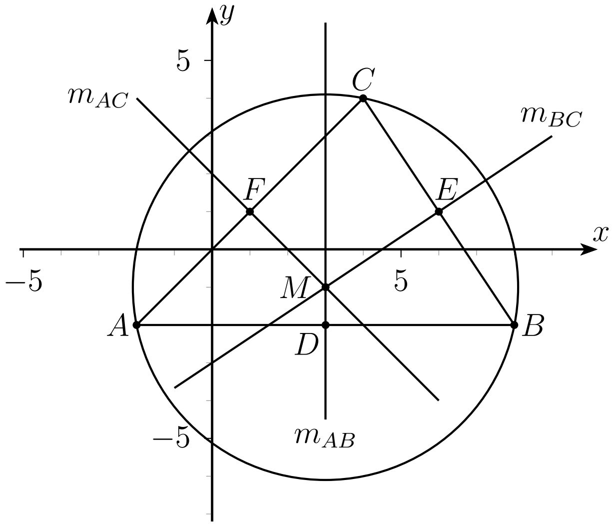
Exercice 4.10.

Figure d'étude :



On donne $A(-2\,;-2)$, $B(8\,;-2)$ et $C(4\,;4)$

1) D point milieu de AB : $D(3\,;-2)$
   E point milieu de BC : $E(6\,;1)$
   F point milieu de AC : $F(1\,;1)$

2) • $m_{AB} \perp AB$ par D :
   $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} // \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $m_{AB} \overset{\text{p.100}}{\Rightarrow} (m_{AB}) : x+c=0$ par $D(3\,;-2)$:
   $\Rightarrow 3+c=0 \iff c=-3 \Rightarrow (m_{AB}) : x-3=0$

   • $m_{BC} \perp BC$ par E :
   $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} // \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $m_{BC} \overset{\text{p.100}}{\Rightarrow} (m_{BC}) : 2x-3y+c=0$
   passe par $E(6\,;1) \Rightarrow 2\cdot 6-3\cdot 1+c=0 \iff 9+c=0 \iff c=-9 \Rightarrow$
   $\Rightarrow (m_{BC}) : 2x-3y-9=0$

   • $m_{AC} \perp AC$ par F :
   $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} // \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $m_{AC} \overset{\text{p.100}}{\Rightarrow} (m_{AC}) : x+y+c=0$ passe par
   $F(1\,;1) \Rightarrow 1+1+c=0 \iff 2+c=0 \iff c=-2 \Rightarrow$
   $\Rightarrow (m_{AC}) : x+y-2=0$

3) $m_{AB} \cap m_{BC} \cap m_{AC} = M$:

$$\begin{cases} x-3=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x=3 \\ x+y-2=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{M(3\,;-1)}$$

4) rayon r du cercle circonscrit au ΔABC : $r = ||\overrightarrow{AM}|| = ||\overrightarrow{BM}|| = ||\overrightarrow{CM}|| = \sqrt{26}\,[\text{u}]$