Exercice 5.3.

a) • point de tangence : $a = 1 \Rightarrow b = f(1) = 2 \Rightarrow T(1\,;2)$

• dérivée : $f'(x) = 2 - 3x^2$

• pente : $m_1 = f'(1) = 2 - 3 \cdot 1 = -1$

• une équation de la tangente t à la courbe $y = f(x)$ en $T(1\,;2)$ est :

$(t) : y = (-1) \cdot x + h$ passe par $T(1\,;2) \Rightarrow 2 = (-1) \cdot 1 + h \Rightarrow h = 3$

$\Rightarrow \boxed{(t) : y = -x + 3}$ ou $\boxed{(t) : x + y - 3 = 0}$

b) • point de tangence : $a = 3 \Rightarrow b = f(3) = 2 \Rightarrow T(3\,;2)$

• dérivée : $f'(x) = \dfrac{1 \cdot x - (x+3) \cdot 1}{x^2} = -\dfrac{3}{x^2}$

• pente : $m_3 = f'(3) = -\dfrac{3}{3^2} = -\dfrac{1}{3}$

• une équation de la tangente t à la courbe $y = f(x)$ en $T(3\,;2)$ est :

$(t) : y = -\dfrac{1}{3} \cdot x + h$ passe par $T(3\,;2) \Rightarrow 2 = -\dfrac{1}{3} \cdot 3 + h \Rightarrow h = 3$

$\Rightarrow \boxed{(t) : y = -\dfrac{1}{3}\,x + 3}$ ou $\boxed{(t) : x + 3y - 9 = 0}$

c) • point de tangence : $a = 4 \Rightarrow b = f(4) = 3 \Rightarrow T(4\,;3)$

• dérivée : $f'(x) = \dfrac{1}{2}(2x+1)^{-1/2} \cdot 2 = \dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$

• pente : $m_4 = f'(4) = \dfrac{1}{3}$

• une équation de la tangente t à la courbe $y = f(x)$ en $T(4\,;3)$ est :

$(t) : y = \dfrac{1}{3} \cdot x + h$ passe par $T(4\,;3) \Rightarrow 3 = \dfrac{1}{3} \cdot 4 + h \Rightarrow h = \dfrac{5}{3}$

$\Rightarrow \boxed{(t) : y = \dfrac{1}{3}\,x + \dfrac{5}{3}}$ ou $\boxed{(t) : x - 3y + 5 = 0}$