5)$ et qui est parallèle à la droite $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

e) Un point $A(2;-3)$ et qui est parallèle à la droite $2x - 3y - 5 = 0$.

f) Un point $A(3;1)$ et qui est parallèle au deuxième axe de coordonnées.

3.9

Relativement à un repère du plan, on donne les points $A(2;4)$, $B(5;6)$ et $P(10;6)$, ainsi que les droites (b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et (c) $2x + y - 10 = 0$.

a) Déterminer une équation paramétrique de la droite a passant par A et B .

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite a.

c) Déterminer une équation cartésienne de la droite b.

d) Déterminer une équation paramétrique de la droite c.

e) Calculer les coordonnées du point I d'intersection des droites b et c.

f) Le point P appartient-il à la droite b ? Justifier.

g) Calculer les coordonnées du point C d'abscisse 6 de la droite c.

h) Montrer que les droites a et b sont parallèles.

3.10

Déterminer la position relative des droites a et b données ci-dessous. Si les droites se coupent, calculer les coordonnées du point d'intersection.

a) (a) $4x - 6y - 3 = 0$ et (b) $-2x + 3y - 5 = 0$

b) (a) $x + 3y = 11$ et (b) $\begin{cases} x = 8 - 3m \\ y = 1 + m \end{cases}$

c) (a) $4x - 3y - 6 = 0$ et (b) $6x + y - 20 = 0$

d) (a) $\begin{cases} x = 5 + 3k \\ y = 8 + 2k \end{cases}$ et (b) $\begin{cases} x = -2 - 6m \\ y = 8 + 4m \end{cases}$

3.11

a) Ecrire l'équation cartésienne d'une droite d de pente m qui passe par le point $A(2;5)$.

b) Déterminer ensuite la valeur de m de telle sorte que la droite d :

   i) passe par le point $B(8;-2)$;

   ii) coupe le premier axe de coordonnées en $C(5;0)$;

   iii) possède $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur.

3.12

Les supports des côtés d'un triangle ABC sont les droites d'équations :

$$(AB)\ 3x + y - 11 = 0 \quad / \quad (AC) \left\{ \begin{array}{l} x = 2 - k \\ y = 1 + k \end{array} \right. \quad / \quad (BC)\ 3x + 2y - 13 = 0$$

a) Calculer les coordonnées des sommets A, B et C du triangle ABC.

b) Calculer les coordonnées des points M et N milieux respectifs des côtés AB et AC.

c) Déterminer une équation cartésienne de la droite MN ; est-elle parallèle au côté BC ?

3.13

Relativement à un repère du plan, on considère les points

$$A(10; 3), B(13; 9) \text{ et } C(1; 3)$$

ainsi que les droites

$$(p)\ x - 2y - 4 = 0 \text{ et } (q) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a) Représenter graphiquement les points A, B, C et les droites p et q.

b) Montrer que le point A est sur la droite p et le point C est sur la droite q.

c) On considère le quadrilatère $ABCD$ où D est le point d'intersection des droites p et q. Calculer les coordonnées de D et montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze.

d) Etablir une équation cartésienne de la médiane du triangle ABC issue du sommet A.

e) Etablir une équation cartésienne de la droite t, parallèle et à égale distance de (BC) et p.

3.14

Un parallélogramme $ABCD$ est donné par

- son sommet $A(1; 1)$,
- la pente du côté AD : $m_{AD} = -\dfrac{1}{2}$,
- une équation paramétrique de la droite AB : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,
- une équation cartésienne de la droite BD : $2x - y - 10 = 0$.

a) Représenter graphiquement le parallélogramme $ABCD$.

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite AD.

c) Calculer les coordonnées des sommets B, C et D du parallélogramme $ABCD$.

3.7 Réponses

3.1

a) $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \end{pmatrix}$;

b) $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{c}$ non colinéaires;

c) $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ non colinéaires;

d) $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ non colinéaires;

e) $x = -\dfrac{10}{7}, y = \dfrac{1}{7}$;

f) $m = \dfrac{4}{7}, p = \dfrac{1}{7}$

3.2

a) $A(1;-2), D(-1;3)$

b) $A(-3;3), B(-1,-2), D(-1;3)$

c) $B(0;3), C(-9;2), D(-2;-1)$

d) $A(1;3), C(-5;-5); D(3;-5)$

3.3

a) $k = -7$

b) $\lambda = 2$

c) $P\left(-\dfrac{9}{2};4\right)$.

3.4

a) $M_{-2}(-5;7), M_{-1}(-2;5), M_0(1;3), M_1(4;1), M_2(7;-1)$

b) oui, $k = -4$ / non / oui, $k = 10$

3.5

a) $A(4.5;0)$ b) $B(0;9)$ c) $C(7;-5)$ d) $D(5.5;-2)$ e) $E(3;3)$.

3.6

a) par exemple $A(1;-3), B(3;2)$.

b) oui, oui, non

c) par exemple $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

3.7

a) $A(10;0)$

b) $B(0;4)$

c) $C(-27.5;15)$

d) $D(3;2.8)$

e) $E\left(\dfrac{20}{7};\dfrac{20}{7}\right)$

f) $F(5;2)$.

3.8

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, x + 3y - 7 = 0$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}, x + 5y + 32 = 0$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, x + 2y - 11 = 0$

d) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, 3x + 2y - 4 = 0$

e) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, 2x - 3y - 13 = 0$

f) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, x - 3 = 0$

3.9

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix};$

b) $2x - 3y + 8 = 0\,;$

c) $2x - 3y - 2 = 0\,;$

d) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix};$

e) $I(4; 2)$

f) oui

g) $C(6; -2)$

h) Même pente $m = \dfrac{2}{3}$

3.10

a) $a \parallel b$

b) $a \equiv b$

c) $I(3; 2)$

d) $I\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{17}{3}\right)$

3.11

a) $y = mx + 5 - 2m$

b) i) $m = -\dfrac{7}{6}$ ii) $m = -\dfrac{5}{3}$ iii) $m = \dfrac{5}{3}$

3.12

a) $A(4; -1), B(3; 2), C(7; -4)$

b) $M\left(\dfrac{7}{2}; \dfrac{1}{2}\right), \left(\dfrac{11}{2}; -\dfrac{5}{2}\right)$

c) (MN) $6x + 4y - 23 = 0$. MN est parallèle à BC.

3.13

c) $D\left(\dfrac{32}{5}; \dfrac{6}{5}\right)$

d) $x + y = 13$

e) $2x - 4y + 1 = 0$

3.14

b) $x + 2y - 3 = 0$.

c) $B(7; 4), C\left(\dfrac{53}{5}; \dfrac{11}{5}\right), D\left(\dfrac{23}{5}; -\dfrac{4}{5}\right)$