

Exercice 4.6.

$$\text{a) } \bullet (d) : 3x - 5y + 4 = 0 \Rightarrow \vec{n}_d = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \vec{p} \Rightarrow \boxed{(p) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}}$$

$$\bullet (d) : 3x - 5y + 4 = 0 \Rightarrow (p) : 5x + 3y + c = 0 \text{ passe par } P(5; 2)$$

$$\Rightarrow 5 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + c = 0 \iff 31 + c = 0 \iff c = -31$$

$$\Rightarrow \boxed{(p) : 5x + 3y - 31 = 0}$$

$$\text{b) } \bullet (d) : -4x + 5y = 0 \Rightarrow \vec{n}_d = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \vec{p} \Rightarrow \boxed{(p) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5/3 \\ -9/8 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}}$$

$$\bullet (d) : -4x + 5y = 0 \Rightarrow (p) : 5x + 4y + c = 0 \text{ passe par } P\left(-\frac{5}{3}; -\frac{9}{8}\right)$$

$$\Rightarrow 5 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{9}{8}\right) + c = 0 \iff -\frac{77}{6} + c = 0 \iff c = \frac{77}{6}$$

$$\Rightarrow (p) : 5x + 4y + \frac{77}{6} = 0 \Rightarrow \boxed{(p) : 30x + 24y + 77 = 0}$$

$$\text{c) } \bullet (d) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{n}_p \Rightarrow \vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{(p) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}}$$

$$\bullet (d) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{d} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{n}_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (p) : 5x + 2y + c = 0 \text{ passe par } P(8; -3)$$

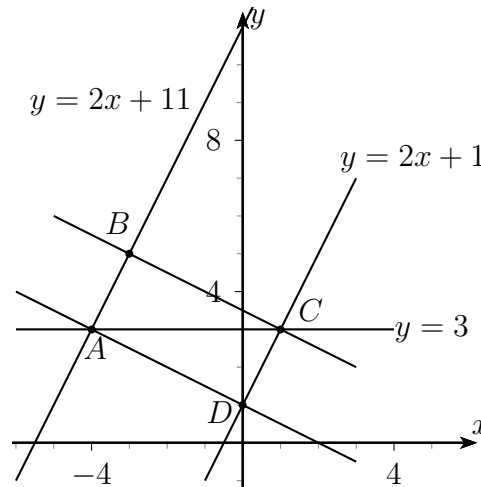
$$\Rightarrow 5 \cdot 8 + 2 \cdot (-3) + c = 0 \iff 34 + c = 0 \iff c = -34$$

$$\Rightarrow \boxed{(p) : 5x + 2y - 34 = 0}$$

Remarque : on peut aussi calculer avec les pentes.

Exercice 4.8.

Figure d'étude (exemple) :



• on pose $(AB) : 2x - y + 11 = 0$; $(CD) : 2x - y + 1 = 0$; $(AC) : y = 3$

• $AB \cap AC = A$

$$\begin{cases} 2x - y + 11 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x + 8 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{A(-4; 3)}$$

• $CD \cap AC = C$

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{C(1; 3)}$$

• $AB \perp BC \Rightarrow (BC) : x + 2y + c = 0$ passe par $C(1; 3)$

$$\Rightarrow 1 + 2 \cdot 3 + c = 0 \iff 7 + c = 0 \iff c = -7 \Rightarrow (BC) : x + 2y - 7 = 0$$

• $AB \cap BC = B$

$$\begin{cases} 2x - y + 11 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2x + 11 \\ x + 2(2x + 11) - 7 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = -5 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{B(-3; 5)}$$

• $CD \perp AD \Rightarrow (AD) : x + 2y + c = 0$ passe par $A(-4; 3)$

$$\Rightarrow -4 + 2 \cdot 3 + c = 0 \iff 2 + c = 0 \iff c = -2 \Rightarrow (AD) : x + 2y - 2 = 0$$

• $CD \cap AD = D$

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + 2y - 2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2x + 1 \\ x + 2(2x + 1) - 2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{D(0; 1)}$$