JAVET JEAN-PHILIPPE

Application des Mathématiques 1MSPM

GEOMETRIE DESCRIPTIVE

- *ESQUISSE EN 3D*
- *AXONOMÉTRIE*
- *MONGE*

Mais où est donc passée la troisième dimension ?

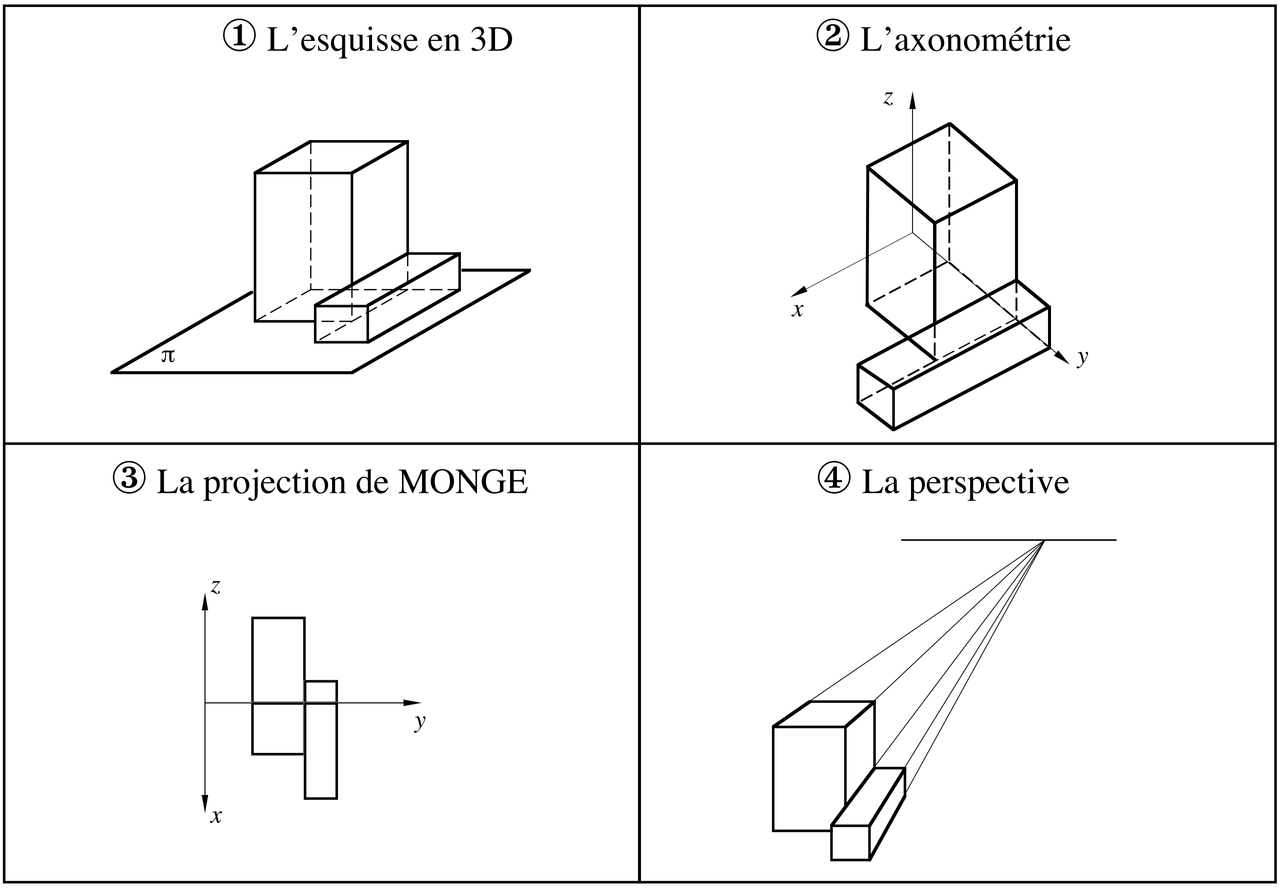
CHAPITRE 1: Introduction

Objectifs du cours

Pour décrire et étudier des objets spatiaux, on commence généralement par en faire un dessin. Ces images, qui sont alors des représentations planes de ces objets, peuvent être conçues de diverses manières: illustrations d'artiste, épures d'architecte, plans de mécanicien ...

Ce polycopié se veut une introduction aux méthodes de la géométrie descriptive, ou constructive, méthodes qui ont pour but de construire des représentations d'objets spatiaux au moyen de projections géométriques. Il a notamment pour objectifs:

- de vous faire connaître les concepts et les principales constructions en géométrie de l'espace, en particulier en introduisant les méthodes :



- de mettre en évidence l'utilité de ces méthodes en tant que moyen de communication indispensable dans de nombreux domaines des professions d'architecte et d'ingénieur (en particulier dans les domaines suivants: chimie, génie civile, résistance des matériaux, informatique…);

- de vous familiariser avec quelques propriétés fondamentales de la géométrie de l'espace;

- d'améliorer ainsi votre aptitude à « voir dans l'espace » et à réaliser des croquis d'objets spatiaux qui soient faciles à lire;

- de montrer enfin en quoi les représentations traitées se distinguent de ce que nous sommes habitués à voir.

Exercice 1.1:

1. Représenter la figure formée par trois plans ayant:
a) aucun point commun
b) un seul point commun
c) une droite commune

a)	**b)**	**c)**

2. Représenter la figure formée par :
a) une droite coupant un plan
b) une droite parallèle à un plan
c) une droite perpendiculaire à un plan

a)	**b)**	**c)**

3. Représenter la figure formée par :
a) une droite coupant deux plans sécants
b) une droite parallèle à deux plans sécants
c) une droite ne coupant qu'un des deux plans sécants

a)	**b)**	**c)**

Exercice 1.2 : Les propriétés suivantes sont, pour la plupart, des théorèmes. Le but ici n'est pas de les prouver, mais plutôt de les visualiser

1) *Une droite passant par deux points d'un plan est entièrement contenue dans ce plan.*

2) *Si deux plans se coupent, ils se coupent suivant une droite appelée* ***trace****.*

3) *Si deux droites se coupent et sont contenues dans des plans distincts, leur point d'intersection appartient à la trace des deux plans.*

1)	**2)**	**3)**

4) *Tout plan coupant deux plans parallèles détermine deux traces parallèles.*

5) *Deux plans sont parallèles si l'un contient deux droites sécantes respectivement parallèle à deux droites sécantes de l'autre.*

6) *Soit une droite d parallèle à un plan* π *et soit un plan* α *passant par d et coupant* π *suivant une droite i. La droite i est parallèle à la droite d.*

4)	**5)**	**6)**

7) *La projection d'une droite sur un plan est une droite, sauf dans le cas où la droite est perpendiculaire au plan.*

8) *Si un segment est parallèle à un plan, la projection de ce segment sur le plan a même longueur que le segment; dans le cas contraire cette longueur est inférieure à celle du segment.*

9) *Si deux droites sont perpendiculaires entre elles, les projections sur un même plan de ces deux droites ne sont perpendiculaires que si l'une des droites au moins est parallèle au plan de projection.*

7)	**8)**	**9)**

Exercice 1.3 : Quiz VRAI – FAUX

Les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Cochez les cases correspondantes et représenter les esquisses des affirmations fausses afin de justifier par un contre-exemple pourquoi elles sont fausses.

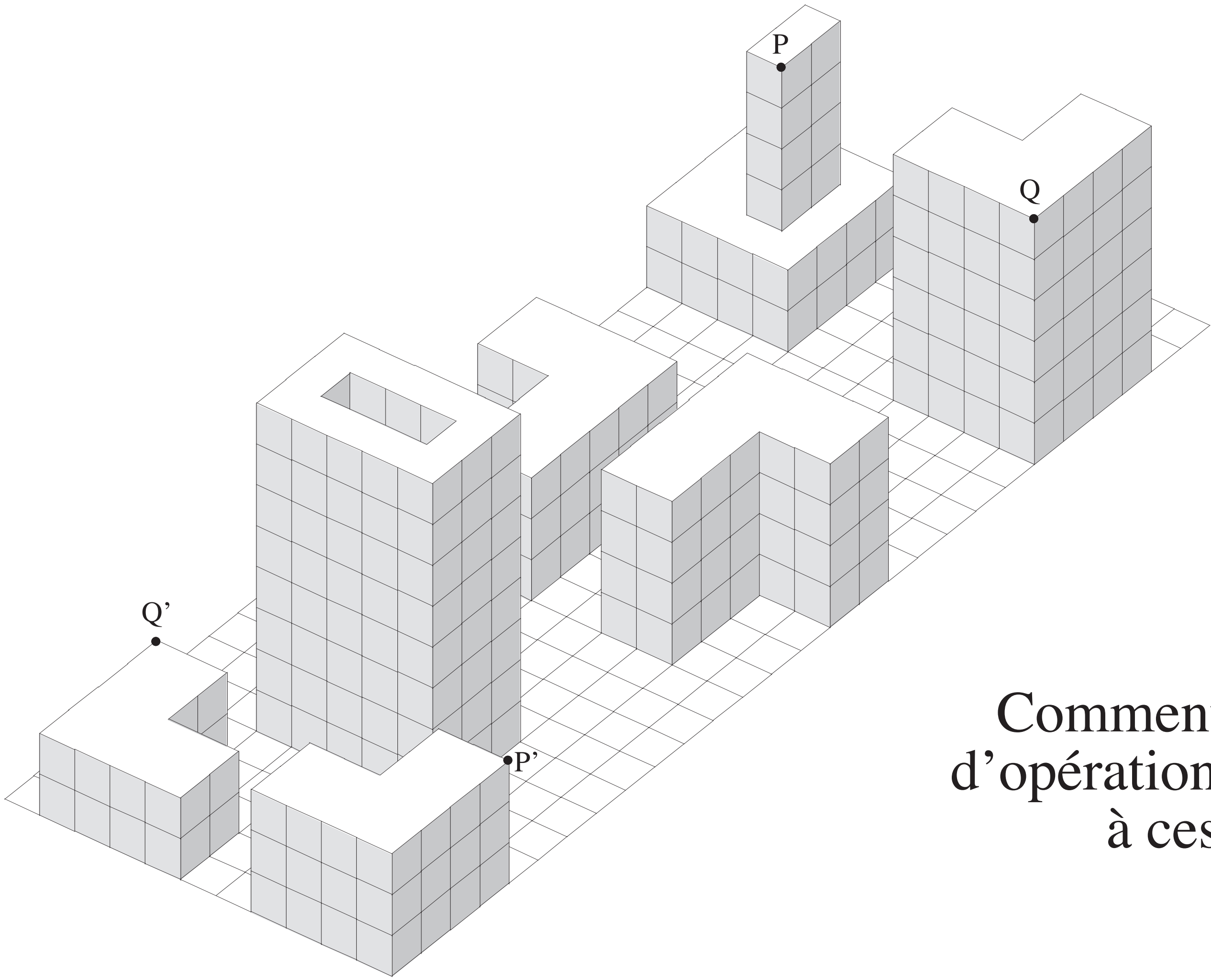
	Vrai	Faux
a) *Lorsqu'une droite est perpendiculaire à une droite d'un plan, elle est perpendiculaire au plan.*	❏	❏
b) *Lorsqu'une droite est orthogonale à deux droites d'un plan, elle est perpendiculaire au plan.*	❏	❏
c) *Un plan π est perpendiculaire à un plan α, s'il contient une seule perpendiculaire au plan α.*	❏	❏
d) *Lorsque deux plans sécants sont parallèles à une droite d, leur droite d'intersection est aussi parallèle à la droite d.*	❏	❏
e) *Une droite et un point sont contenus dans un et un seul plan.*	❏	❏
f) *Trois points déterminent un et un seul plan.*	❏	❏

Vos esquisses

Exercice 1.4 :

Roméo et Juliette revu et modernisé...

- Roméo se trouvant au sommet d’une tour en P, peut-il voir sa Juliette en P’ ?
- La même question peut se poser à propos de Tristan en Q et Iseult en Q’.



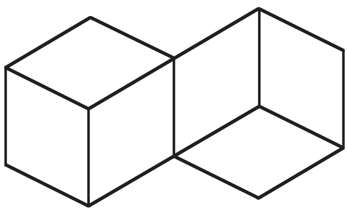
Comment, en un minimum d’opérations, peut-on répondre à ces 2 énigmes ?

Exercice 1.5: En chimie

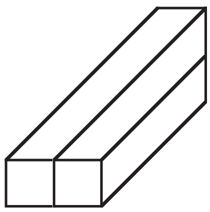
Vos figures d'étude:

Dans la molécule de méthane CH_4, l'atome de carbone C est à la même distance des 4 atomes d'hydrogène H et les atomes d'hydrogène sont aussi à égale distance les uns des autres. Quelle est la forme de cette molécule ?

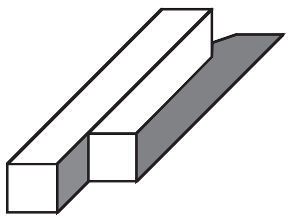
Exercice 1.6: En informatique



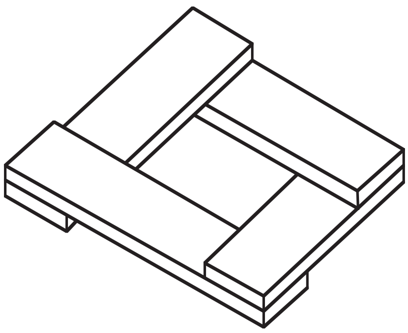
Ces deux cubes ne sont-ils pas placés curieusement



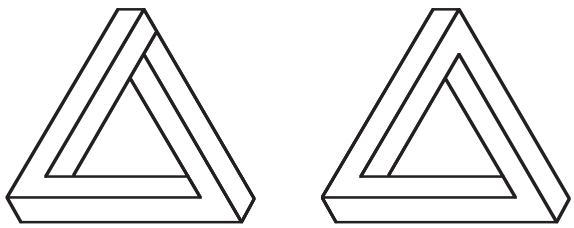
Côte à côte ou superposés ??



Ombre ou poutre ??



Un escalier perpétuel



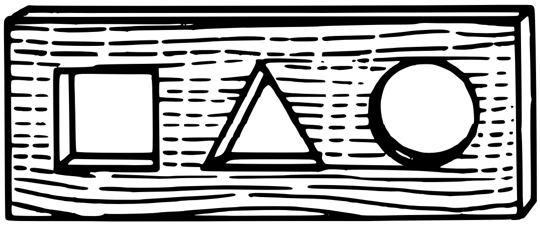
Expliquez pourquoi une de ces figure ne peut pas représenter une figure dans l'espace

*En dehors de son aspect quelque peu ludique, ce dernier exercice voudrait attirer votre attention sur un domaine de recherches en pleine effervescence: **la reconnaissance automatique des formes**. Il s'agit de programmer un ordinateur de telle sorte que le résultat (output) soit une liste d'objets dressée sur la base d'une prise de vue vidéo (input). Il va sans dire que l'élaboration de tels programmes ne saurait s'envisager sans une connaissance approfondie des figures spatiales...*

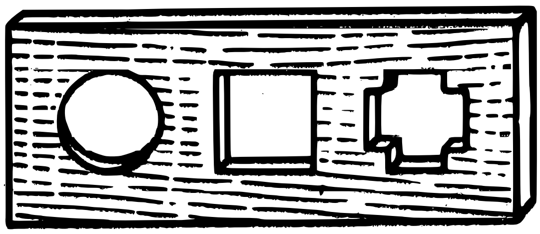
Ces études font d'ailleurs partie d'un domaine beaucoup plus vaste, l'intelligence artificielle (AI), dont les objectifs englobent la traduction automatique des langues (russe - anglais et vice-versa, …), les jeux de stratégie (échecs, go, bridge, ...), la démonstration automatique de théorèmes (géométrie élémentaire, théorème des quatre couleurs, …), le calcul symbolique (transformations de formules algébriques, recherche de primitives, ...), la créativité artistique (arts visuels, musique, poésie, ...), reconnaissance de la voix ou de l'écriture, systèmes experts (diagnostics médicaux, …), robotique industrielle, et d'autres encore.

Exercice 1.7:

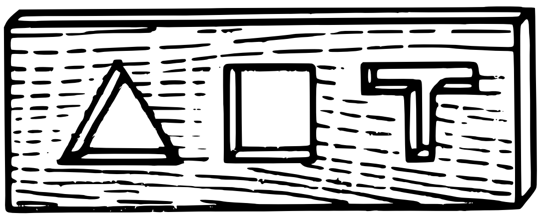
1) Voici une planchette à trois ouvertures, l'une carrée, l'autre triangulaire et la troisième circulaire. Déterminer, s'il existe, l'objet de volume maximum qui peut passer à travers ces 3 ouvertures



2) Qu'en est-il dans ce 2ème cas ?



3) Un petit dernier pour les "cracs"



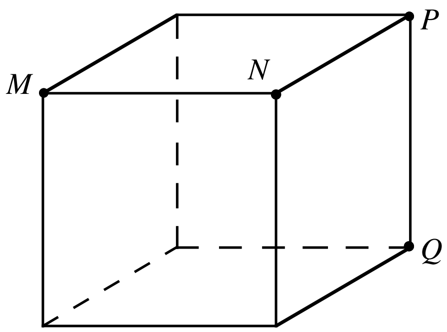
Le problème que nous étudions ici est fréquemment posé en dessin industriel où il s'agit de trouver une pièce de machine, connaissant ses trois projections.

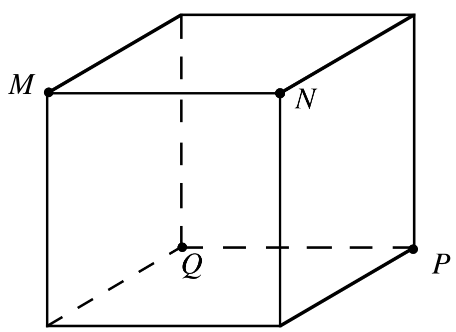
CHAPITRE 2: L’esquisse en 3D

§1. Les constructions dans le cube

Exercice 2.1 :

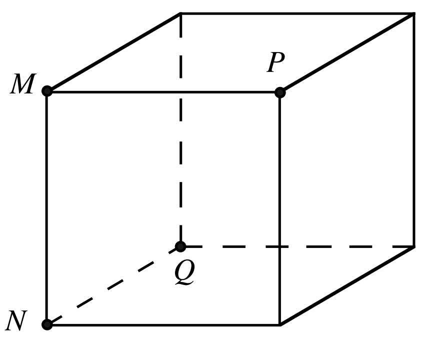
Combien de plans différents sont formés par les points *M, N, P* et *Q* ?
Quel est le nom de la figure formée par ces 4 points ?

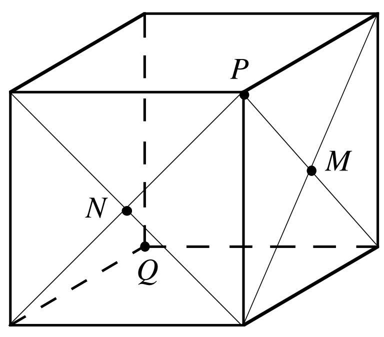


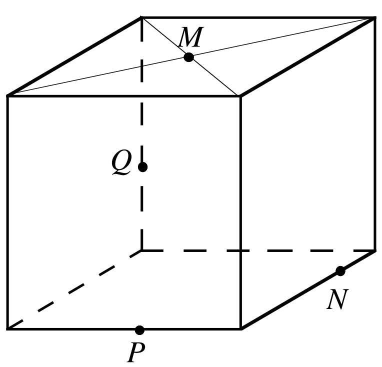


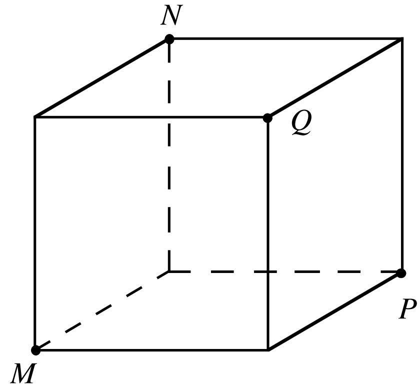
Remarques:

- *Trois points non alignés définissent un plan.*
- *Quatre points sont dits coplanaires s’ils sont contenus dans un même plan.*



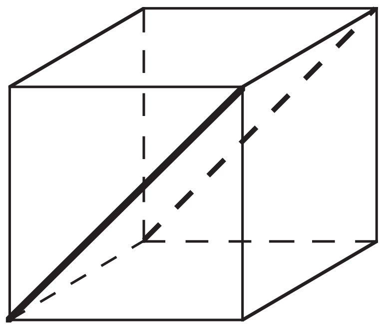


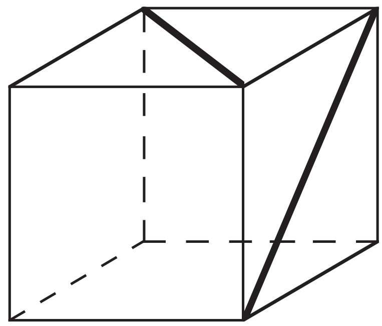




Exercice 2.2 :

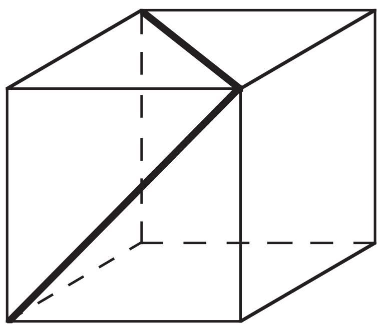
Dans quels cas les droites portées par les segments sont-elles coplanaires ? et préciser dans ce cas si elle sont parallèles ou sécantes.

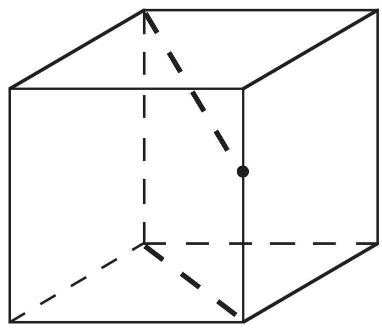


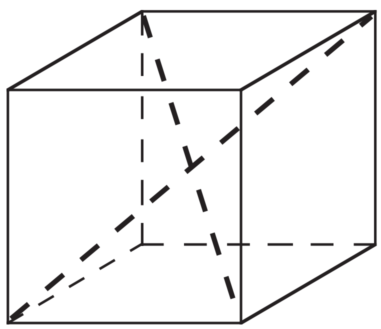


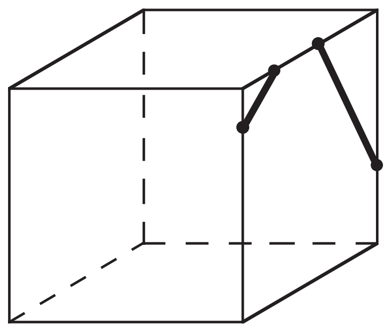
Remarques:

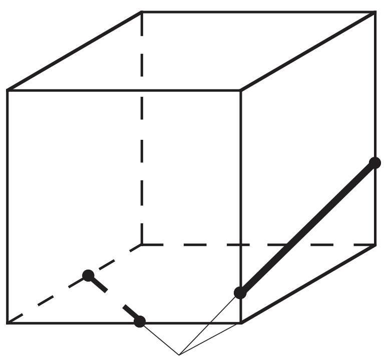
- *Deux droites sont coplanaires ⇔ elles sont confondues ou sécantes ou parallèles.*
- *Deux droites sont dites gauches si elles ne sont pas contenues dans un même plan.*

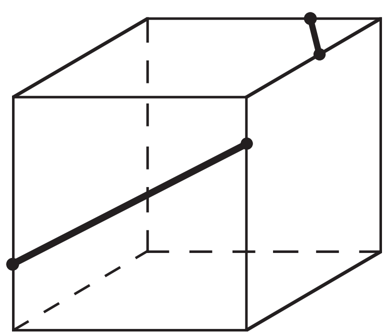






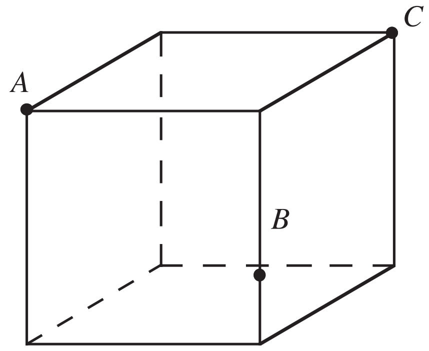


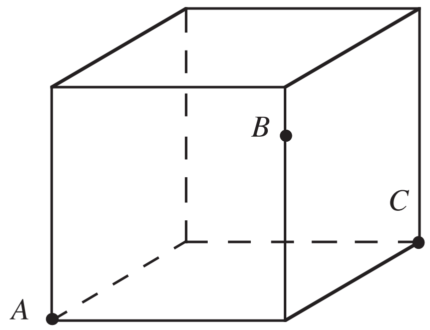




Exercice 2.3:

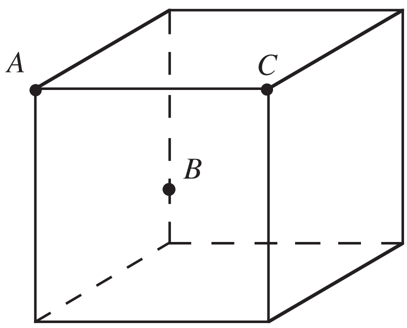
Construire l'intersection P de la droite AB avec le plan de base du cube.
De même construire $P' = BC \cap$ plan de base.

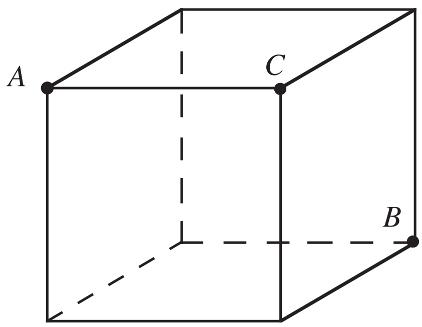


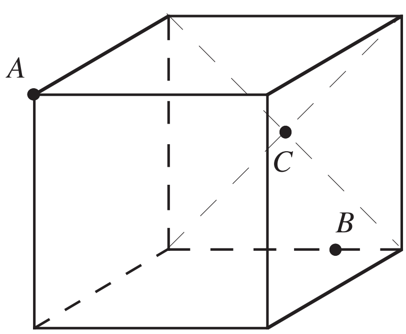


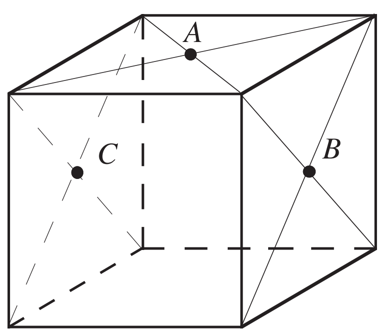
Remarques:

- *Le point P s'appelle la* ***trace de AB sur le plan de base****.*
- *De même P' est la trace de BC sur le plan de base.*
- *La droite PP', qu'il s'agit également de représenter, correspond à l'intersection du plan formé par les points ABC avec le plan de base.*
  Cette droite s'appelle la ***trace du plan ABC sur le plan de base****.*



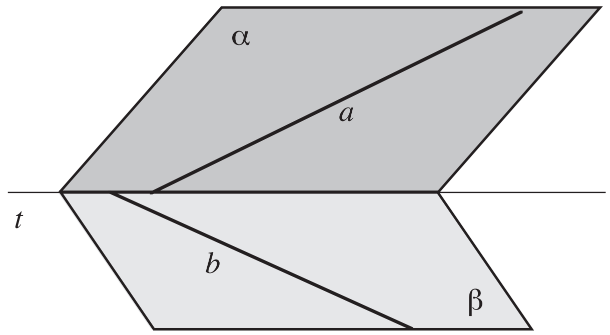


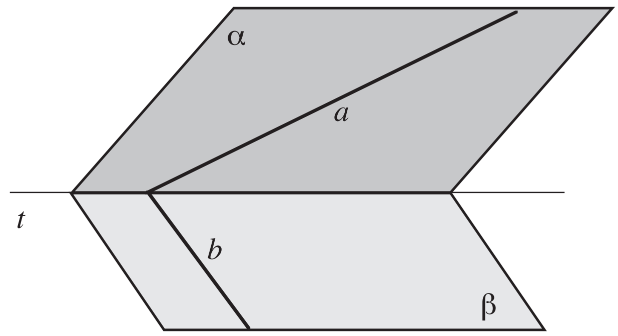




Exercice 2.4:

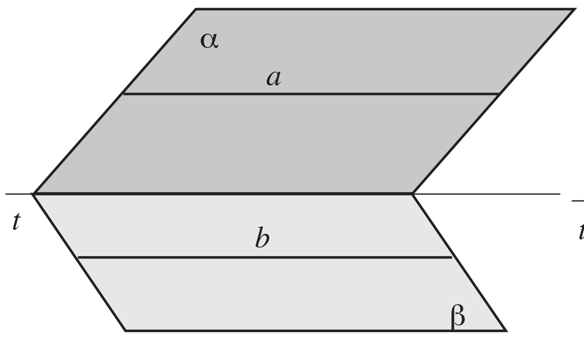
Dans quels cas (justifier) les 2 droites a et b sont-elles coplanaires ?

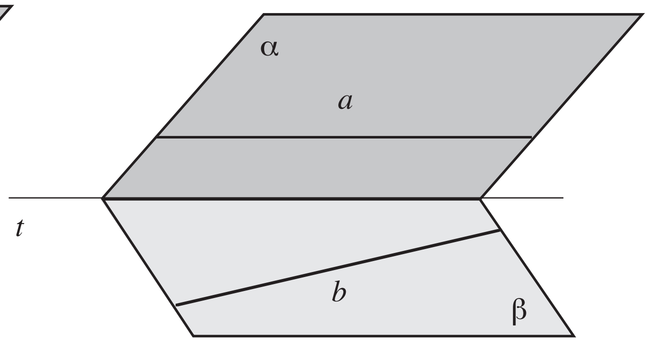




Remarque:

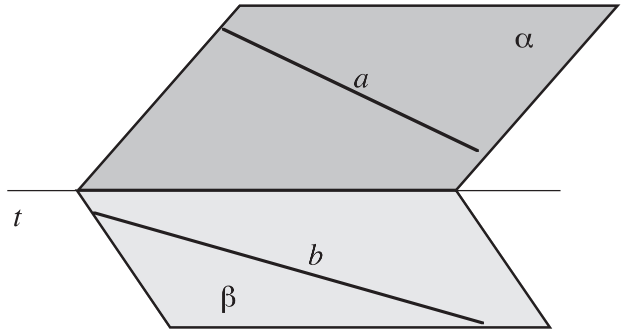
• *Si a et b sont sécantes alors le point P d'intersection se situe sur la trace* $t = \alpha \cap \beta$ *car:*

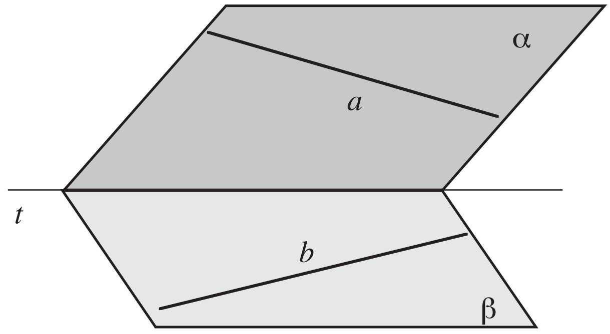




Remarque:

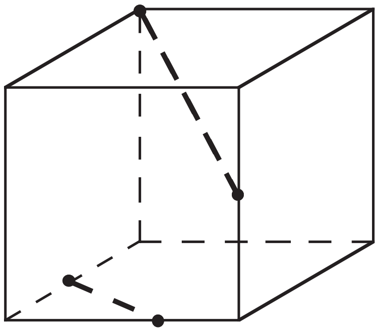
• *Si a et b sont parallèles alors elles sont parallèles à t car:*

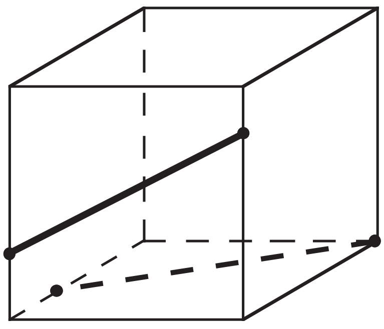




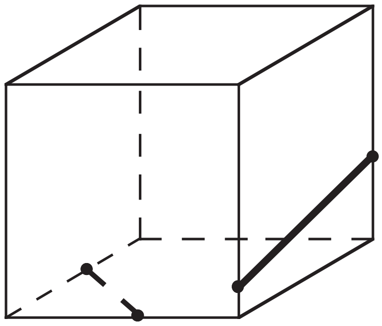
Exercice 2.5:

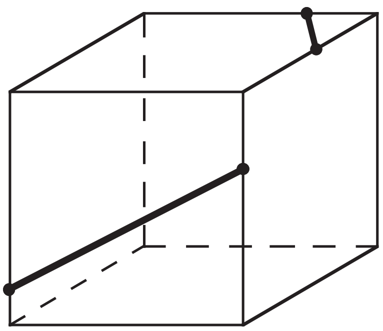
Dans quels cas les droites portées par les segments sont-elles coplanaires ? Justifiez par une phrase





justifications:



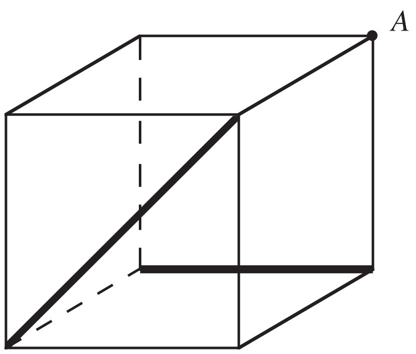


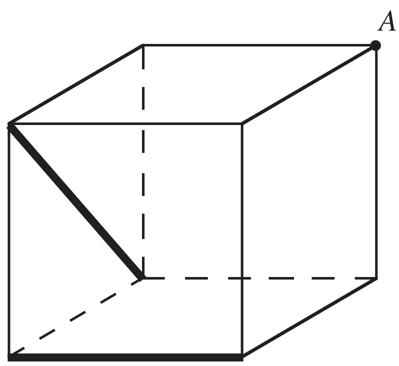
justifications:

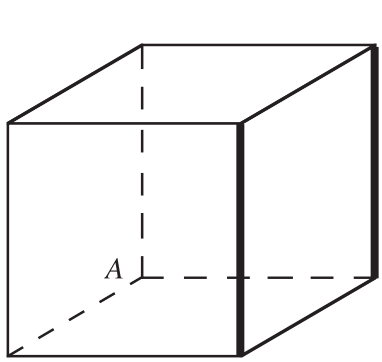
Exercice 2.6:

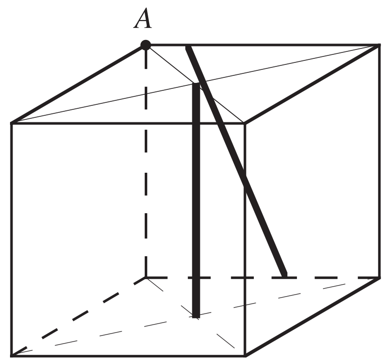
Construire en rouge l'intersection des 2 plans $\alpha(A, d)$ et $\beta(A, d')$ où d et d' sont données par leur trace sur le cube

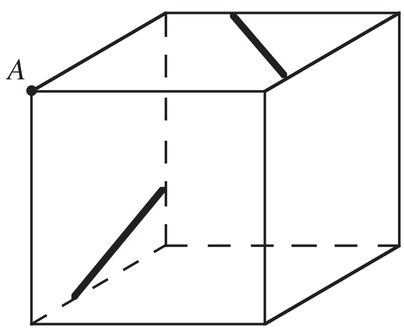
Convention: $\alpha(A, d)$ signifie le plan α passant par le point A et contenant d.

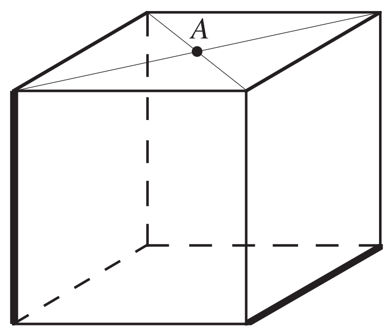


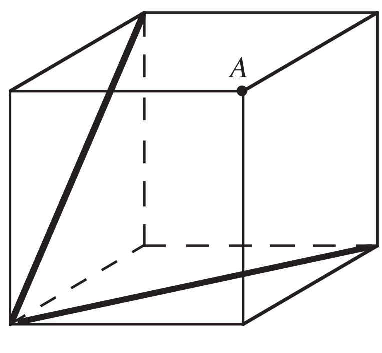


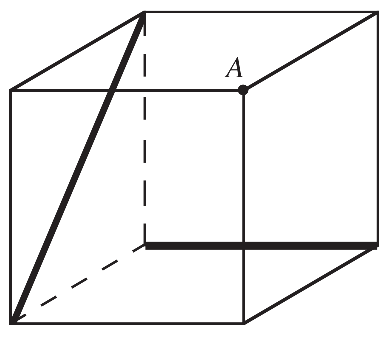






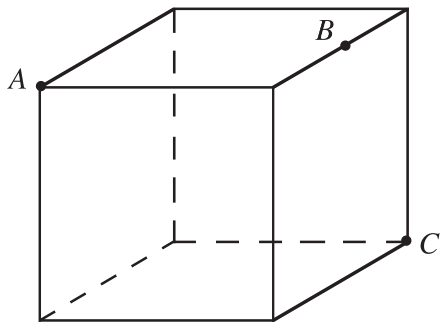


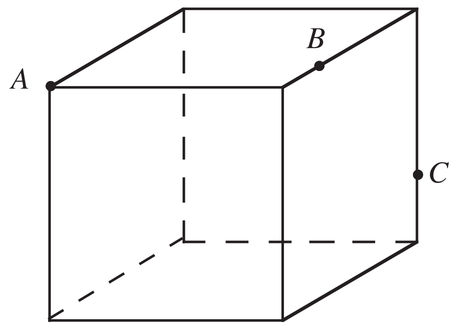




Exercice 2.7:

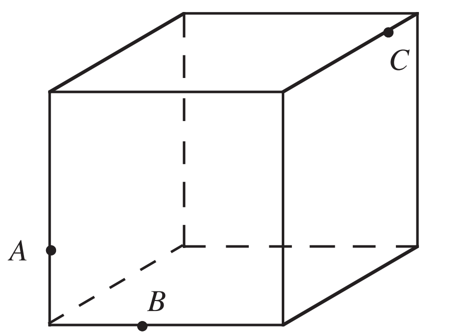
Dessiner l'intersection du plan *ABC* avec le cube.

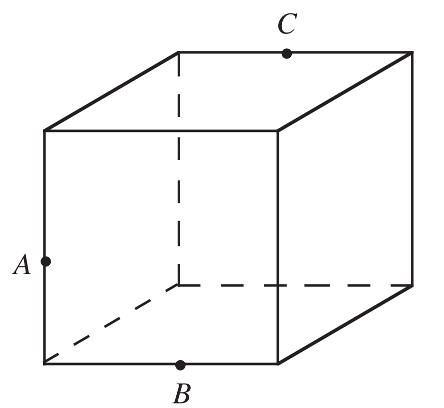


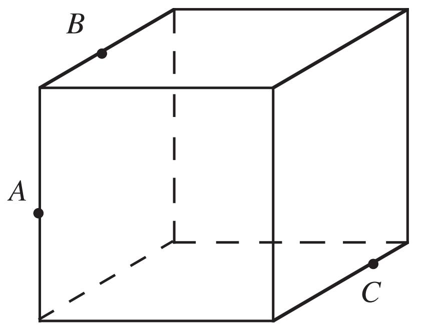


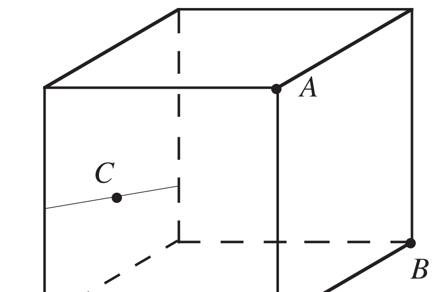
Remarques:

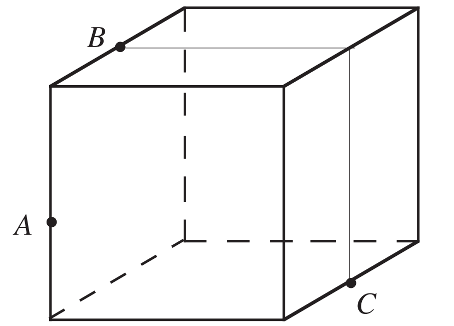
- *Tout plan coupant deux plans parallèles y détermine des droites d'intersection parallèles.*
- *Respectez la visibilité dans le codage des traces du plan ABC sur les faces du cube.*





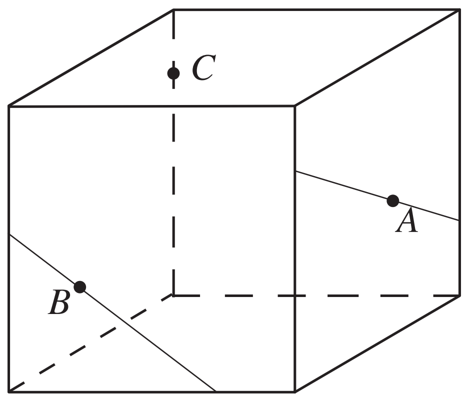


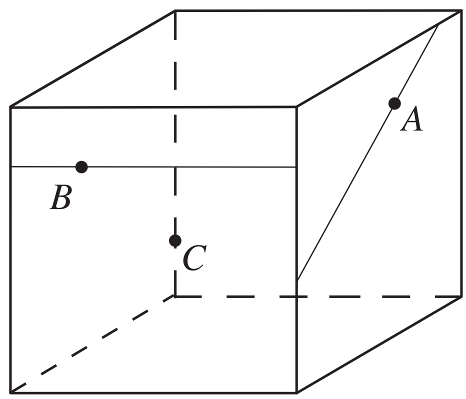


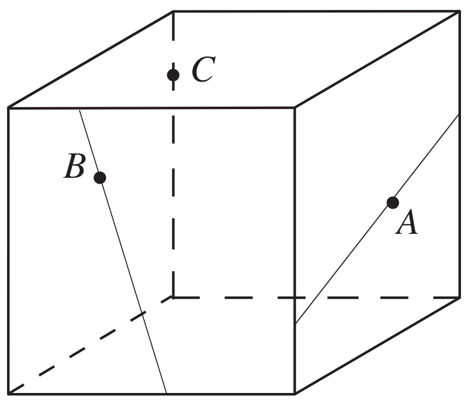


Exercice 2.7 (fin):

Dessiner l'intersection du plan ABC avec le cube.



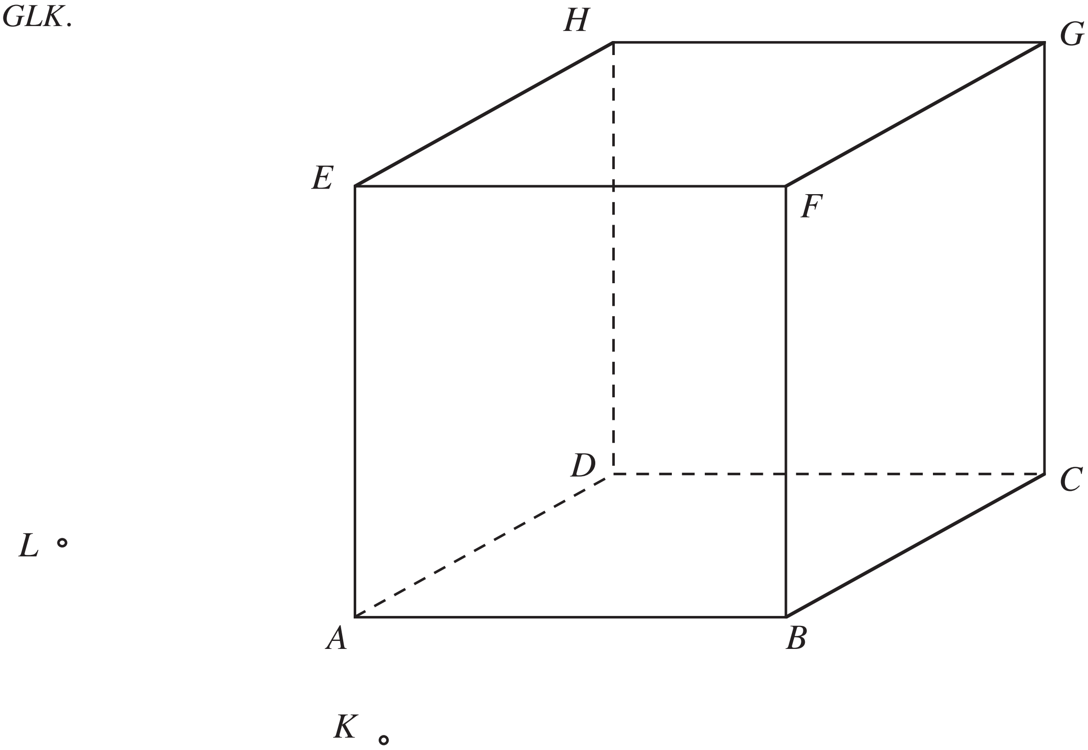




Exercice 2.8 (début):

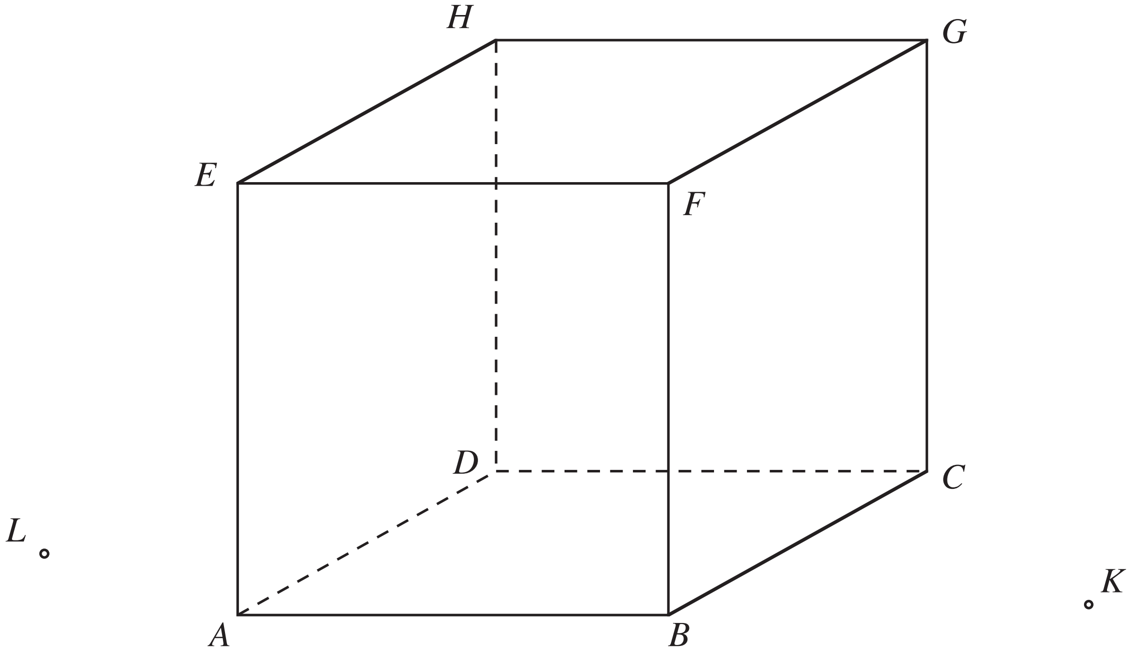
Construire l'intersection entre le cube et le **triangle** *GLK*, sachant que *L* et *K* appartiennent au plan *ABCD*.
Marche à suivre + justification.

<u>*Indications*</u>*:*
Commencer par construire l'intersection du cube avec le plan GLK.

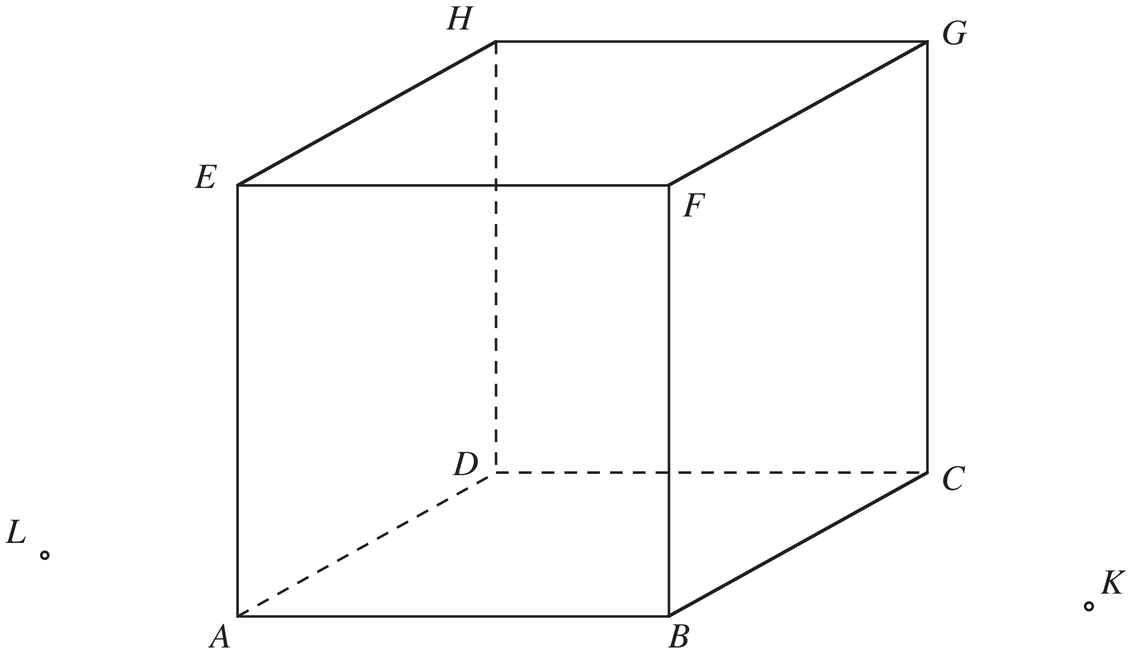


Marche à suivre:

Exercice 2.8 (fin):
Construire l'intersection entre le cube et le triangle GLK, sachant que L et K appartiennent au plan ABCD.

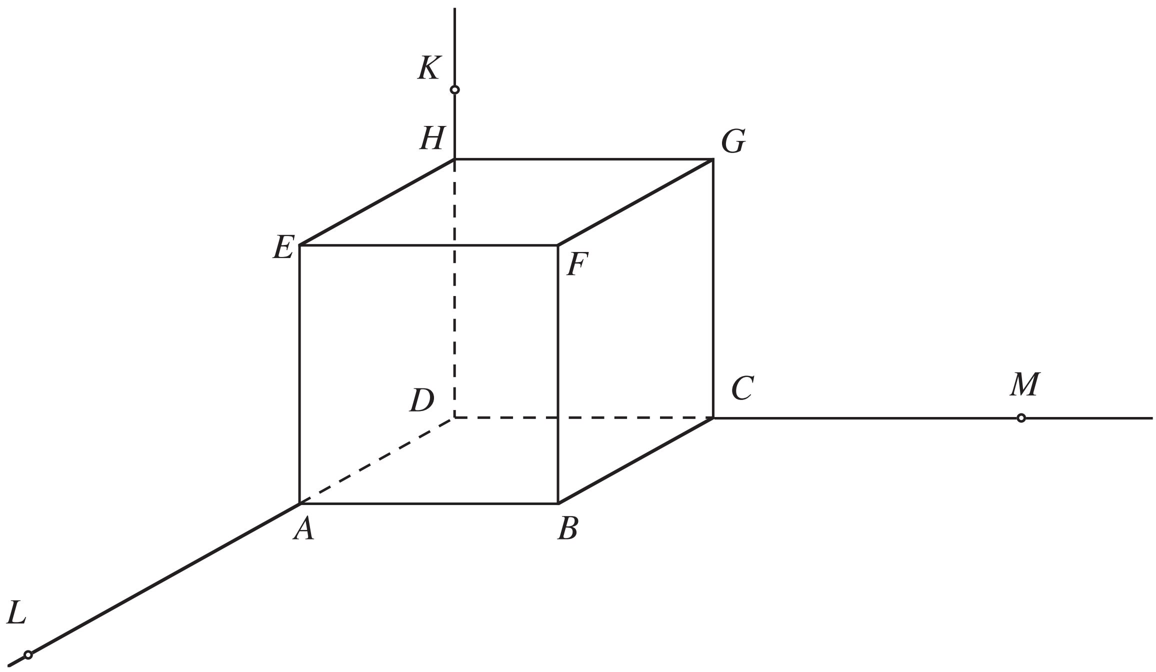


Construire l'intersection entre le cube et le triangle GLK, sachant que L et K appartiennent au plan ABEF.



Exercice 2.9:

On pose un cube dans un coin de chambre. Construire avec visibilité l'intersection du cube avec le plan *KLM*

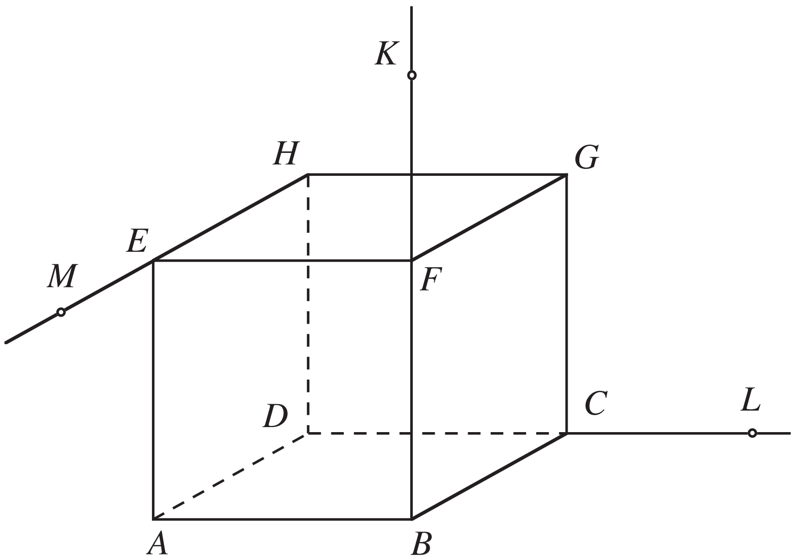


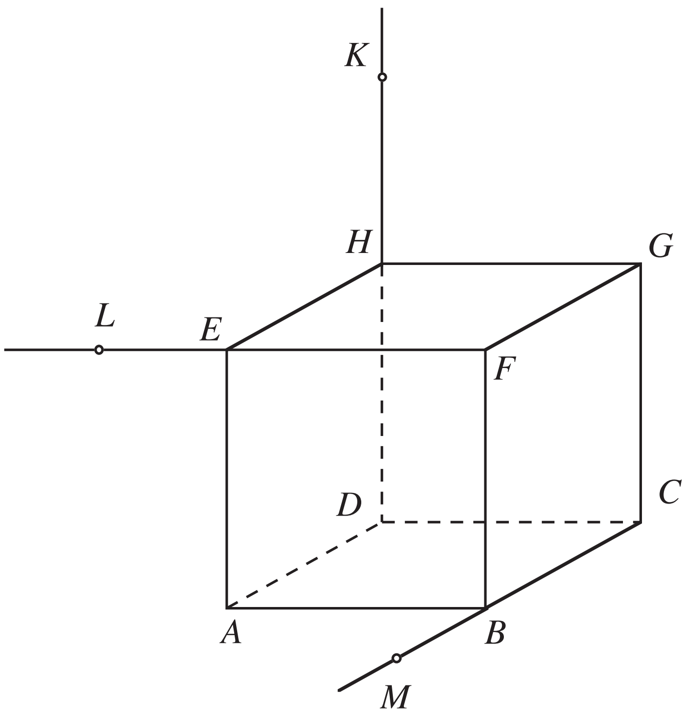
Construire ci-dessous les 2 morceaux obtenus en coupant effectivement le cube de départ le long du plan *KLM*

1er morceau:	2ème morceau:

Exercice 2.10:

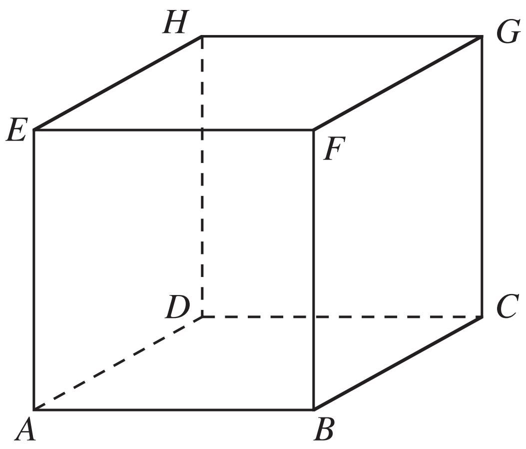
Construire avec visibilité l'intersection du cube avec le plan *KLM*.





Exercice 2.11:

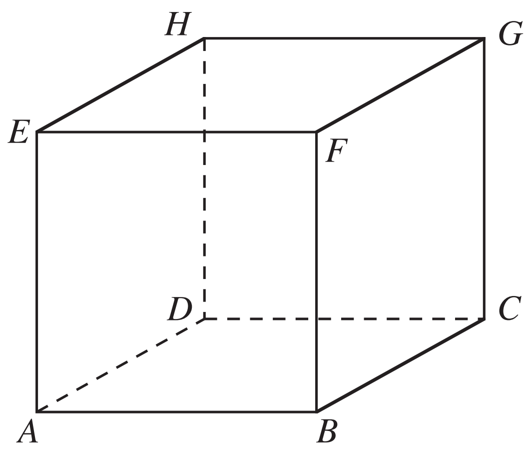
Construire l'intersection I de la diagonale DF avec le plan BEG

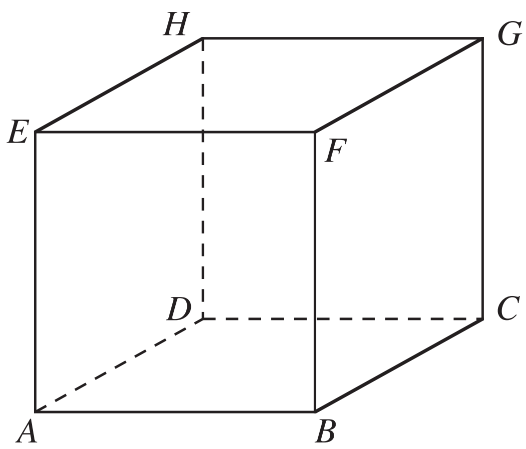


Remarques:

• *Il faut choisir un plan* π *auxiliaire contenant la droite* DF. *Le point I cherché se trouvera à l'intersection de DF et de la trace de BEG sur* π

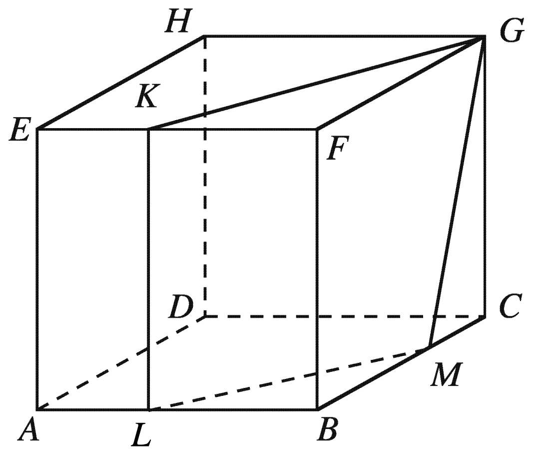
Reprendre la même démarche en choisissant dans chaque cas un autre plan auxiliaire





Exercice 2.12:

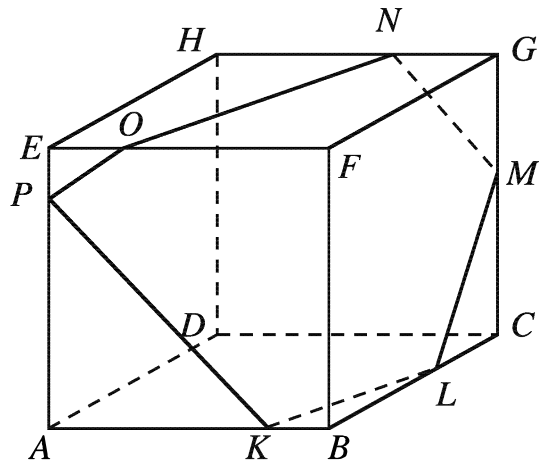
Le cube *ABCDEFGH* est coupé par le plan α selon la section *GKLM*. Vrai ou Faux ? Justifier la réponse.



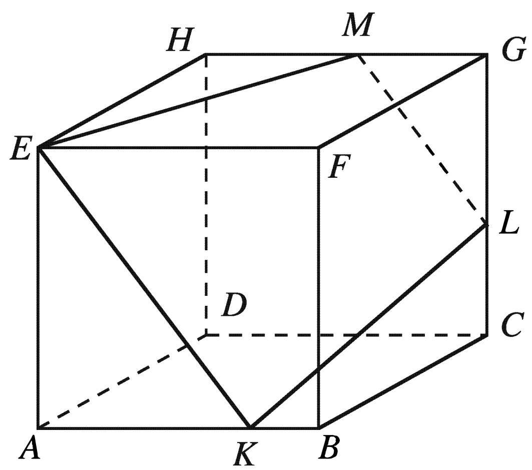
Justification:

Que faut-il penser de cette section plane du cube *ABCDEFGH* où *PK* // *MN* et *KL* // *ON* ? Justifier la réponse.

Justification:



Idem où *ML* // *KE*.

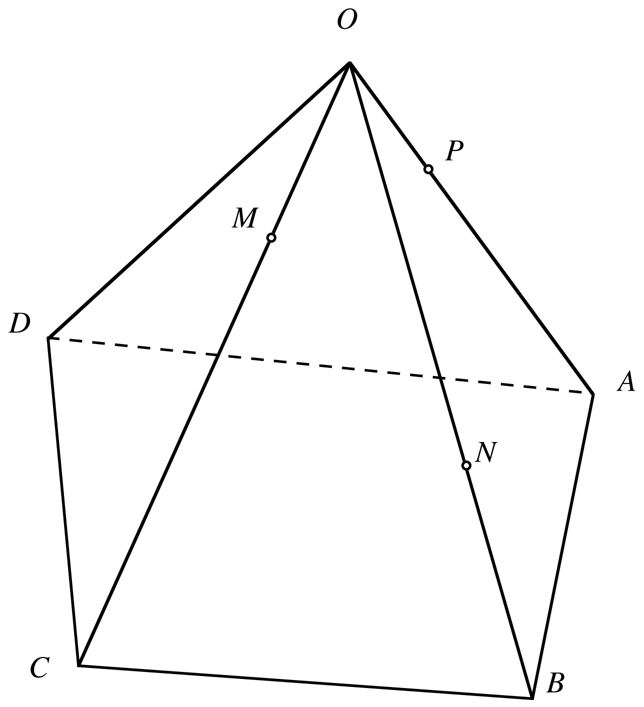


Justification:

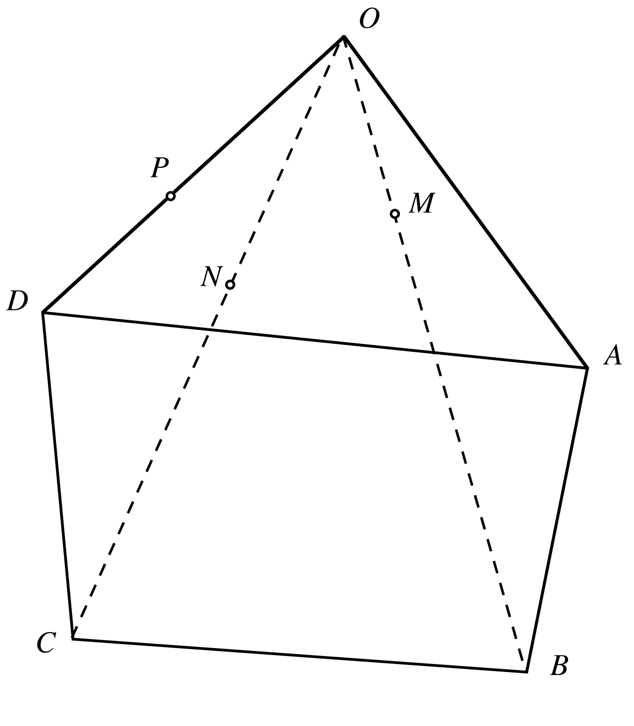
§2. Constructions dans les pyramides et les prismes

Exercice 2.13:

Construire l'intersection du plan *MNP* avec la quatrième arête puis construire en rouge l'intersection de la pyramide et du plan (trace du plan *MNP* sur la pyramide).

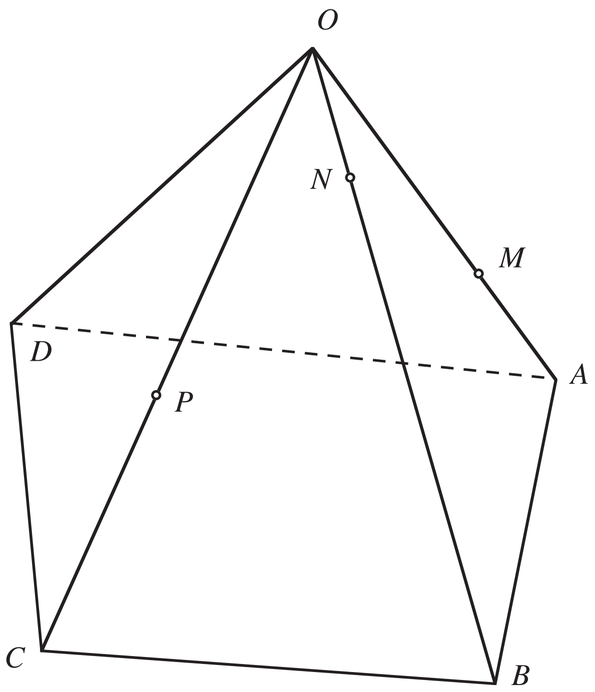


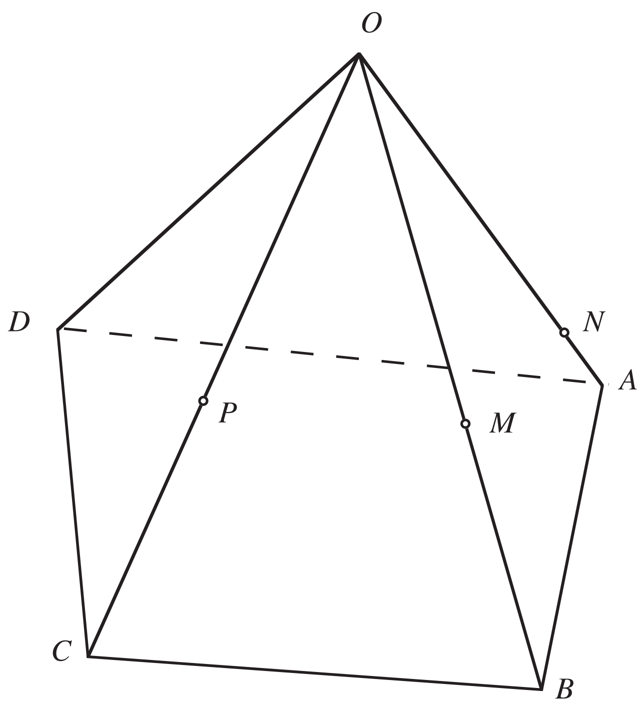
Idem



Exercice 2.14:

Construire la trace du plan *MNP* sur la pyramide.

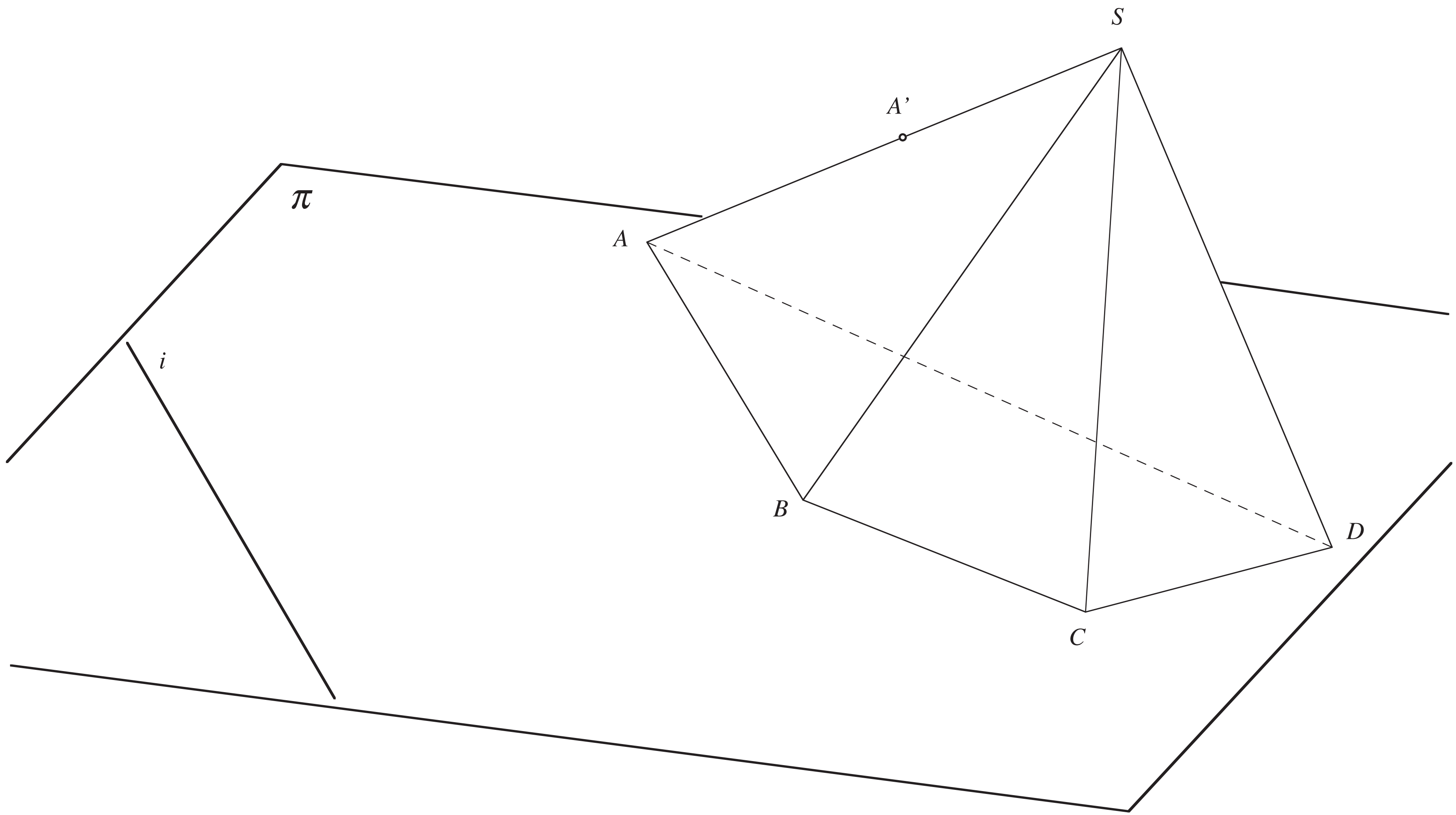




Exercice 2.15:

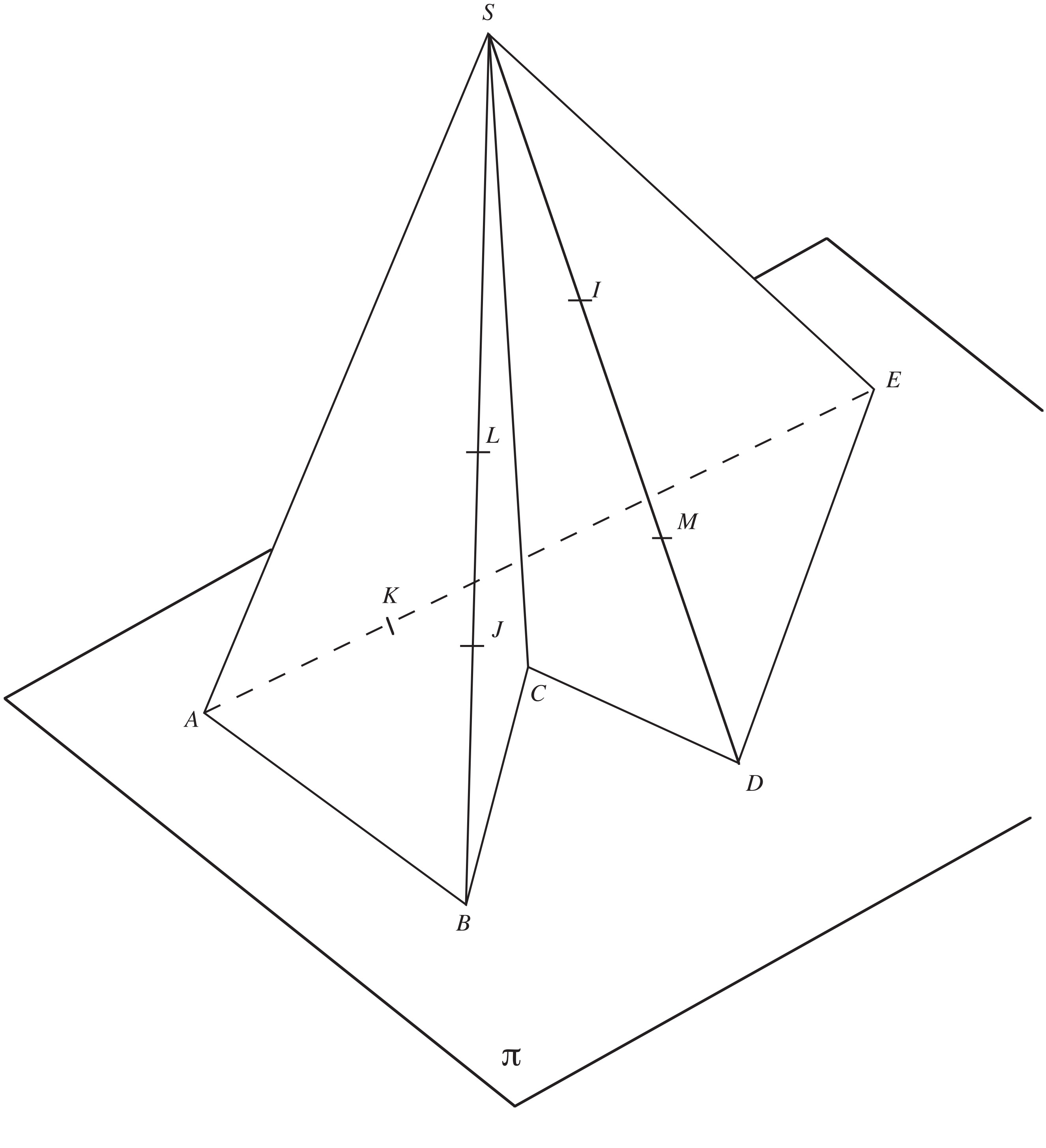
On donne une pyramide *SABCD* dont la base *ABCD* est située dans un plan π ainsi qu'un plan α tel que $\alpha \cap \pi = i$, et $A' = \alpha \cap SA$.

Construire l'intersection de α et de la pyramide.



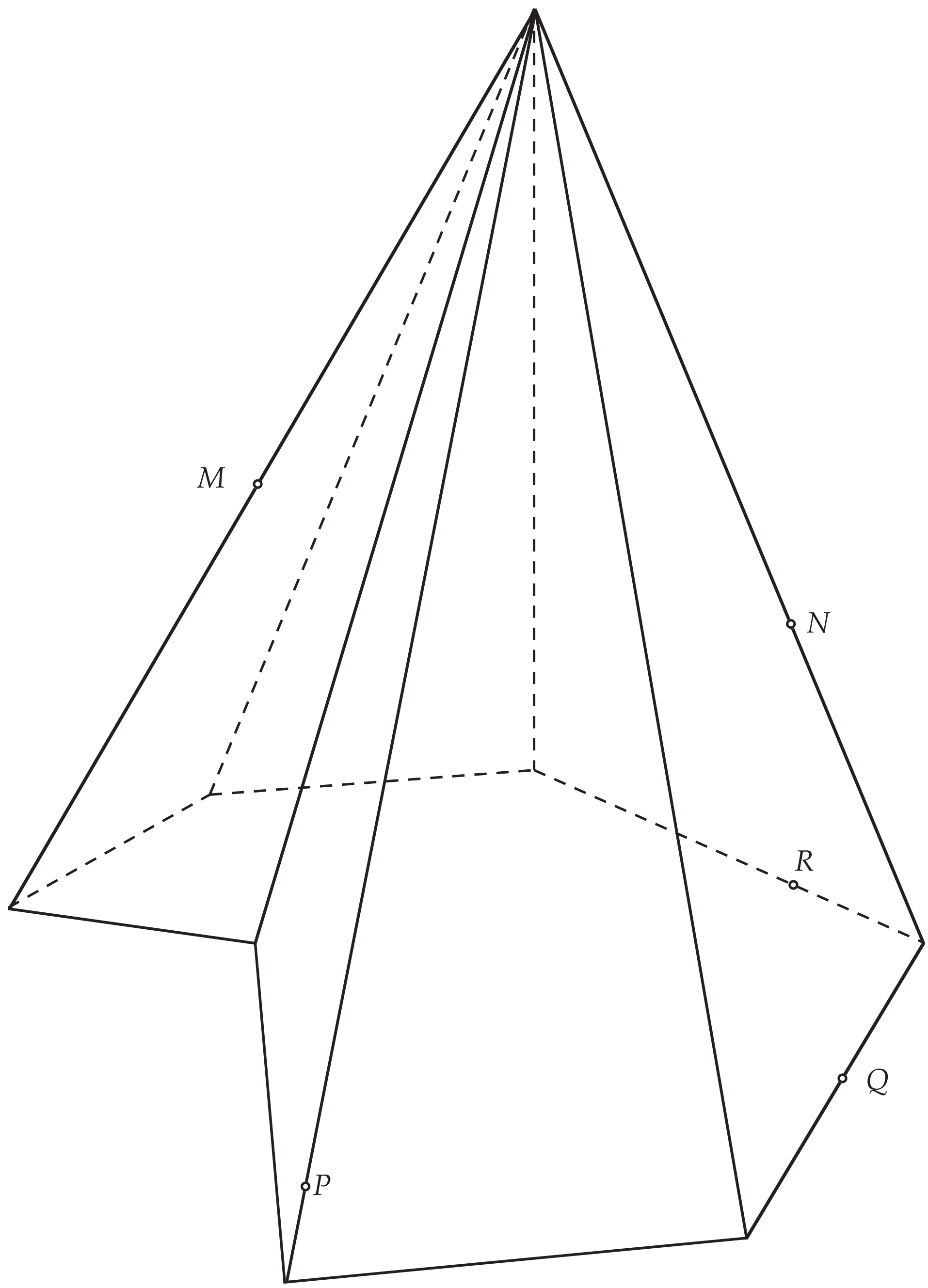
Exercice 2.16:

- Soit la pyramide non convexe *SABCDE*.
- *ABCDE* coplanaires (plan π) et *I, J, K, L, M* situés sur les arêtes (cf. dessin).
- Déterminer: a) $\{P\} = IJ \cap \pi$.
  b) plan $KLM \cap$ pyramide.



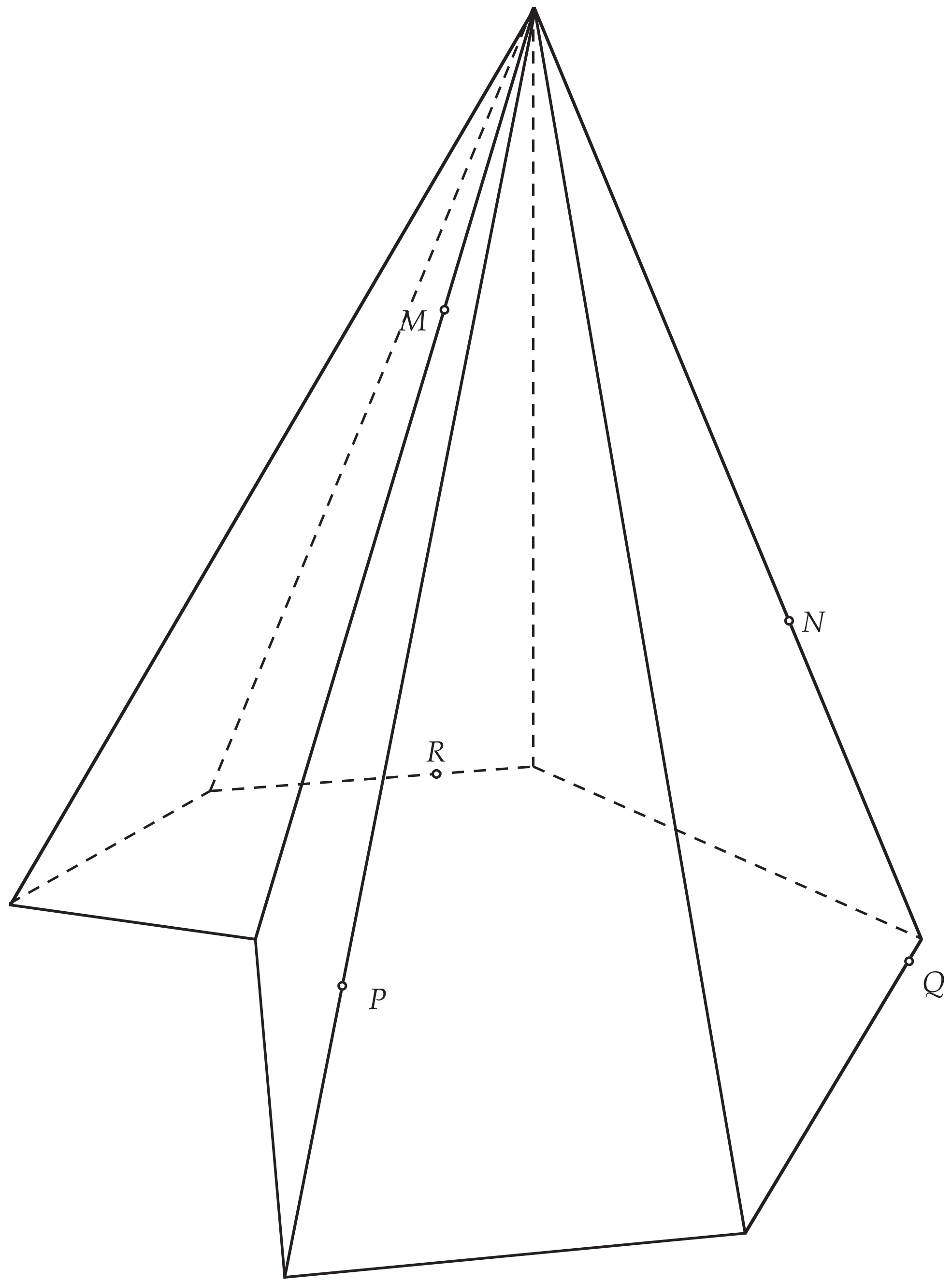
Exercice 2.17:

Construire la trace du plan *MNP* sur la pyramide.
Idem avec le plan *MQR*.



Exercice 2.18:

Construire la trace du plan *MNP* sur la pyramide.
Idem avec le plan *MQR*.



Exercice 2.19:

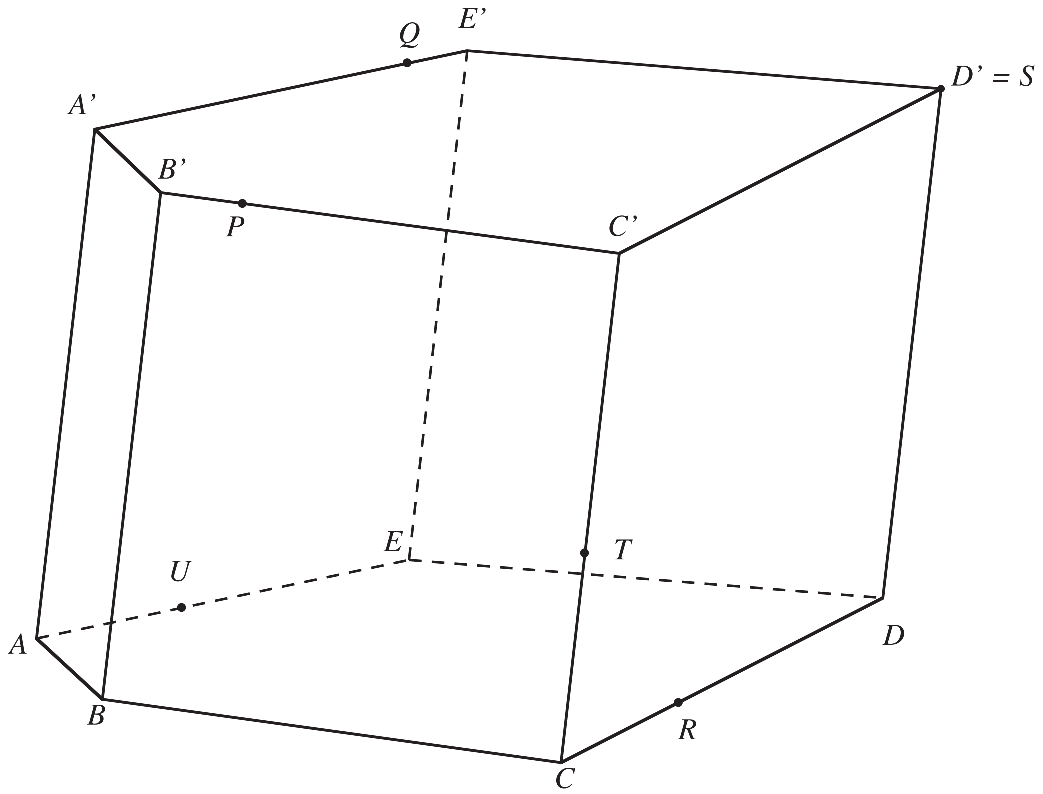
L'intersection d'un prisme *ABCDEA'B'C'D'E'* avec 2 plans:

(a) Construire avec visibilité les traces du plan *PQR* sur les faces du prisme.

(b) Construire avec visibilité les traces du plan *STU* sur les faces du prisme.

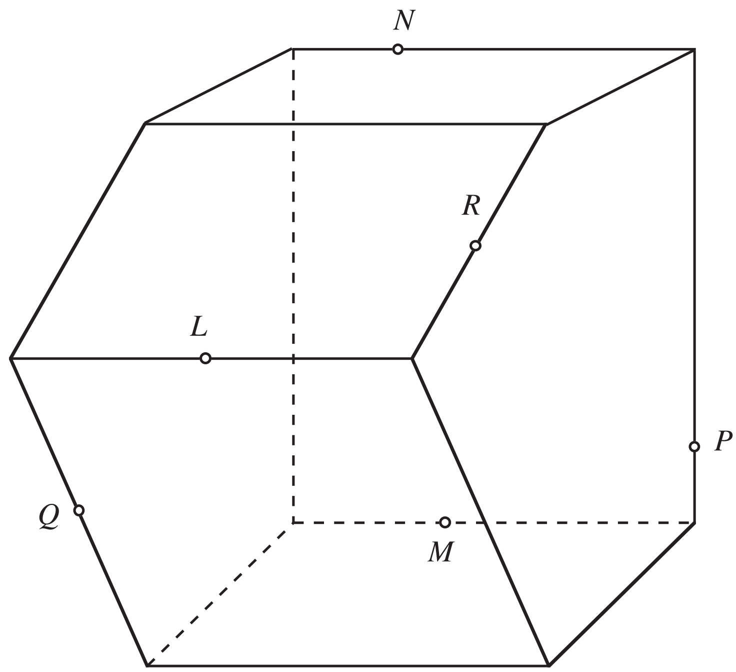
(c) Construire *d* la trace du plan *PQR* sur le plan *STU*.

(d) Colorier avec visibilité à l'intérieur du prisme le plan *PQR* en rouge et le plan *STU* en vert.



Exercice 2.20:

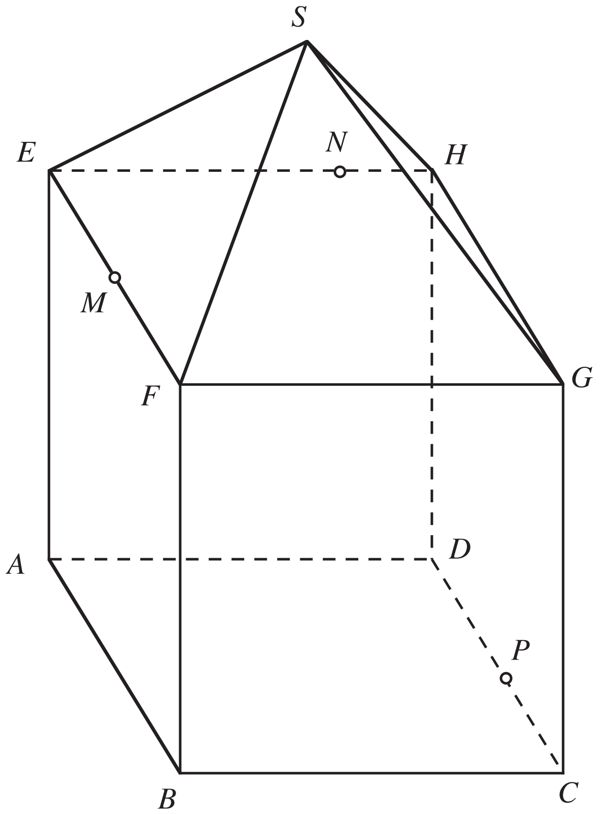
- Construire la trace du plan *PQR* sur le prisme droit.
- Construire la trace du plan *MNL* sur le prisme droit.
- Représenter en couleurs et en visibilité ces 2 plans de coupe.



Exercice 2.21:

Ce solide est formé d'un cube *ABCDEFGH* surmonté d'une pyramide régulière *SEFGH*.

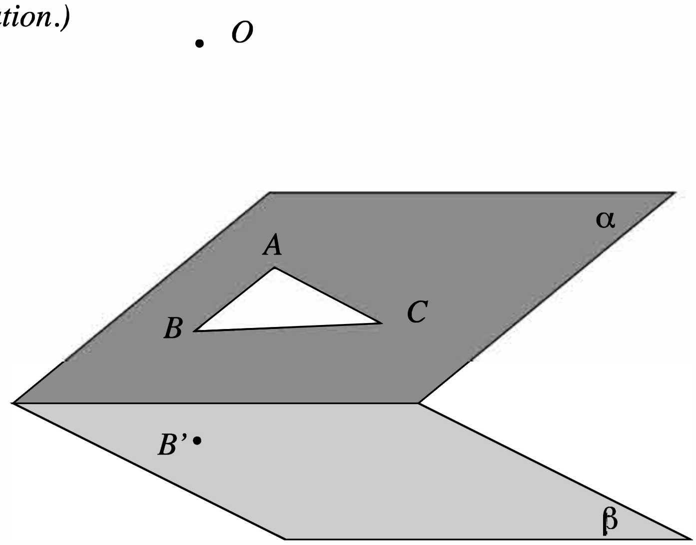
Représenter l'intersection de ce solide avec le plan *MNP*.

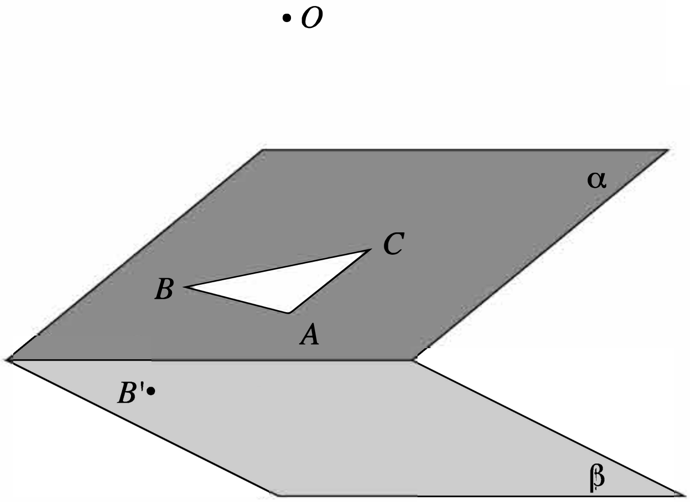


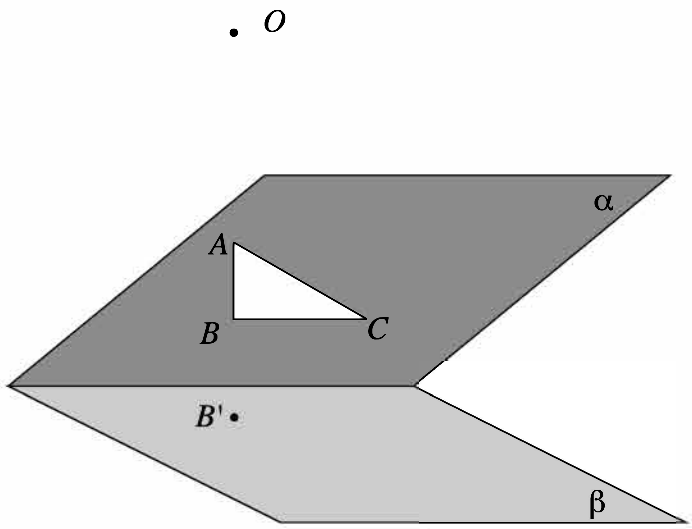
§3. Les ombres

Exercice 2.22:

Soit O un point lumineux, α un plan dans lequel on a découpé un triangle ABC, B' "*l'ombre*" sur un plan sécant β de B. Déterminer A' et C' et construire le triangle $A'B'C'$ "*ombre*" du triangle ABC par le point O.
(donner la marche à suivre, ainsi qu'une justification.)





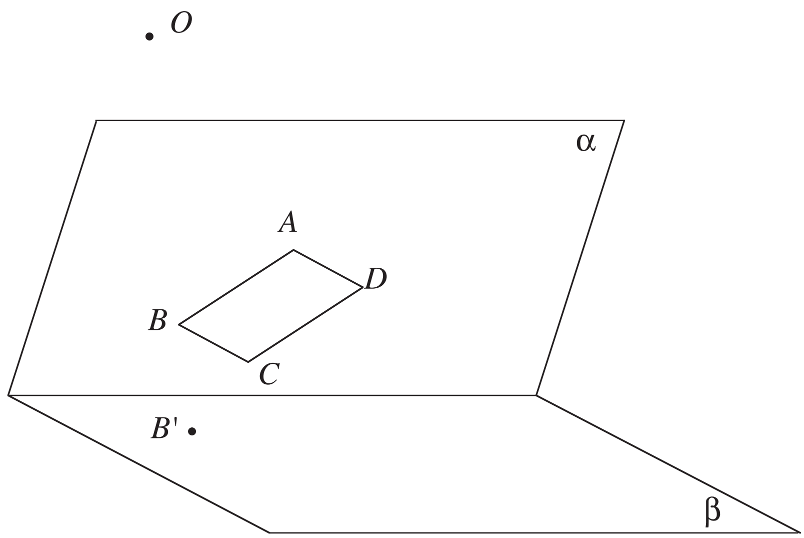


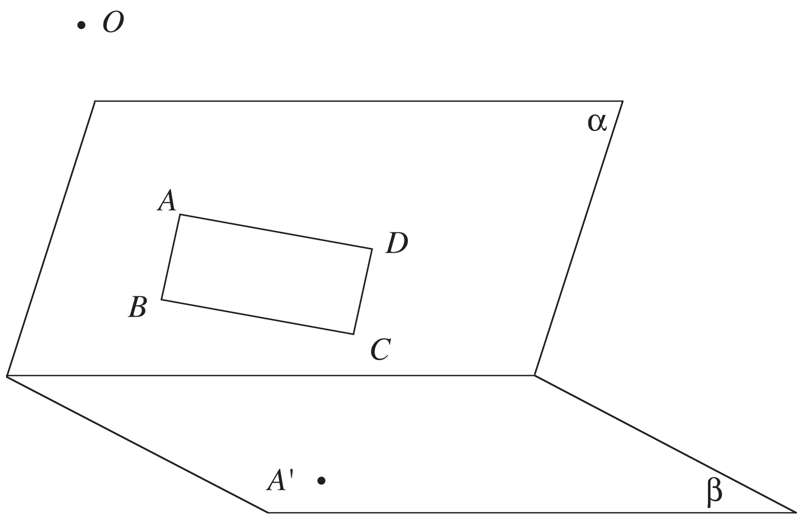
Marche à suivre:

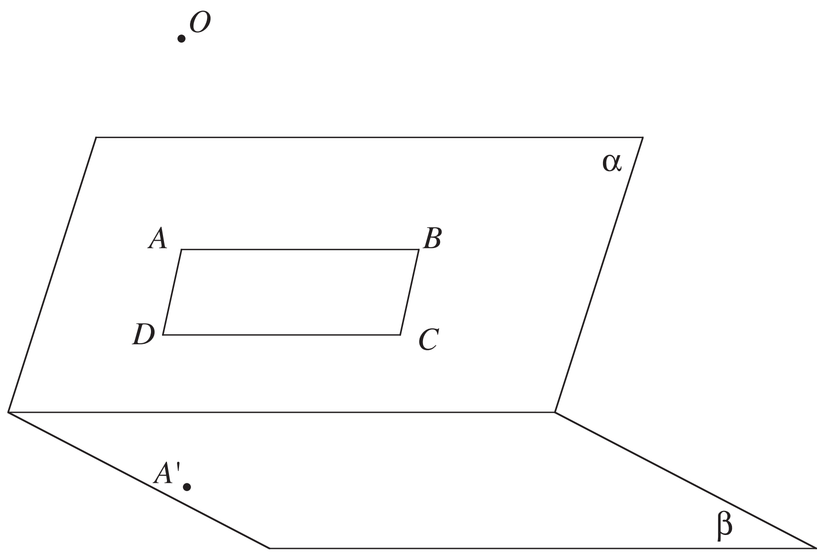
Justification

Exercice 2.23:

Même exercice que le précédent, où le triangle est remplacé par un quadrilatère.

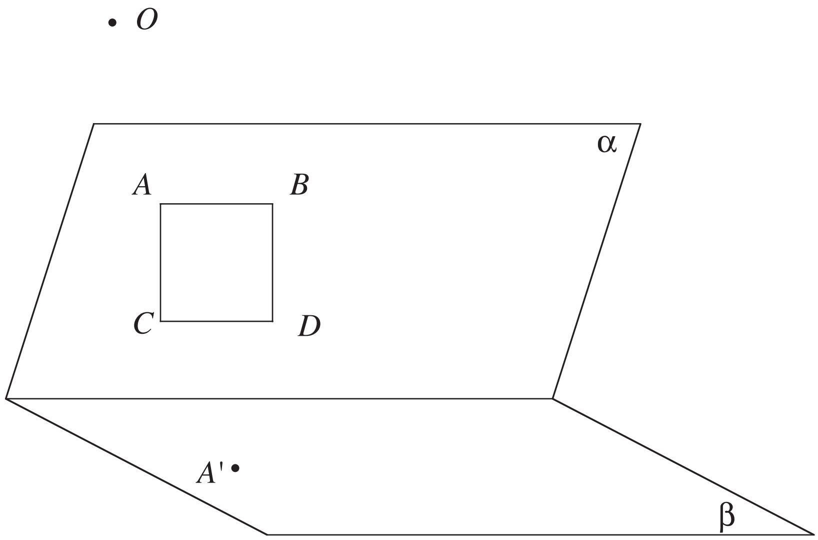


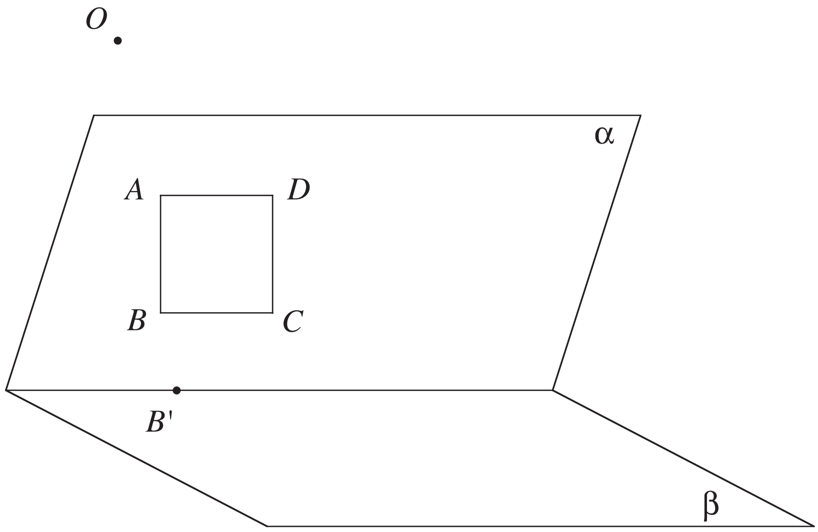


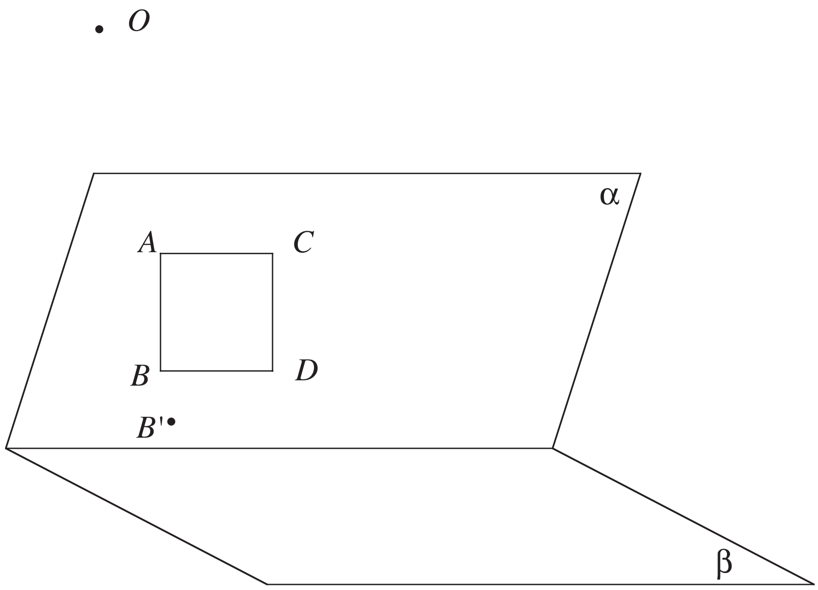


Exercice 2.24:

Même exercice que le précédent, discuter dans les 2 derniers cas de la position de O.

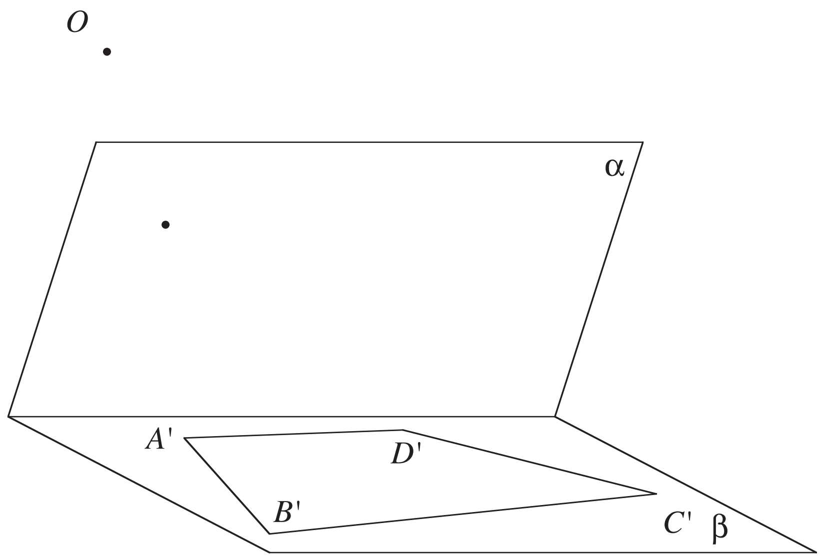


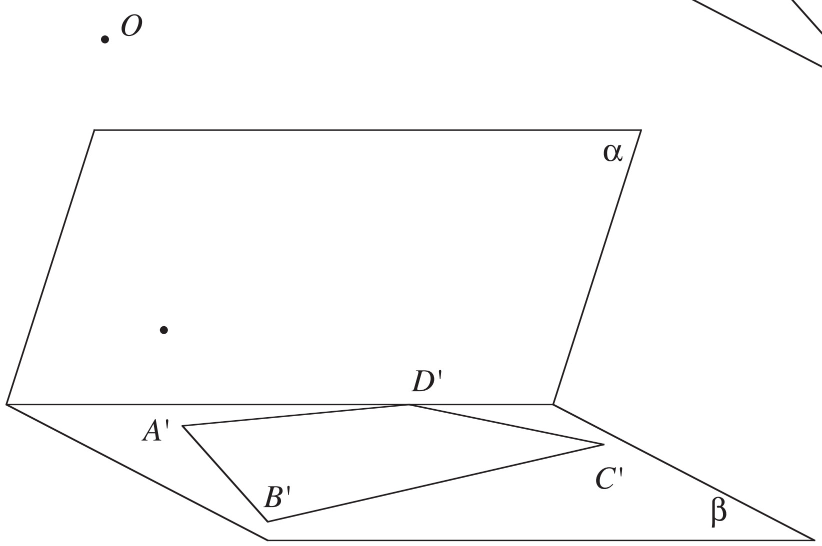


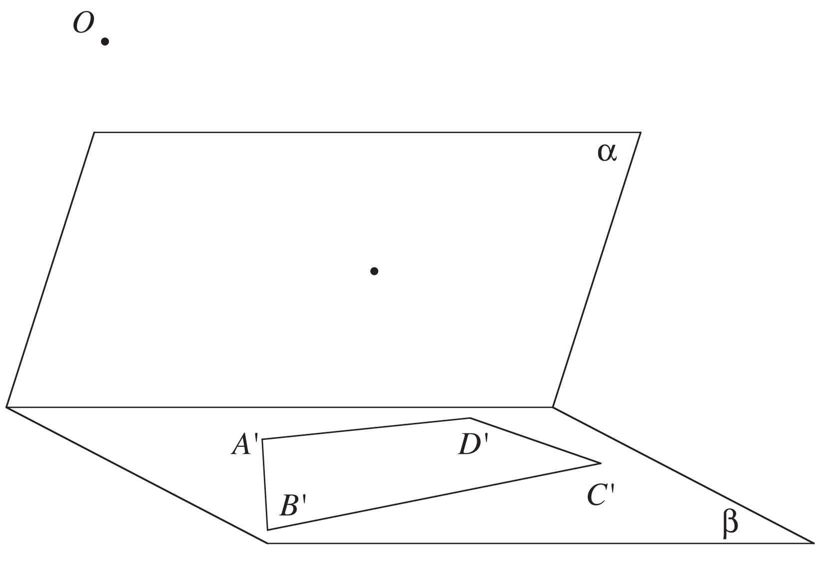


Exercice 2.25:

Même exercice que le précédent, mais cette fois-ci on donne $A'B'C'D'$, le point O et un des sommets du quadrilatère correspondant dans le plan α.



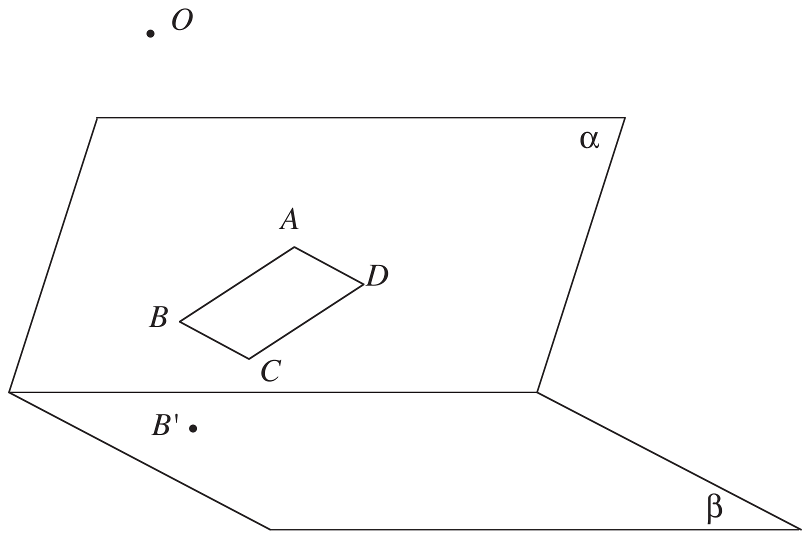




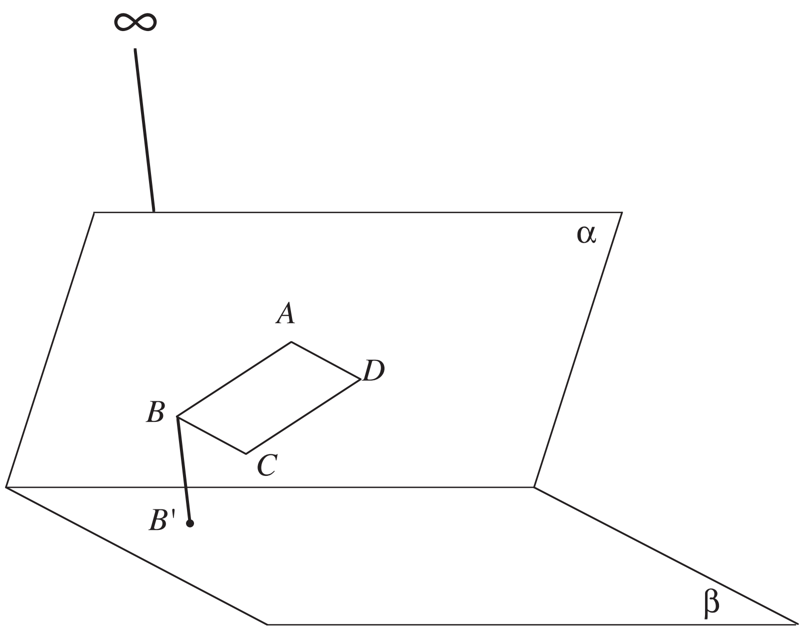
Exercice 2.26:

Le but de cet exercice est de comparer les “ombres” en fonction de la position de la source de la lumière

1er cas: la source de lumière est à une distance finie



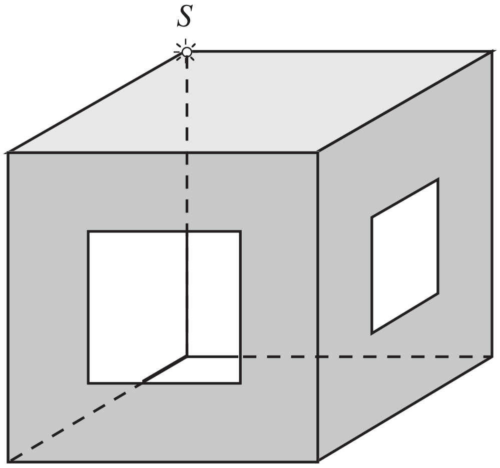
2ème cas: la source de lumière est à une distance infinie (comme le soleil)



Constatations ?

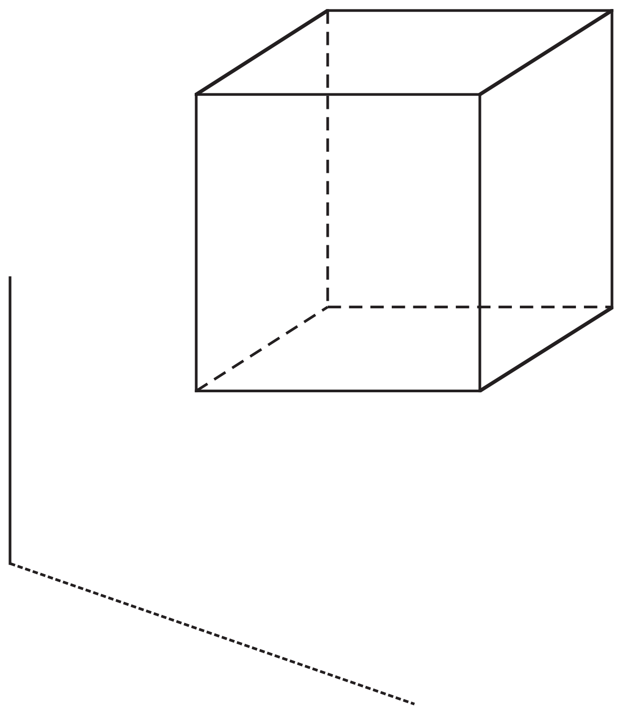
Exercice 2.27:

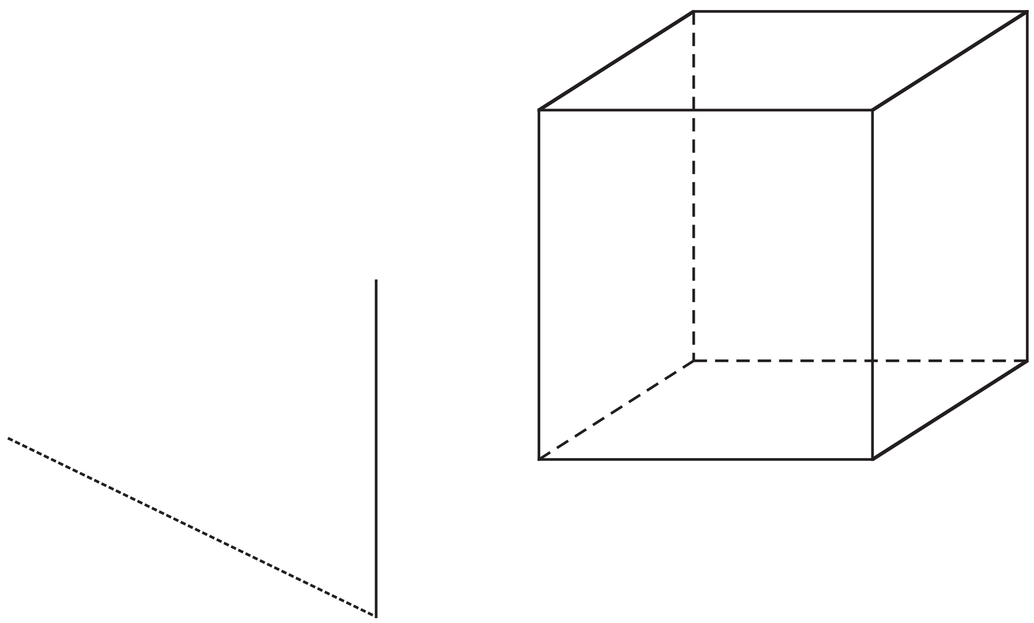
On a placé au coin d'un cube une source de lumière *S* et on a découpé 2 lucarnes sur ses faces.
Construire les “taches de lumière” apparaissant alors sur le sol



Exercice 2.28:

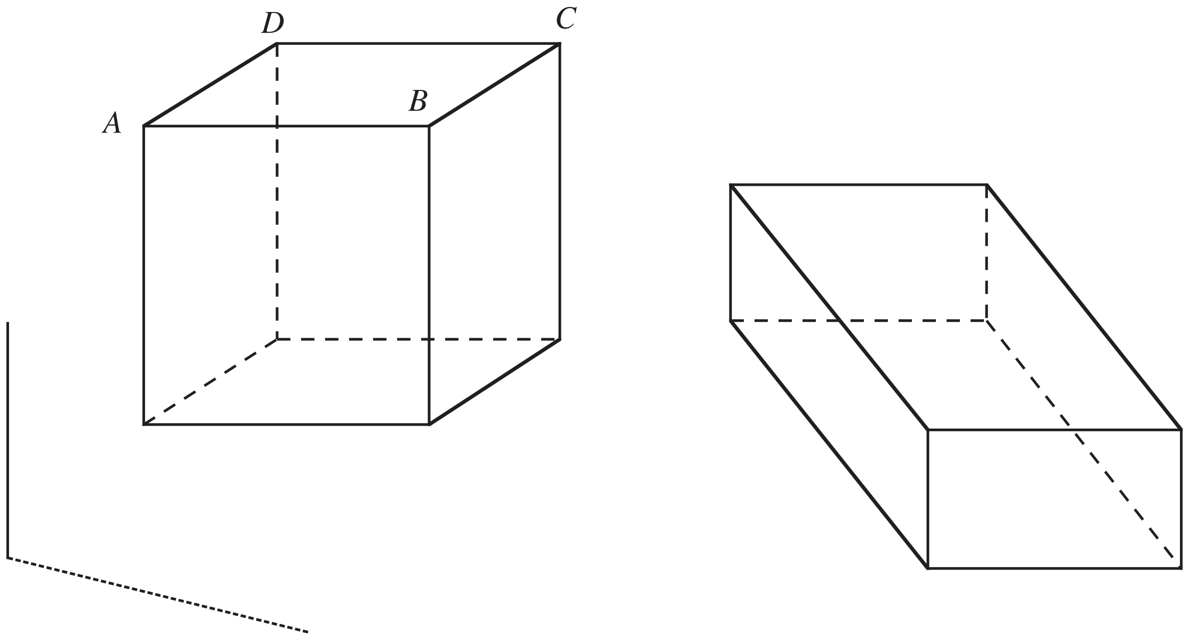
Un cube et un piquet vertical sont posés sur le sol. En utilisant l'ombre au soleil du piquet, compléter l'ombre du cube.

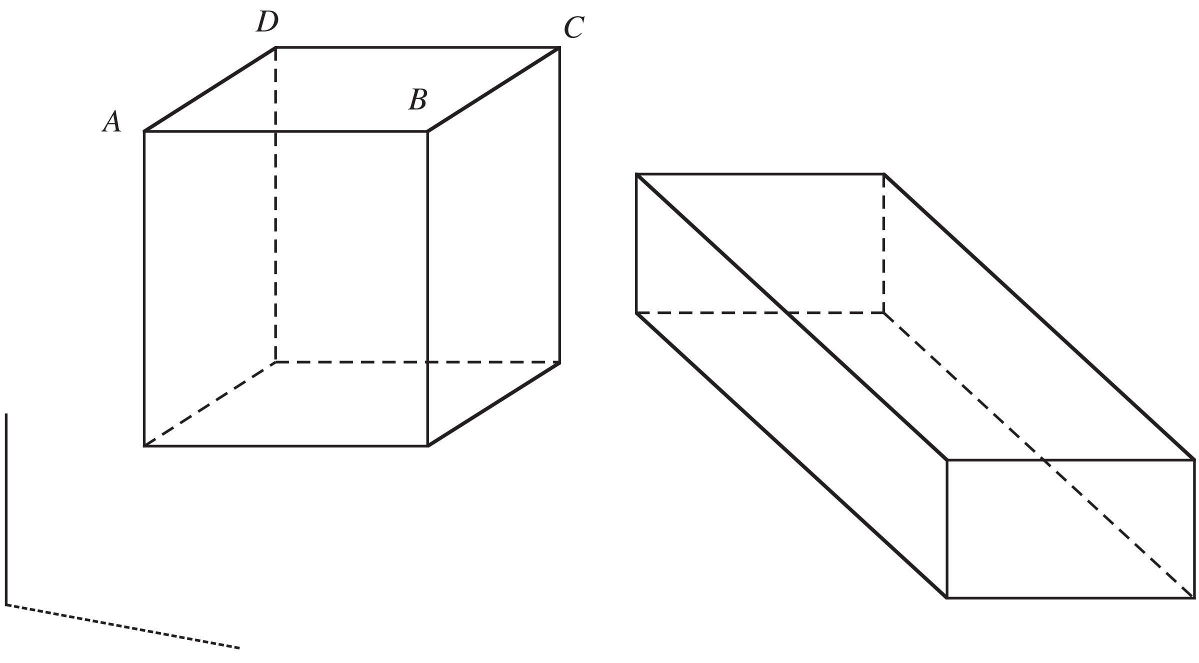




Exercice 2.29 (début):

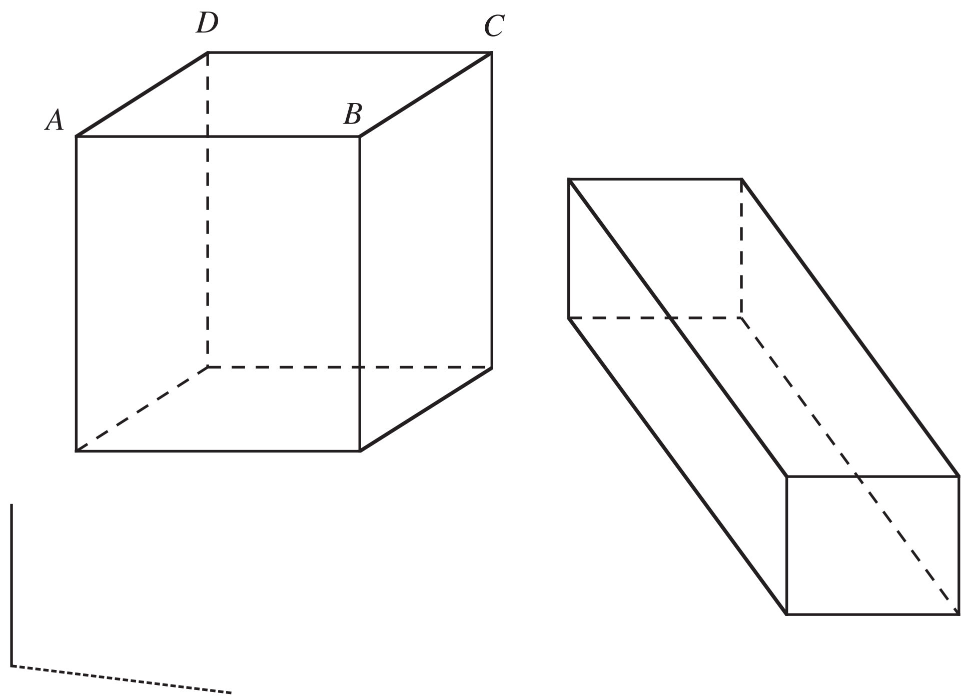
En utilisant l’ombre au soleil du piquet, compléter l’ombre du parallélépipède et du cube sur le plan de base ainsi que l’ombre du cube sur les faces du parallélépipède.

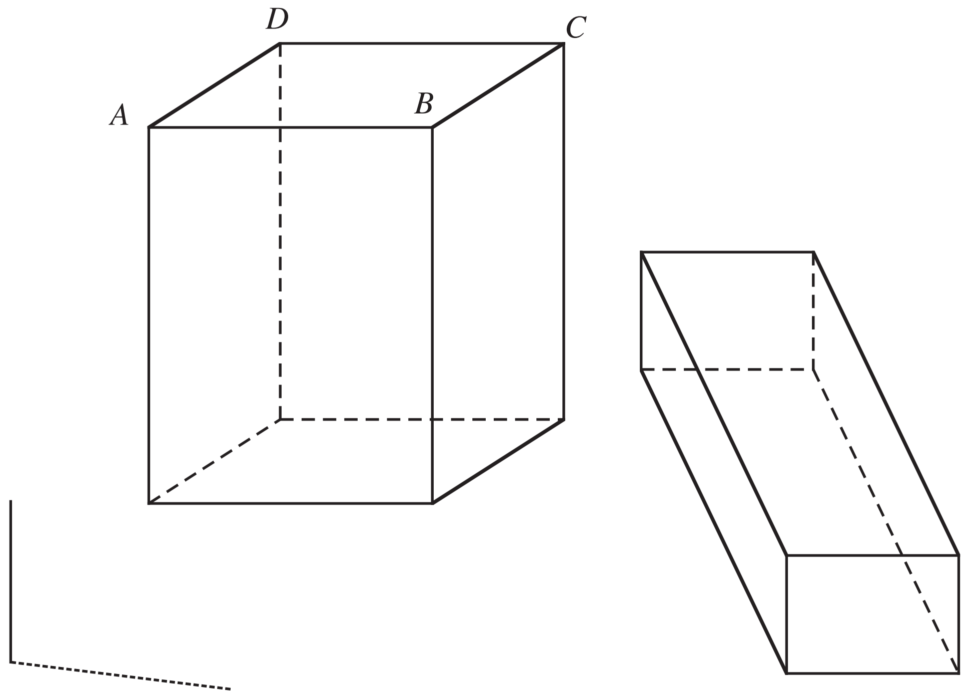




Exercice 2.29 (fin):

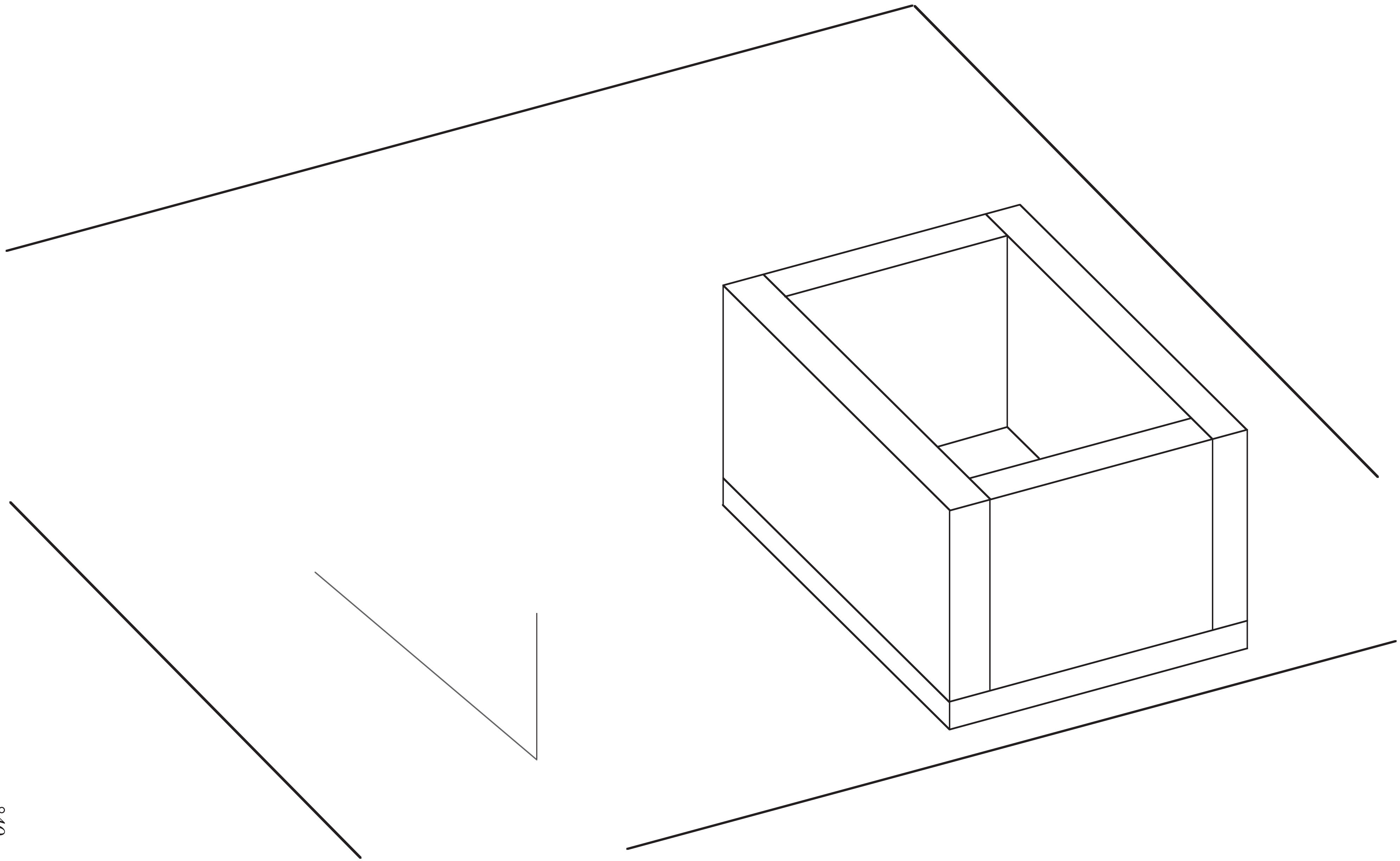
En utilisant l'ombre au soleil du piquet, compléter l'ombre du parallélépipède et du cube sur le plan de base ainsi que l'ombre du cube sur les faces du parallélépipède.





Exercice 2.30:

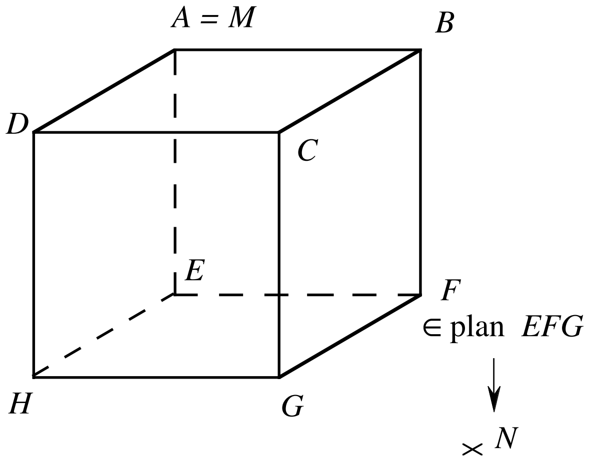
En utilisant l'ombre du piquet, construire puis hachurer (ou colorier) toutes les ombres de cette figure.

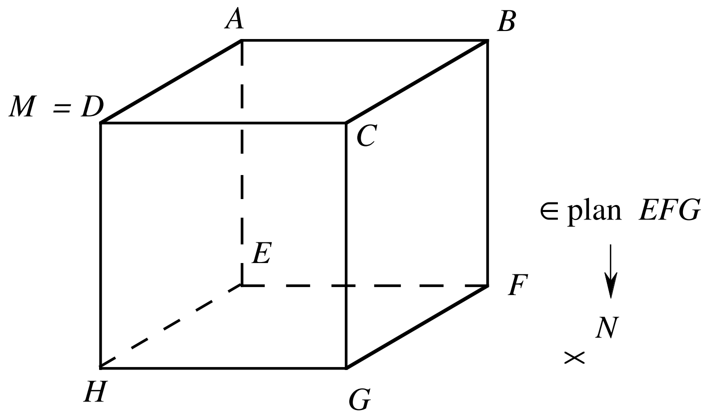


§4. Les intersections de polyèdres

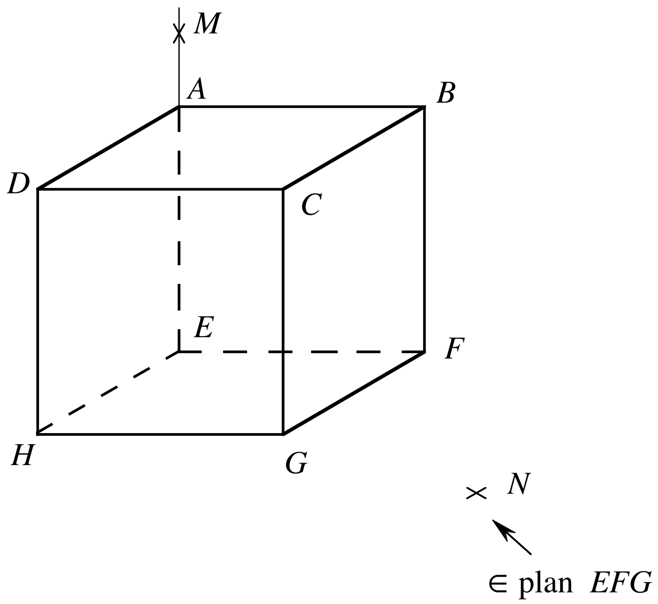
Exercice 2.31:

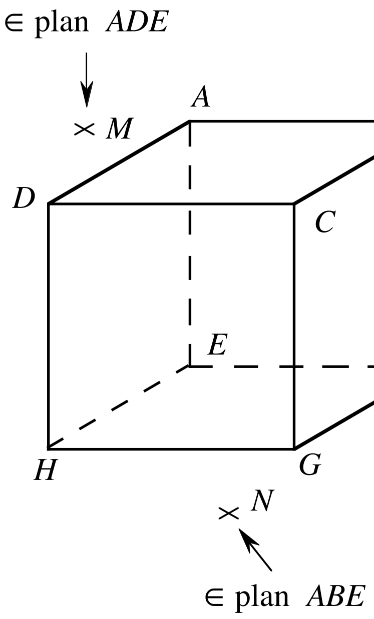
Construire l'intersection de la droite *MN* avec le cube.





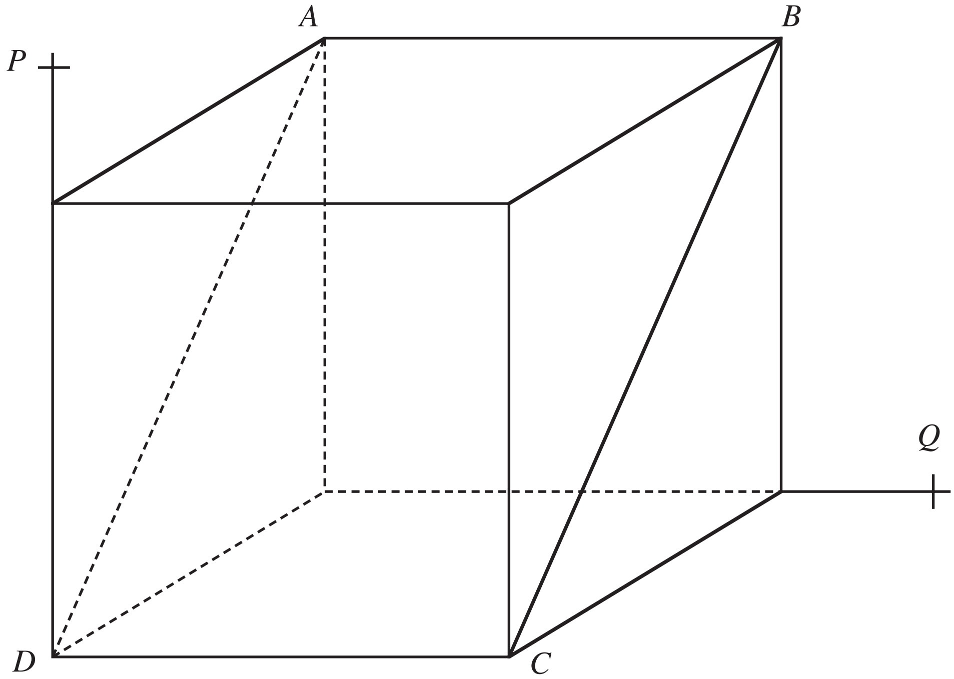
Remarques:





Exercice 2.32:

Tracer l'intersection de la droite QP avec le cube et avec le plan $ABCD$. (les traits de construction doivent être visibles et la construction doit être précise avec visibilité par rapport au cube et au plan $ABCD$.)



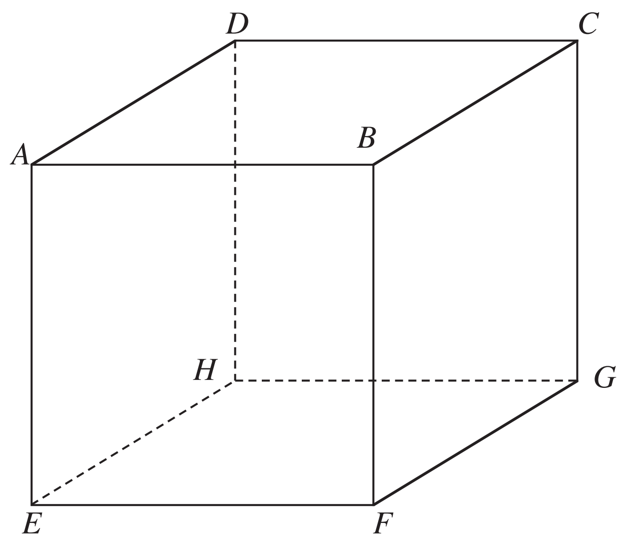
Exercice 2.33:

Soit *ABCDEFGH* un cube de côté 8 cm.

(1) Poser M milieu de AB, N milieu de BC et O milieu de CG.

(2) Construire (avec visibilité) plan $MNO \cap$ faces du cube.

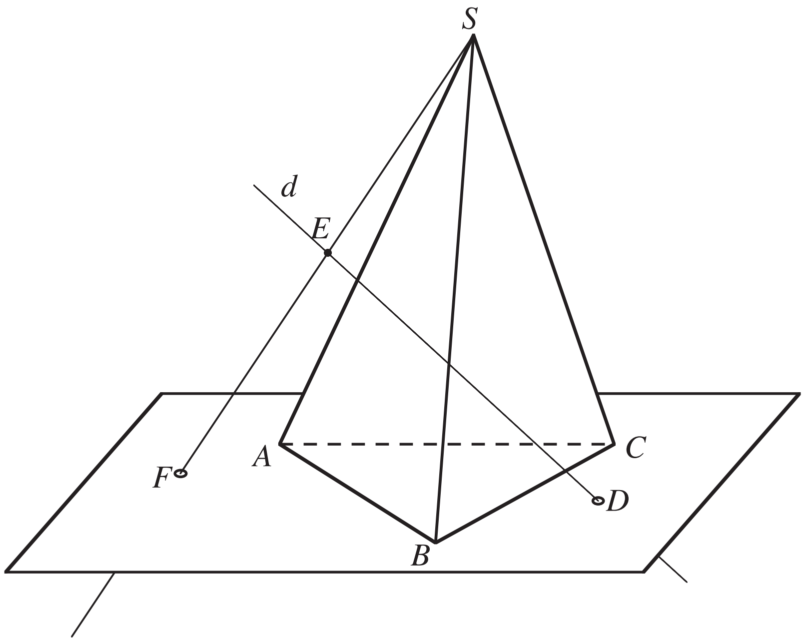
(3) Construire $DF \cap$ plan $MNO \equiv \{S\}$.



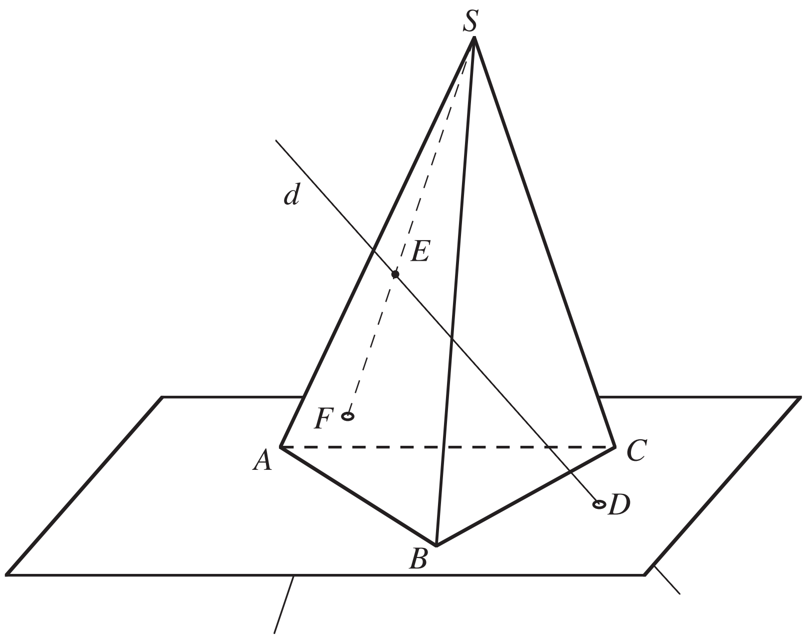
Exercice 2.34:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection de la pyramide *SABC* avec la droite *d*.
On sait que *d* coupe le plan *ABC* en *D*. La droite *SE*, où *E* est un point de *d*, coupe le plan *ABC* en *F*.

A l'aide de ces informations, construire la visibilité de la droite *d* "plongeant" dans la pyramide

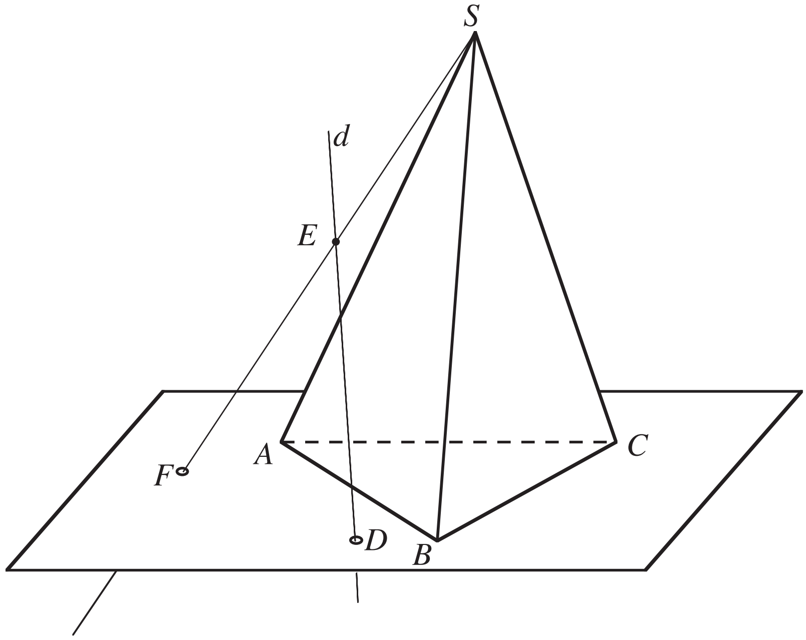


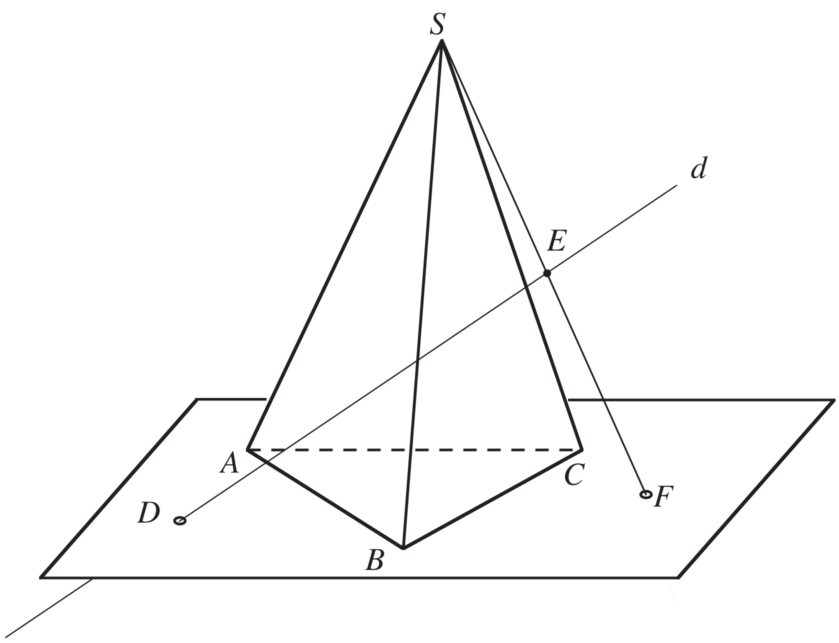
Même consigne



Exercice 2.35:

Même consigne que l'exercice précédent

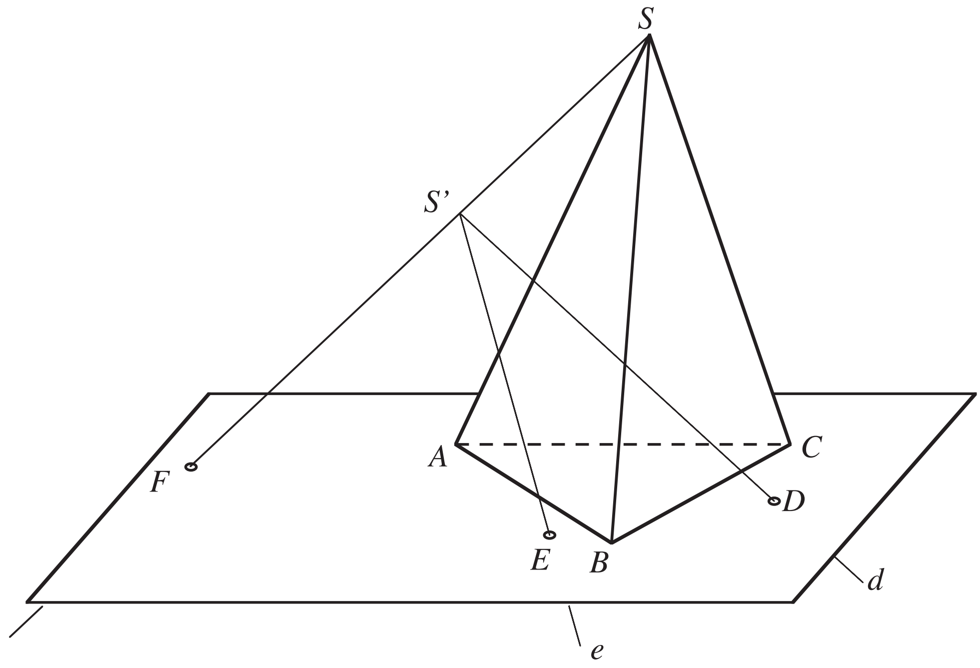


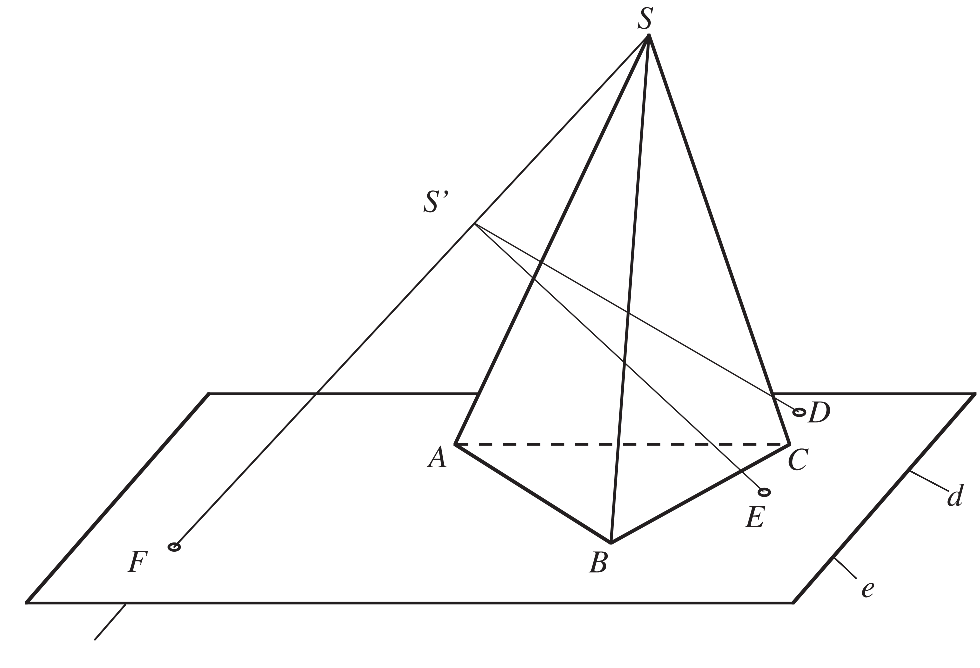


Exercice 2.36:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection de la pyramide *SABC* avec les 2 droites *d* et *e* concourantes en *S'*.
On sait que *d* coupe le plan *ABC* en *D* et *e* en *E*. La droite *SS'* coupe le plan *ABC* en *F*.

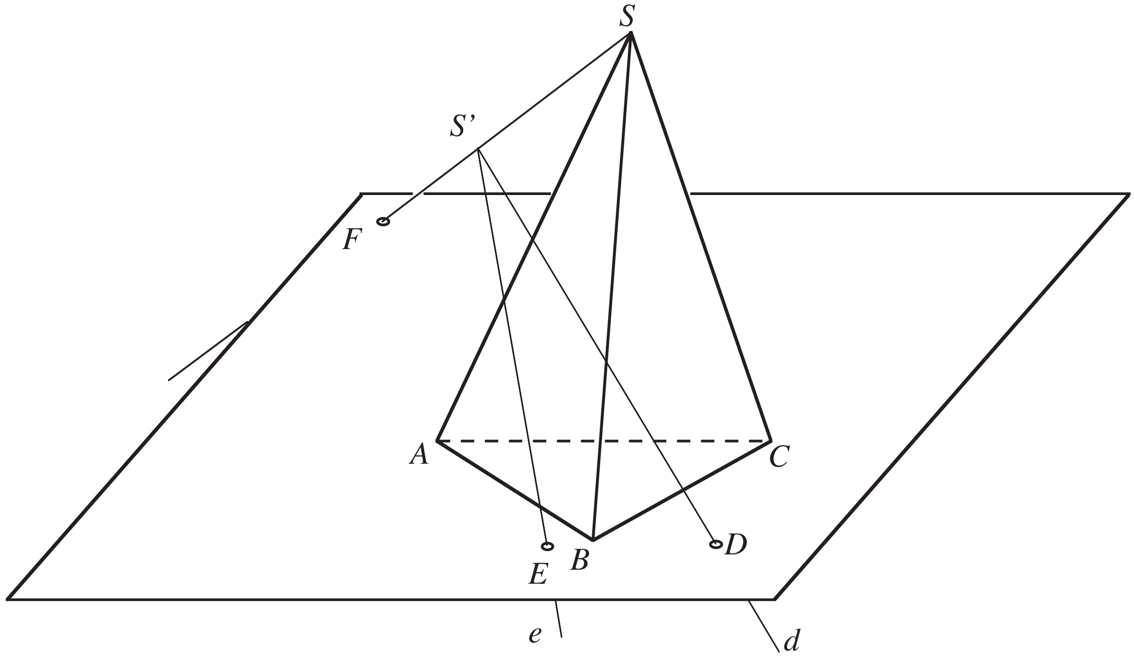
A l'aide de ces informations, construire la visibilité des droites *d* et *e* "plongeant" dans la pyramide

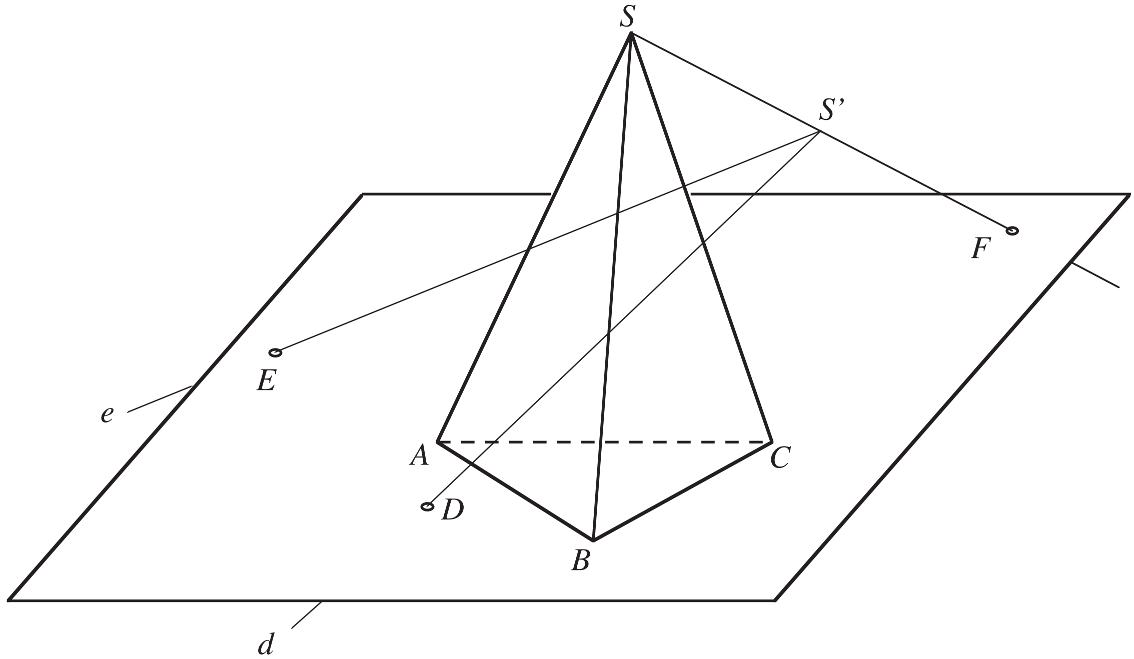




Exercice 2.37:

Mêmes consignes que l'exercice précédent

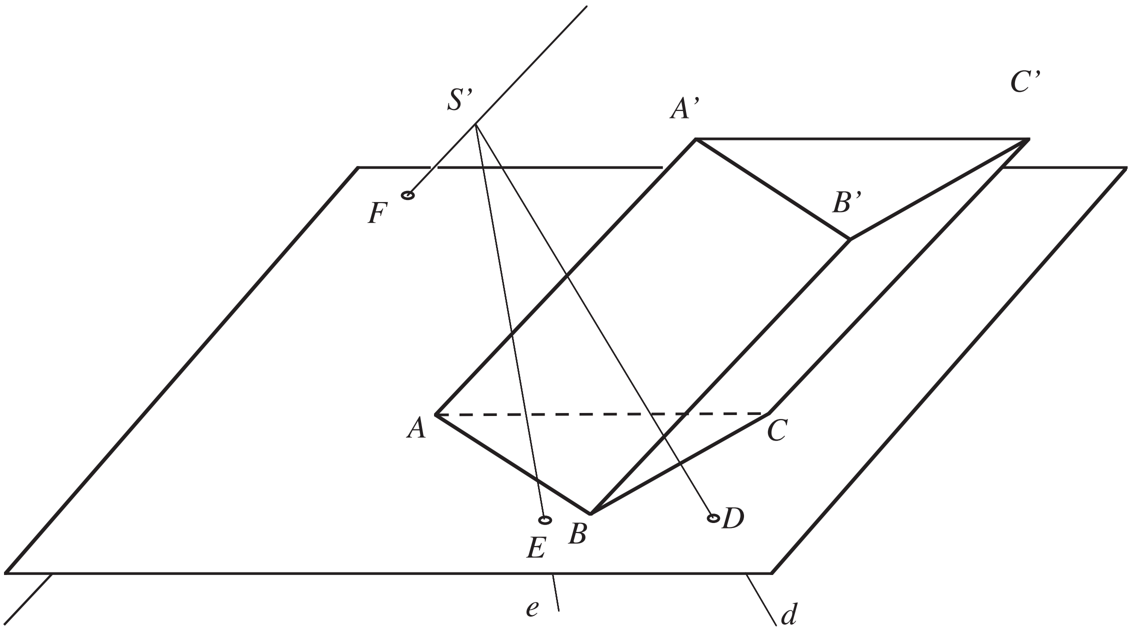


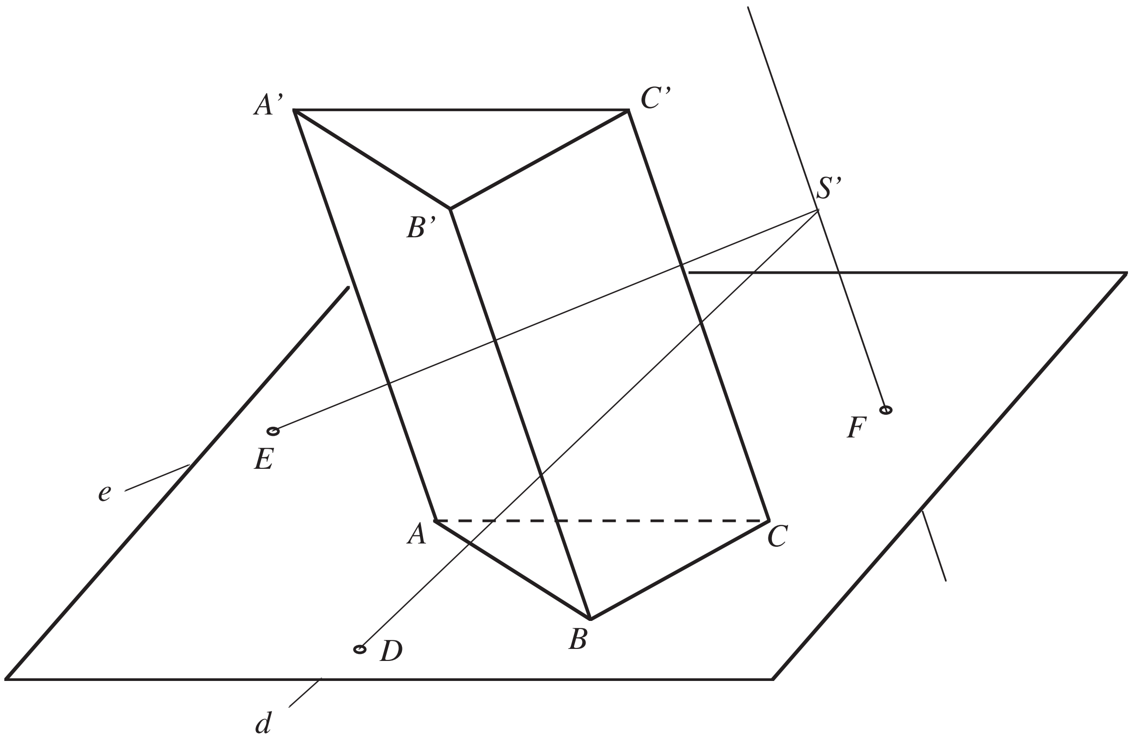


Exercice 2.38:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection du prisme *ABCA'B'C'* avec les 2 droites *d* et *e* concourantes en *S'*
Par *S'*, on a tracé une parallèle aux arêtes du prisme qui recoupe le plan *ABC* en *F*

A l'aide de ces informations, construire la visibilité des droites *d* et *e* "plongeant" dans le prisme.

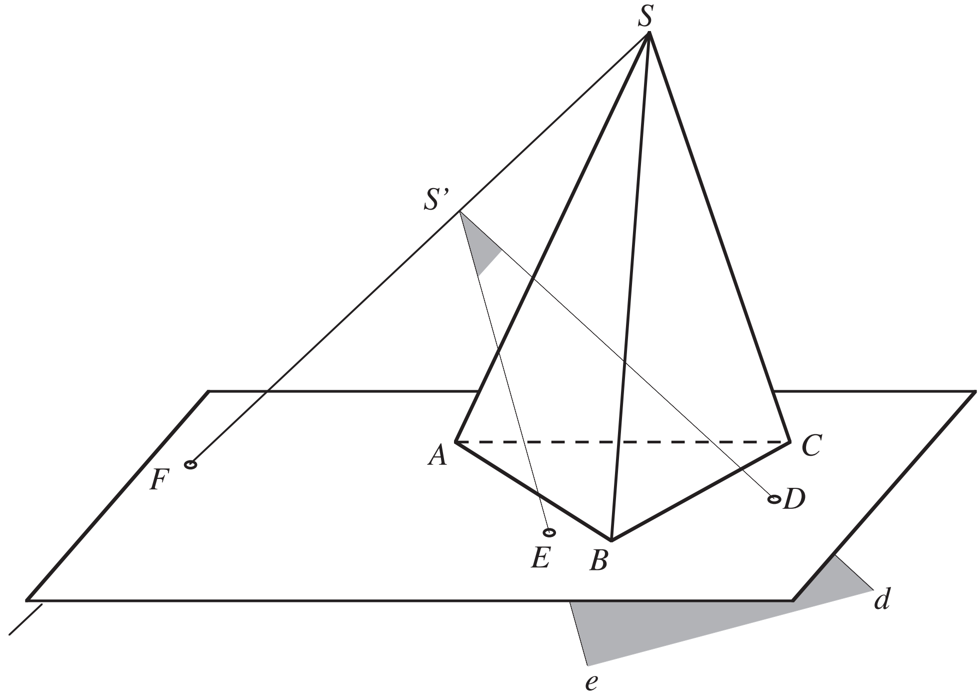


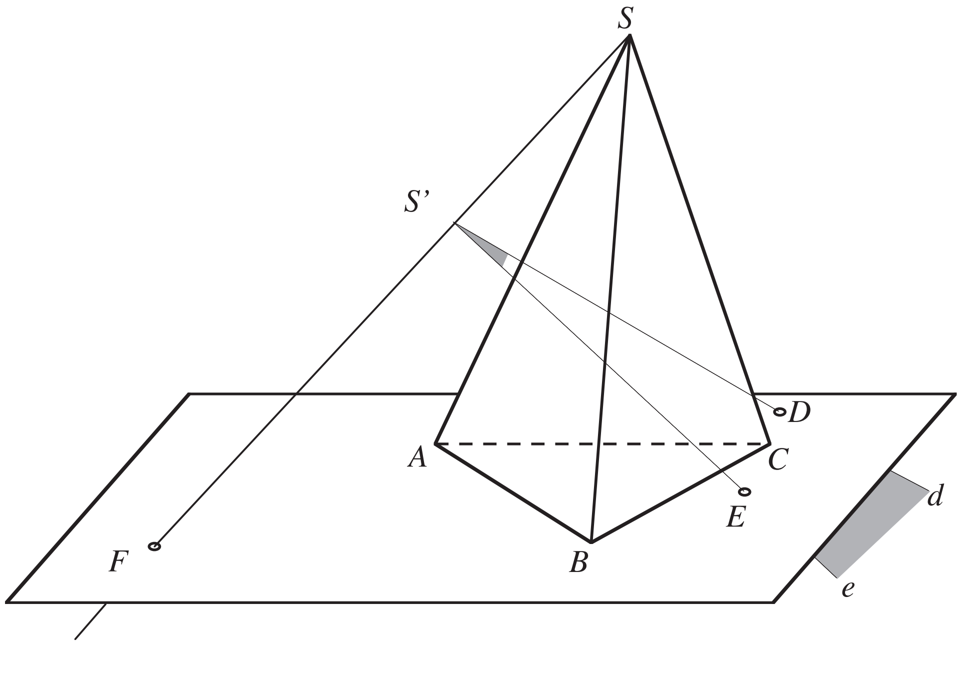


Exercice 2.39:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection de la pyramide *SABC* avec le triangle grisé formé des 2 droites *d* et *e* concourantes en *S'*.
On sait que *d* coupe le plan *ABC* en *D* et *e* en E. La droite *SS'* coupe le plan *ABC* en *F*.

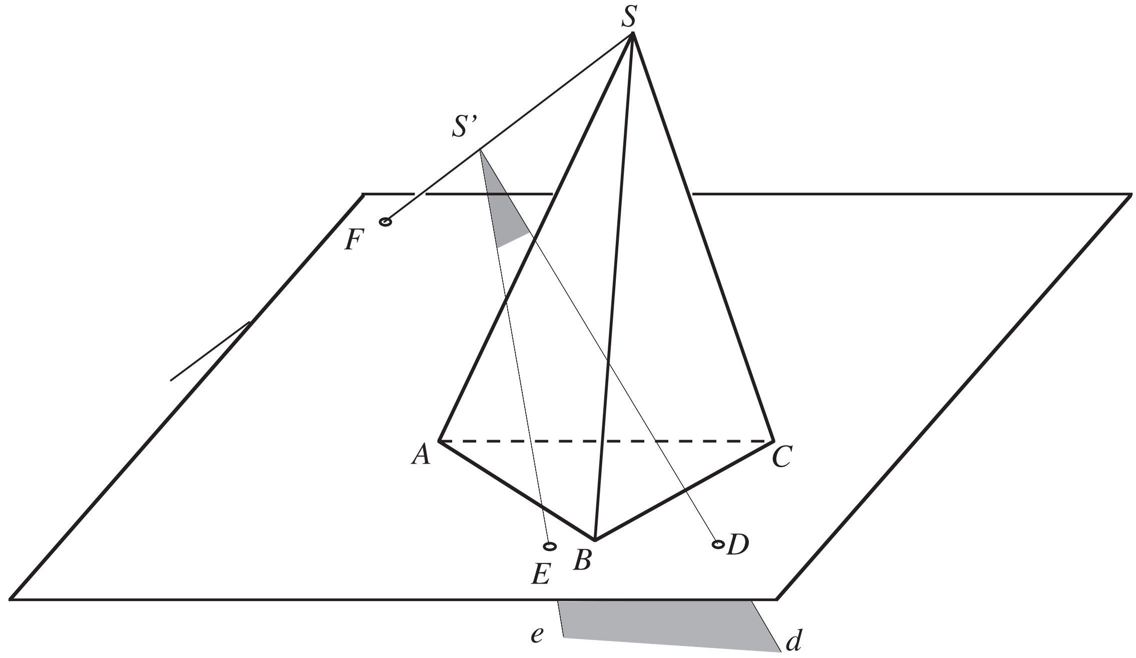
A l'aide de ces informations, construire et griser la visibilité du triangle “plongeant” dans la pyramide

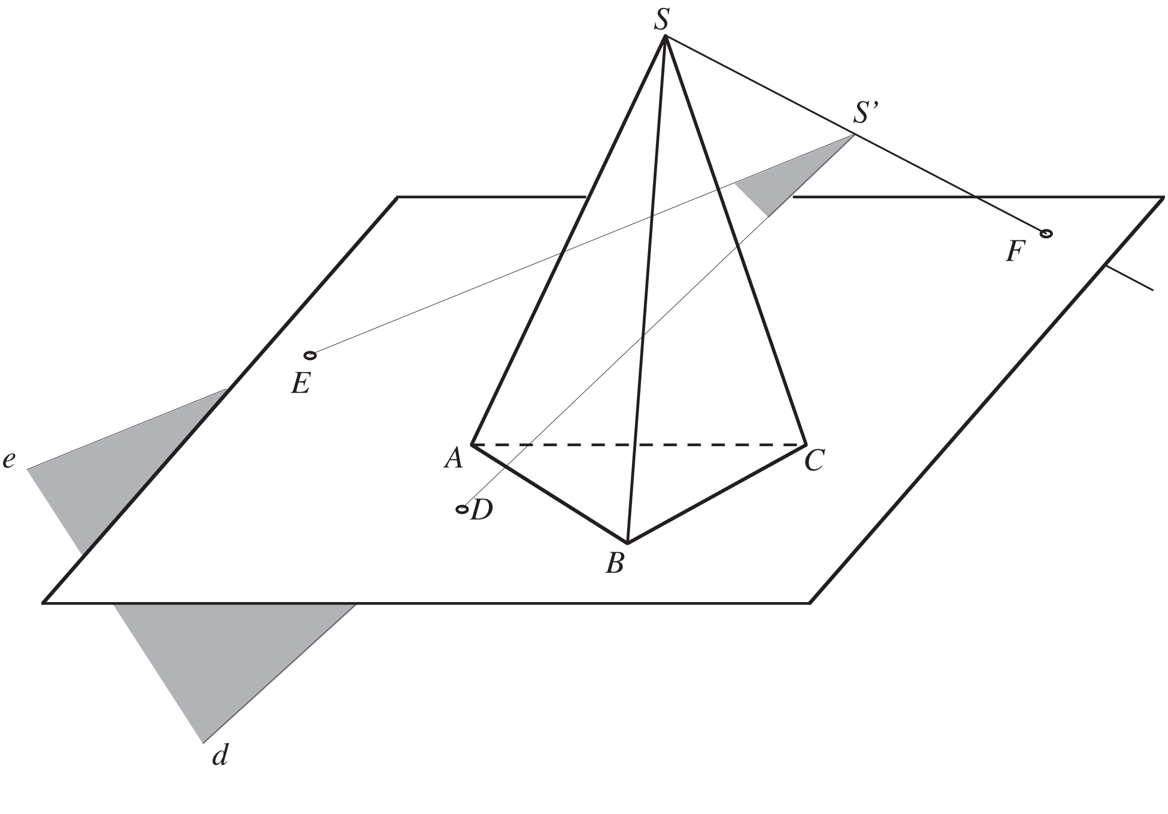




Exercice 2.40:

Mêmes consignes que l'exercice précédent

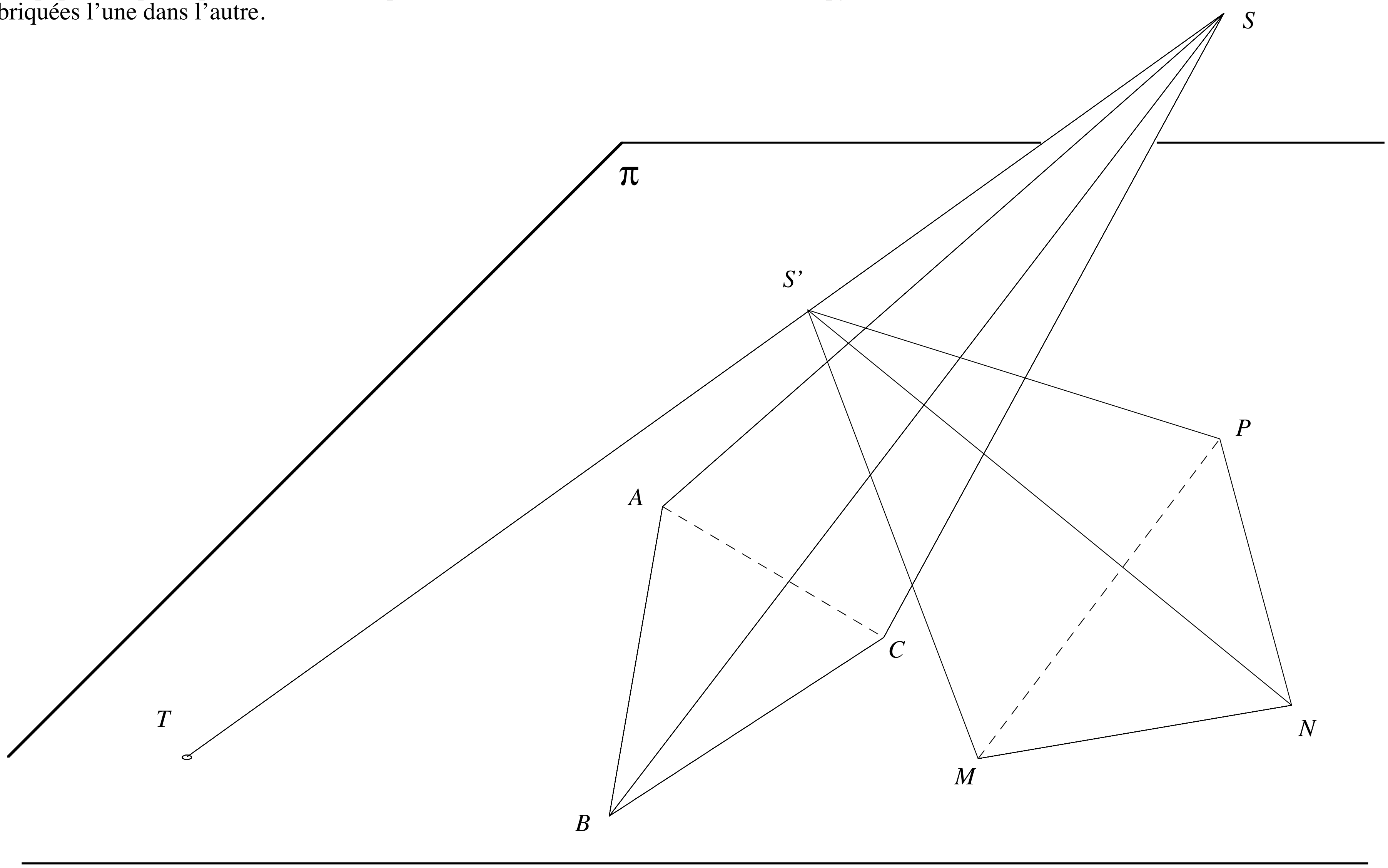




Exercice 2.41 + calque:

Déterminer l'intersection des pyramides *SABC* et *S'MNP* sachant que les bases *ABC* et *MNP* de ces pyramides sont situés dans le même plan π et que la trace de la droite *SS'* sur π est le point *T*.

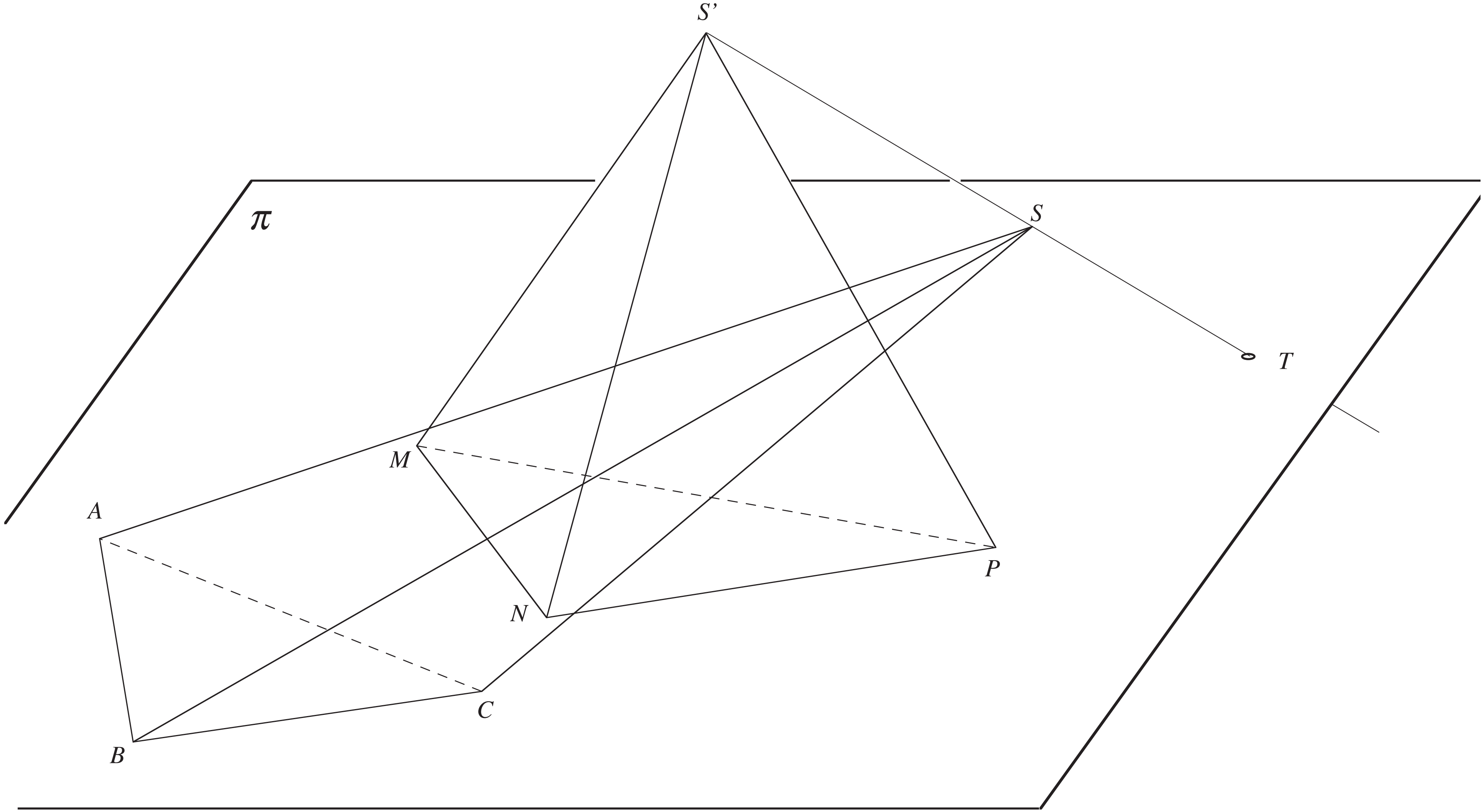
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 pyramides imbriquées l'une dans l'autre.



Exercice 2.42 + calque:

Déterminer l'intersection des pyramides *SABC* et *S'MNP* sachant que les bases *ABC* et *MNP* de ces pyramides sont situés dans le même plan π et que la trace de la droite *SS'* sur π est le point *T*.

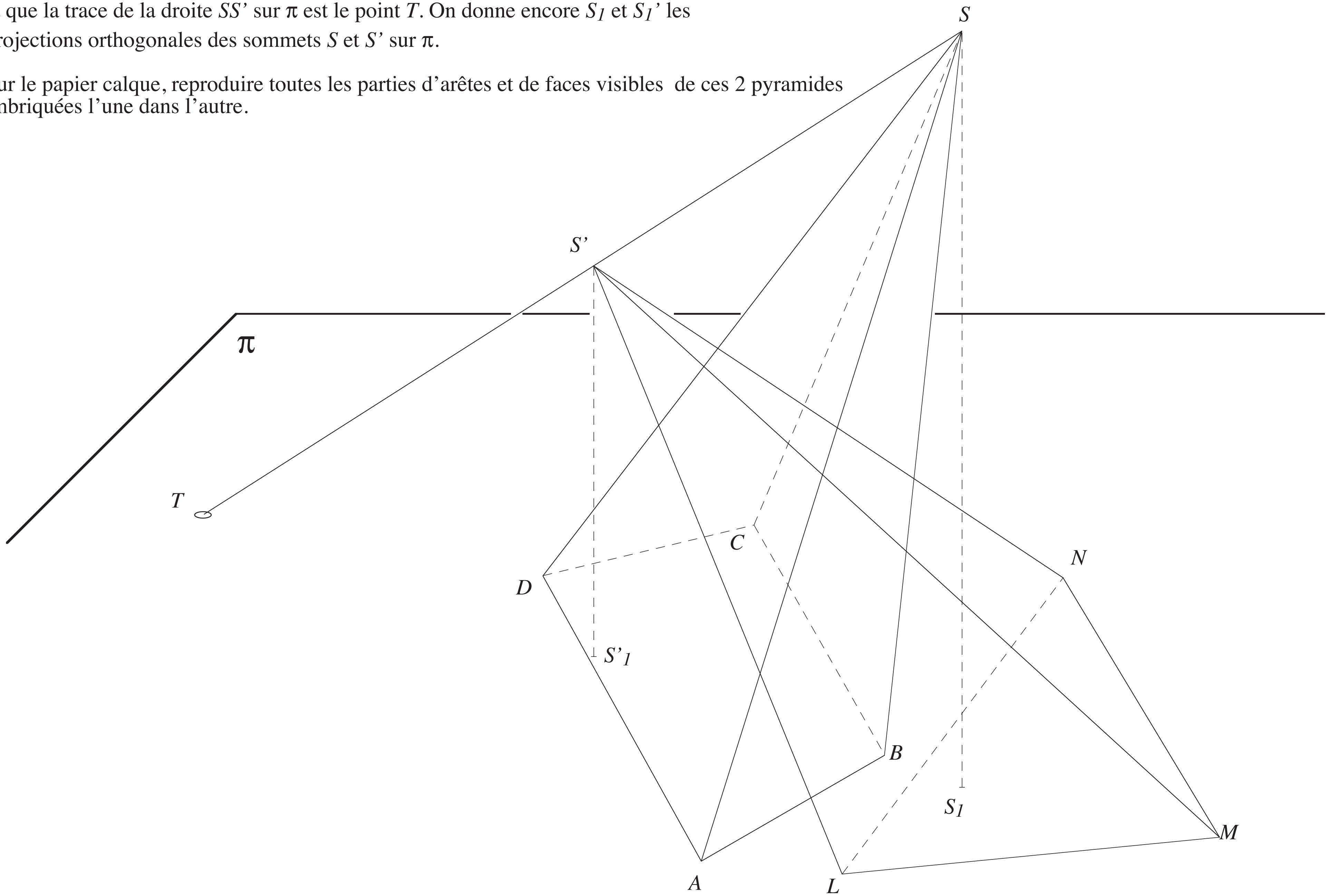
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 pyramides imbriquées l'une dans l'autre.



Exercice 2.43 + calque:

Déterminer l'intersection des pyramides *SABCD* et *S'LMN* sachant que les bases *ABCD* et *LMN* de ces pyramides sont situées dans le même plan π et que la trace de la droite *SS'* sur π est le point *T*. On donne encore S_1 et S_1' les projections orthogonales des sommets *S* et *S'* sur π.

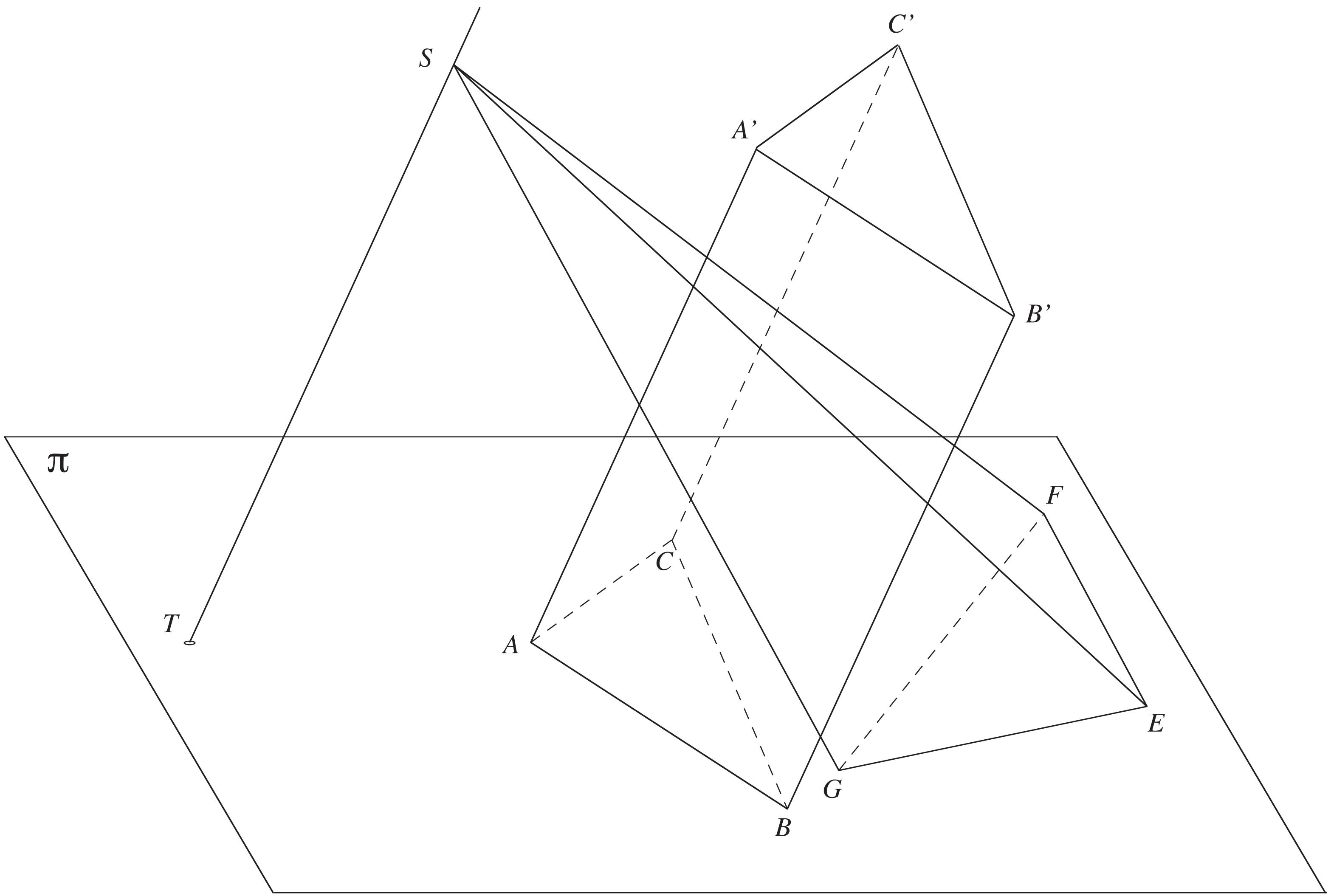
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 pyramides imbriquées l'une dans l'autre.



Exercice 2.44 + calque:

Déterminer l'intersection du prisme *ABCA'B'C'* et de la pyramide *SEFG* sachant que les bases *ABC* et *EFG* sont situés dans le même plan et π que la trace de la parallèle aux arêtes du prisme par *S* sur π est le point *T*.

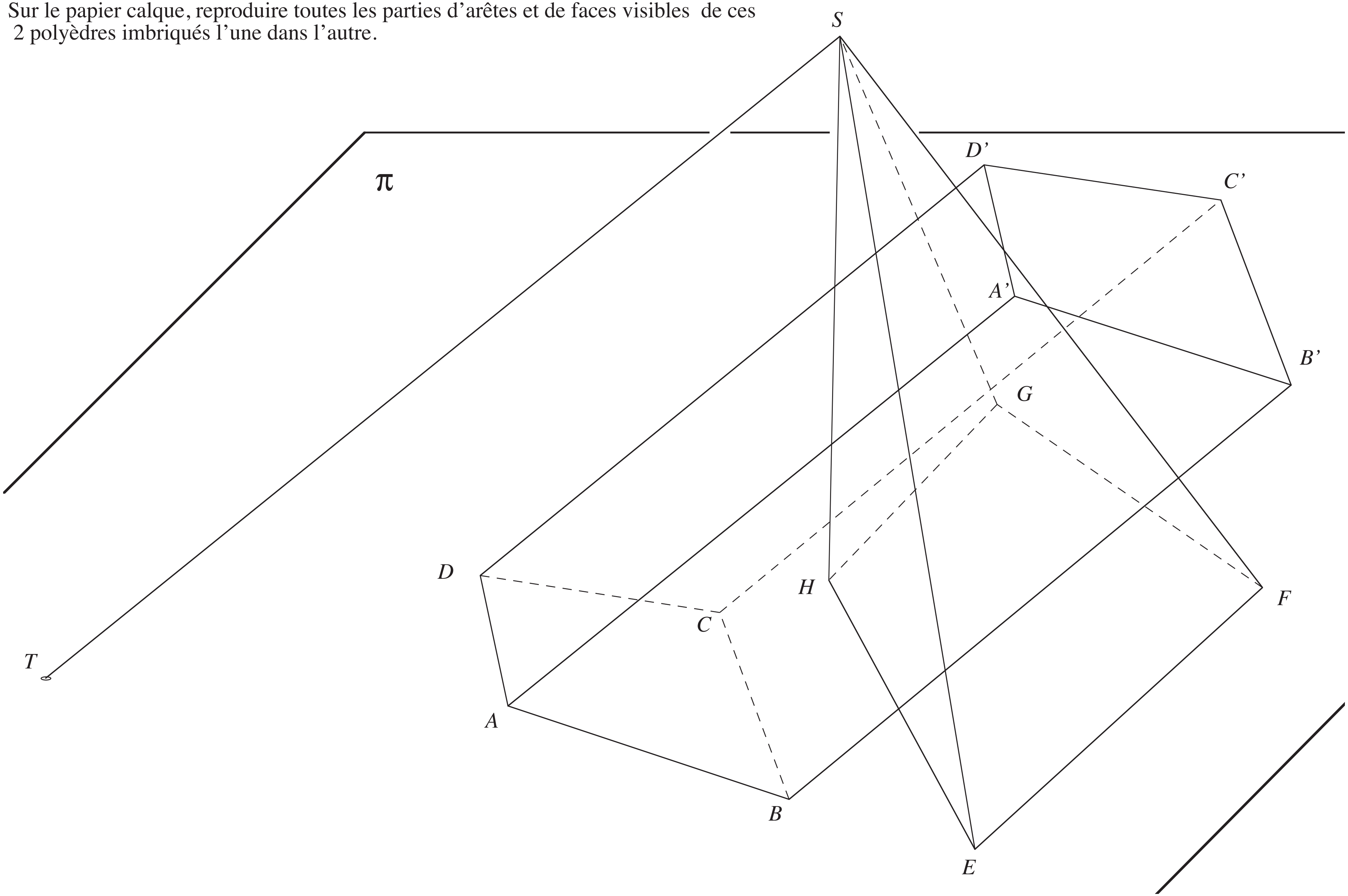
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 polyèdres imbriqués l'une dans l'autre.



Exercice 2.45 + calque:

Déterminer l'intersection du prisme *ABCDA'B'C'D'* et de la pyramide *SEFGH* sachant que les bases *ABCD* et *EFGH* sont situés dans le même plan π et que la trace de la parallèle aux arêtes du prisme par *S* sur π est le point *T*.

Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 polyèdres imbriqués l'une dans l'autre.

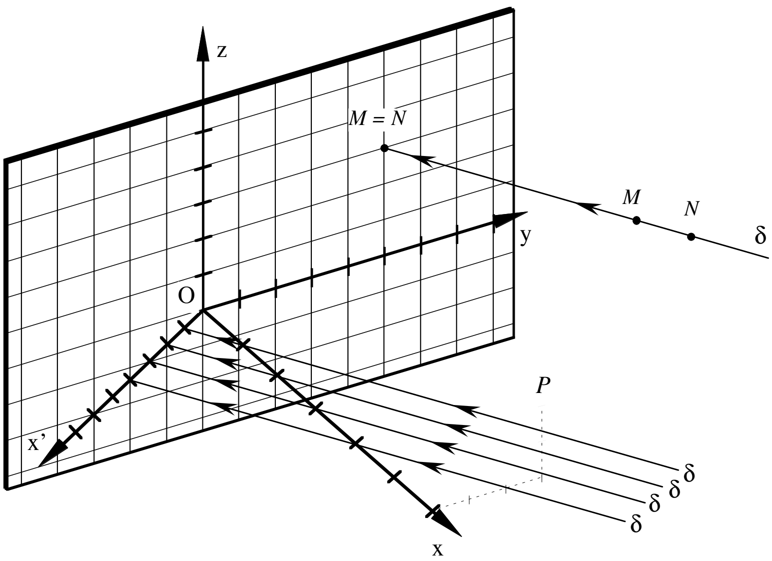


CHAPITRE 3: Axonométrie cavalière

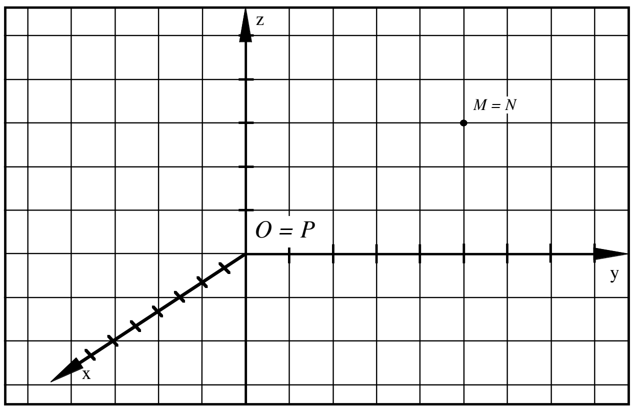
Une axonométrie **cavalière** est une projection parallèle de l'espace sur un plan $\pi(O,y,z)$ parallèlement à une direction δ, δ n'étant pas parallèle à l'abscisse x.

§1. Une première définition

Esquisse 3D



Axonométrie

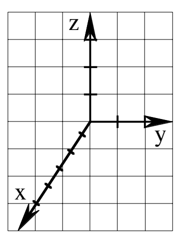


Dans une axonométrie cavalière, le choix de la direction δ et de la graduation de l'abscisse est libre. Cela peut entraîner quelques problèmes de vision. Par exemple les deux points distincts M et N ont la même image sur la feuille, alors que le point N est plus en avant que le point M. On dit alors que le point N **cache** le point M.

Le point $P(6; 3; 2)$ et tout point ayant des coordonnées proportionnelles à celle de P, $Q(18; 9; 6)$ par exple, ont pour image l'origine. Dans ce cas, la droite OP donne la direction δ.
L'ensemble des points de l'espace qui ont la même image axonométrique que l'origine s'appelle le **noyau axonométrique**. On le notera n=[6; 3; 2]

Autre exemple: le noyau de cette axonométrie est:

n =



Exercice 3.1:

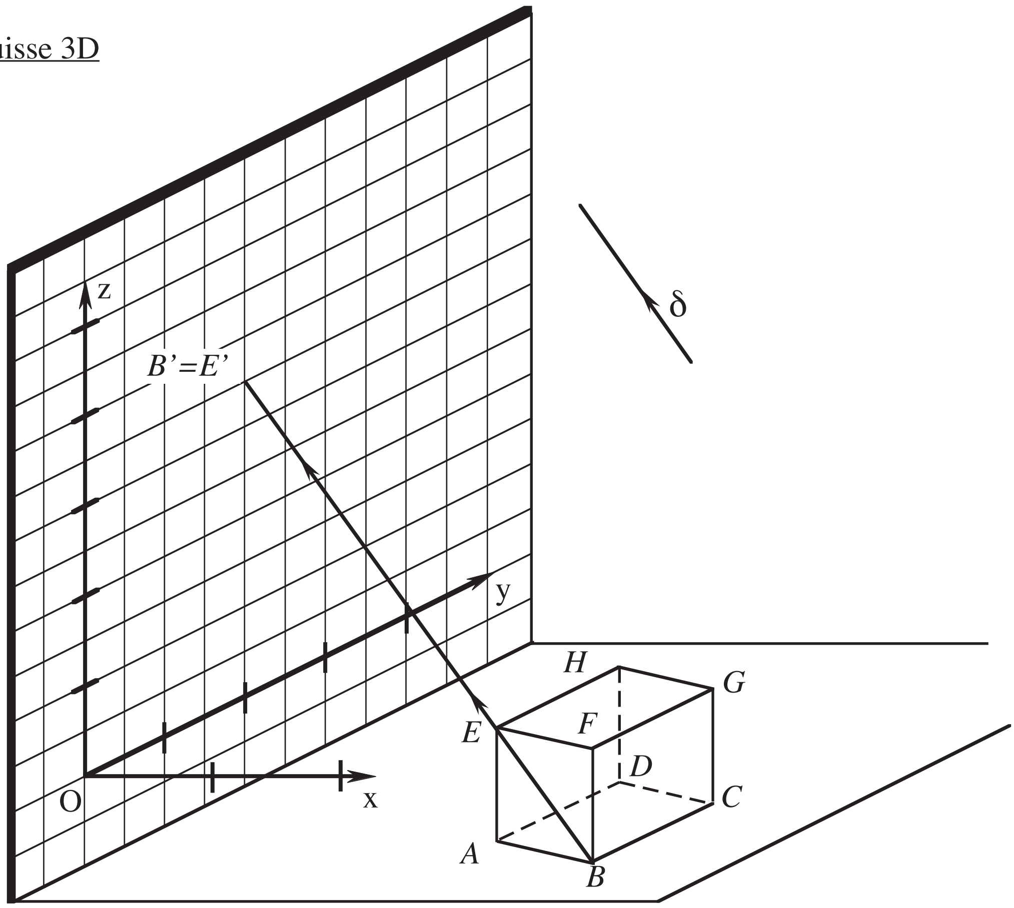
Sur l'esquisse 3D:

- Construire l'image axonométrique du parallélépipède *ABCDEFGH* sur le plan Oyz de direction δ
- Construire l'image axonométrique du système d'axe Oxyz

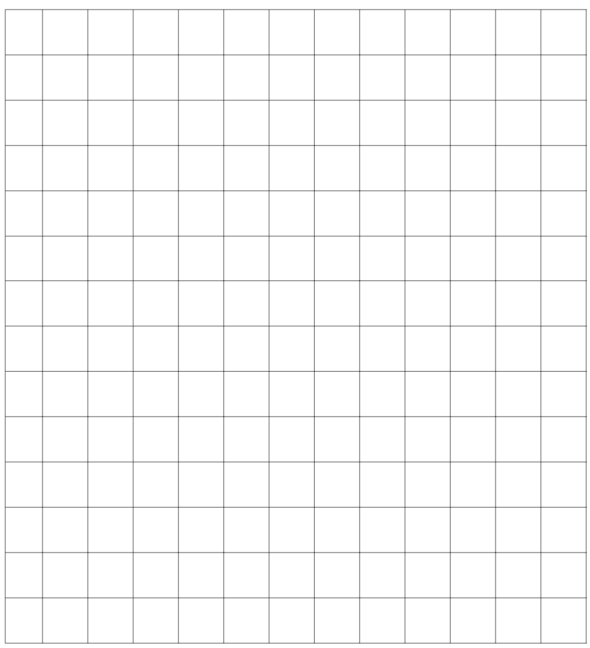
Sur le quadrillage:

- Reproduire approximativement l'image du parallélépipède et l'image du système d'axes Oxyz
- En déduire une valeur approximative du noyau de cette axonométrie

<u>Esquisse 3D</u>



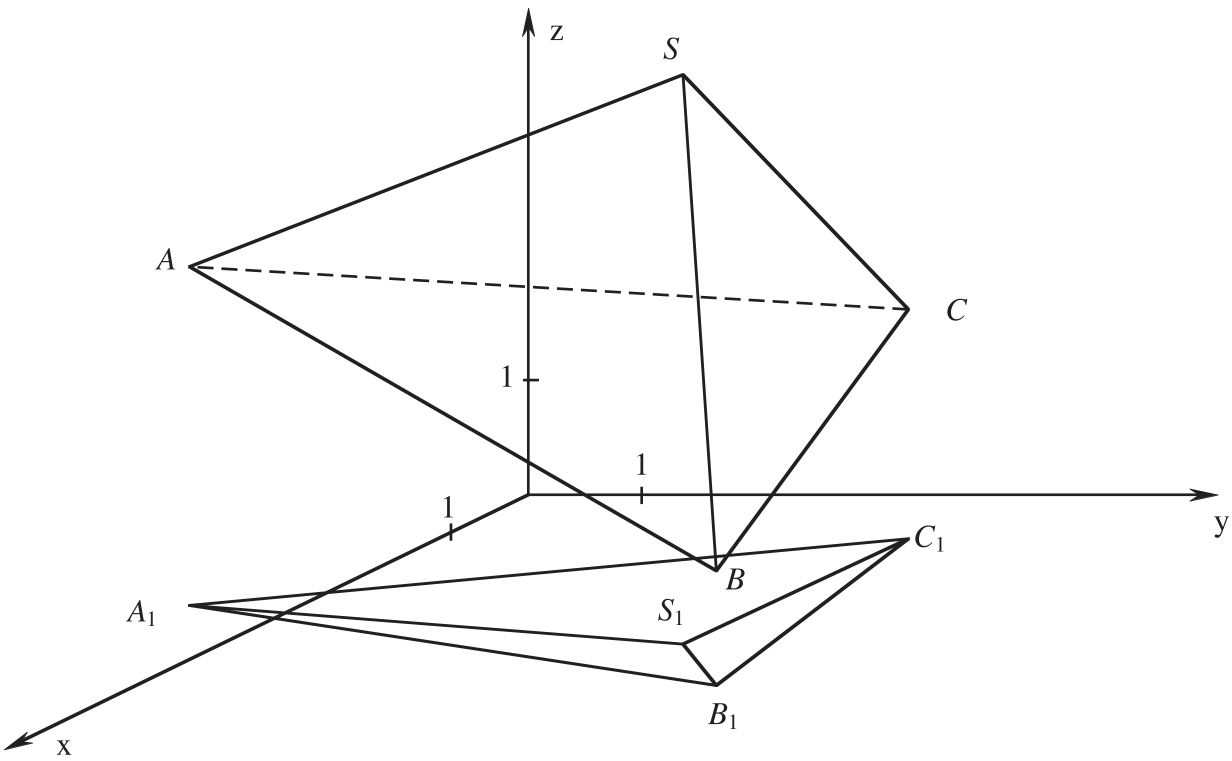
<u>Axonométrie</u>



noyau n = [ ]

Exercice 3.2:

a) Déterminer, en les mesurant sur le dessin, les coordonnées des sommets de la pyramide *SABC*
b) Déterminer le noyau de cette axonométrie



Exercice 3.3:

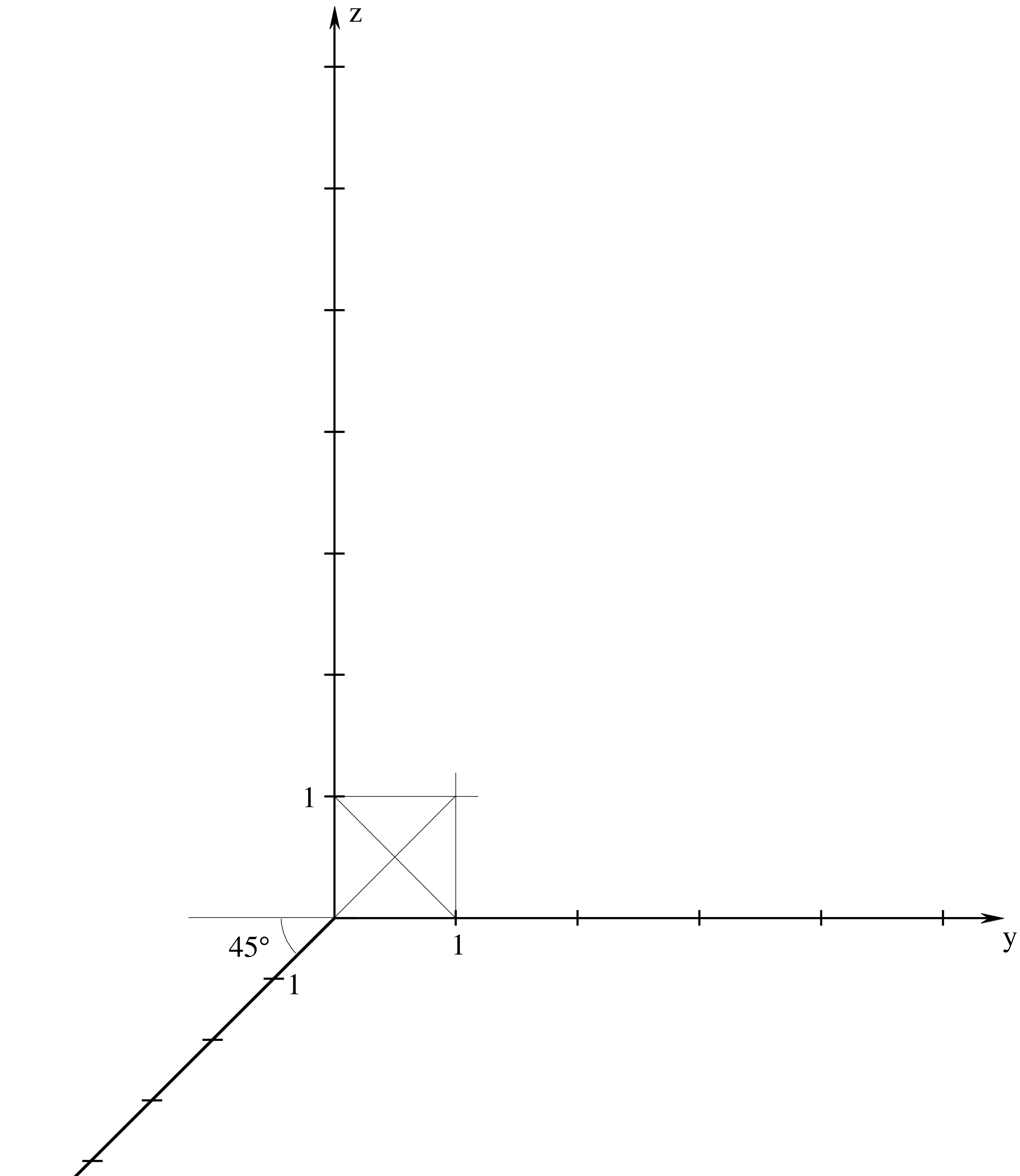
On donne l'axonométrie ci-dessous.

- Justifier que son noyau est bien [2 ; 1 ; 1]
- Représenter le polyèdre *ABCDEFGH* suivant:

  A(0 ; 0 ; 0) , *B*(2 ; -1 ; 2) , *C*(2 ; 1 ; 3) , *D*(0 ; 2 ; 1) , *E*(0 ; 0,5 ; 3) , *F*(2 ; -0,5 ; 5)

  G(2 ; 1,5 ; 6) , *H*(0 ; 2,5 ; 4)

  S'agit-il d'un cube ? Justifier toute réponse. Indiquer la visibilité du polyèdre.

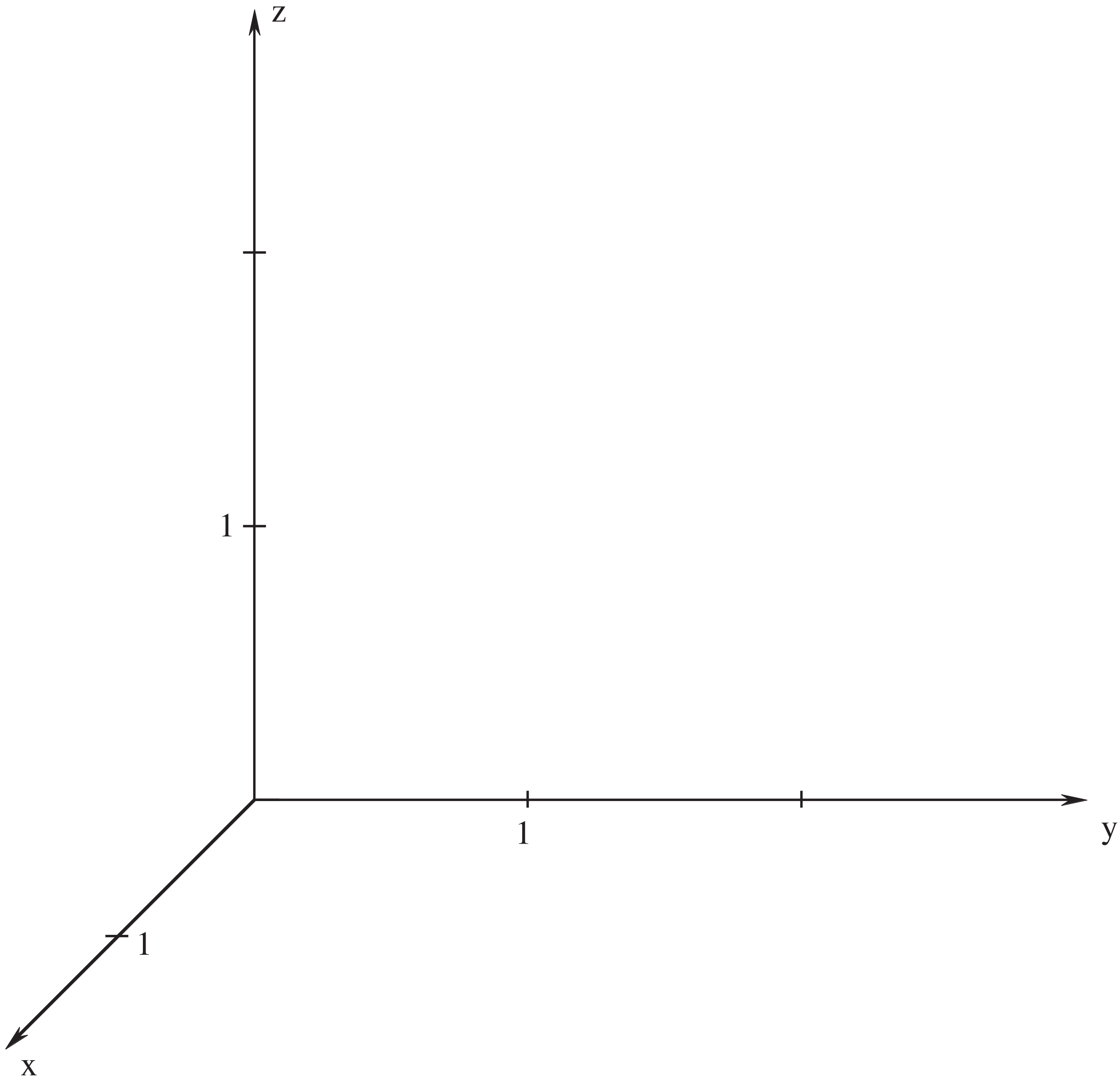


Exercice 3.4:

On donne l'axonométrie ci-dessous.

- Déterminer son noyau
- Représenter le polyèdre *ABCDEFGH* suivant:

  $A(1 ; 1 ; 1)$, $B(1 ; 2 ; 1)$, $C(0 ; 2 ; 1)$, $D(0 ; 1 ; 1)$, $E(1 ; 1 ; 2)$, $F(1 ; 2 ; 2)$,
  $G(0 ; 2 ; 2)$, $H(0 ; 1 ; 2)$
- Construire ensuite l'image de ce solide par la projection parallèle de l'espace sur le sol qui envoie le point *A* sur le point $A'(2 ; 2 ; 0)$



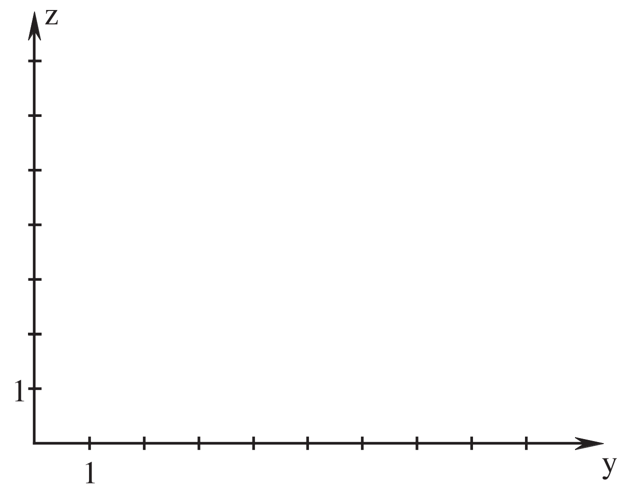
Exercice 3.5:

Représenter le polyèdre *ABCDEFGH*

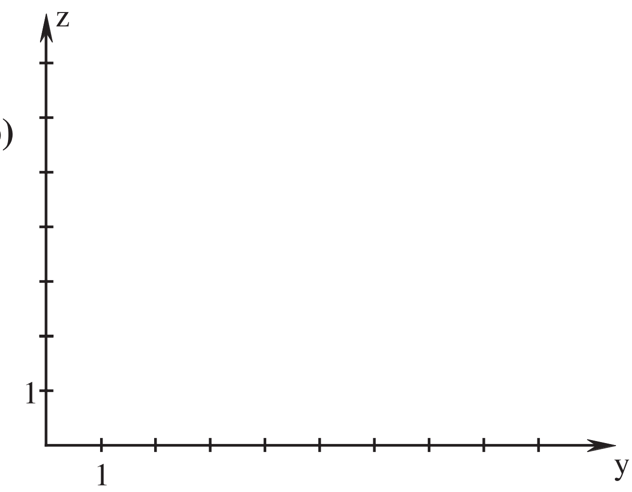
A(0 ; 0 ; 0) , *B*(4 ; 3 ; 0) , *C*(1 ; 7 ; 0) , *D*(-3 ; 4 ; 0) , *E*(0 ; 0 ; 5) , *F*(4 ; 3 ; 5) , *G*(1 ; 7 ; 5) , *H*(-3 ; 4 ; 5)

dans les axonométries de noyaux suivants : a) [4 ; 1 ; 1] b) [6 ; -1 ; 2] c) [2 ; 1 ; 1]

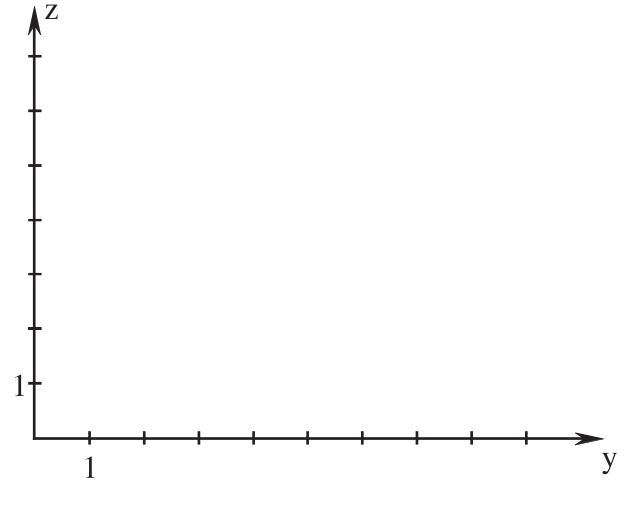
a)



b)



c)



ABCDEFGH est-il un cube ?

Exercice 3.6:

Dans l'axonométrie donnée de noyau [4 ; 4 ; 3], représenter:

a) L'axe Ox avec sa graduation.

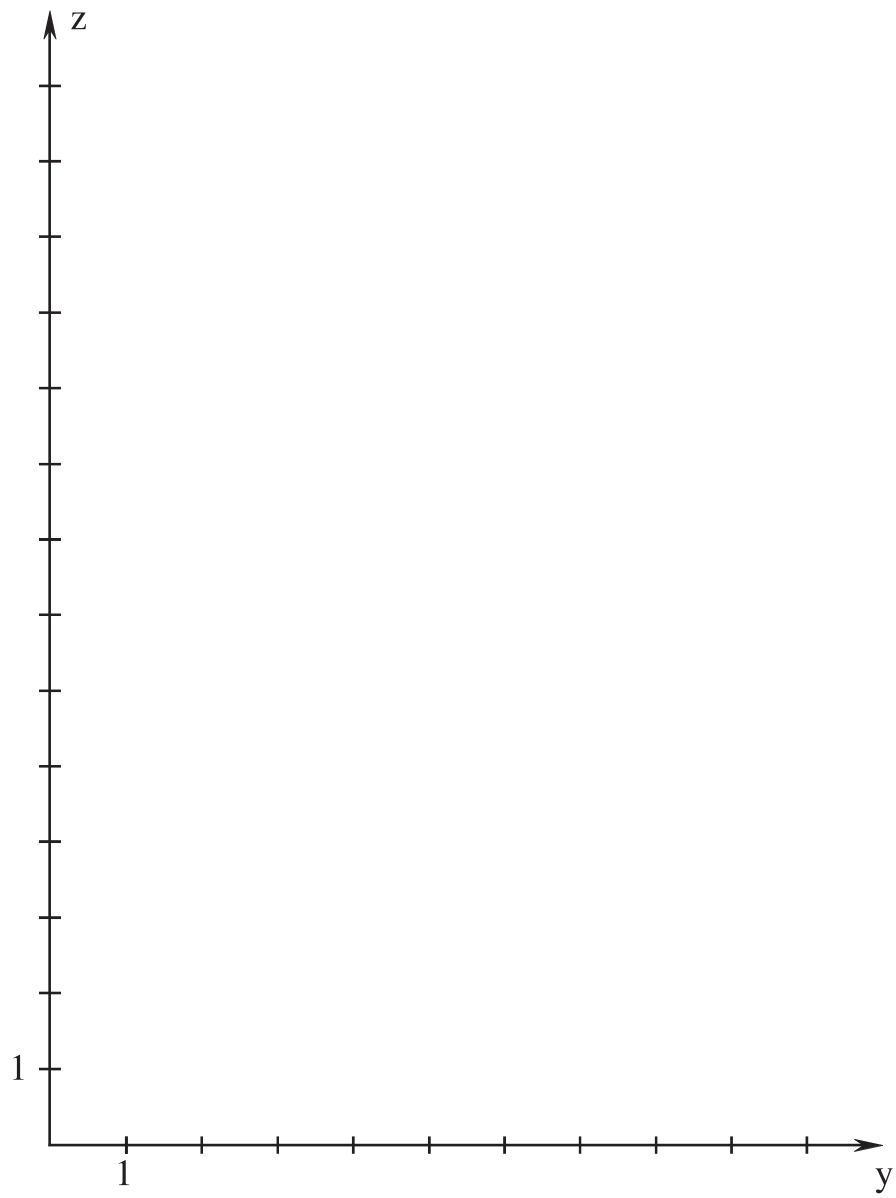
b) Les points $A(1 ; -3 ; 6)$ et $B(3 ; 7 ; -3)$.

c) Les points M et N d'intersection de la droite AB avec le sol Oxy et le mur Oxz.

Ecrire les coordonnées:

d) de cinq points ayant même image axonométrique que l'origine O.

e) de cinq points ayant même image que $P(0 ; 4 ; 3)$.



Exercice 3.7:

Dans l'axonométrie donnée de noyau [3 ; 4 ; 3], représenter:

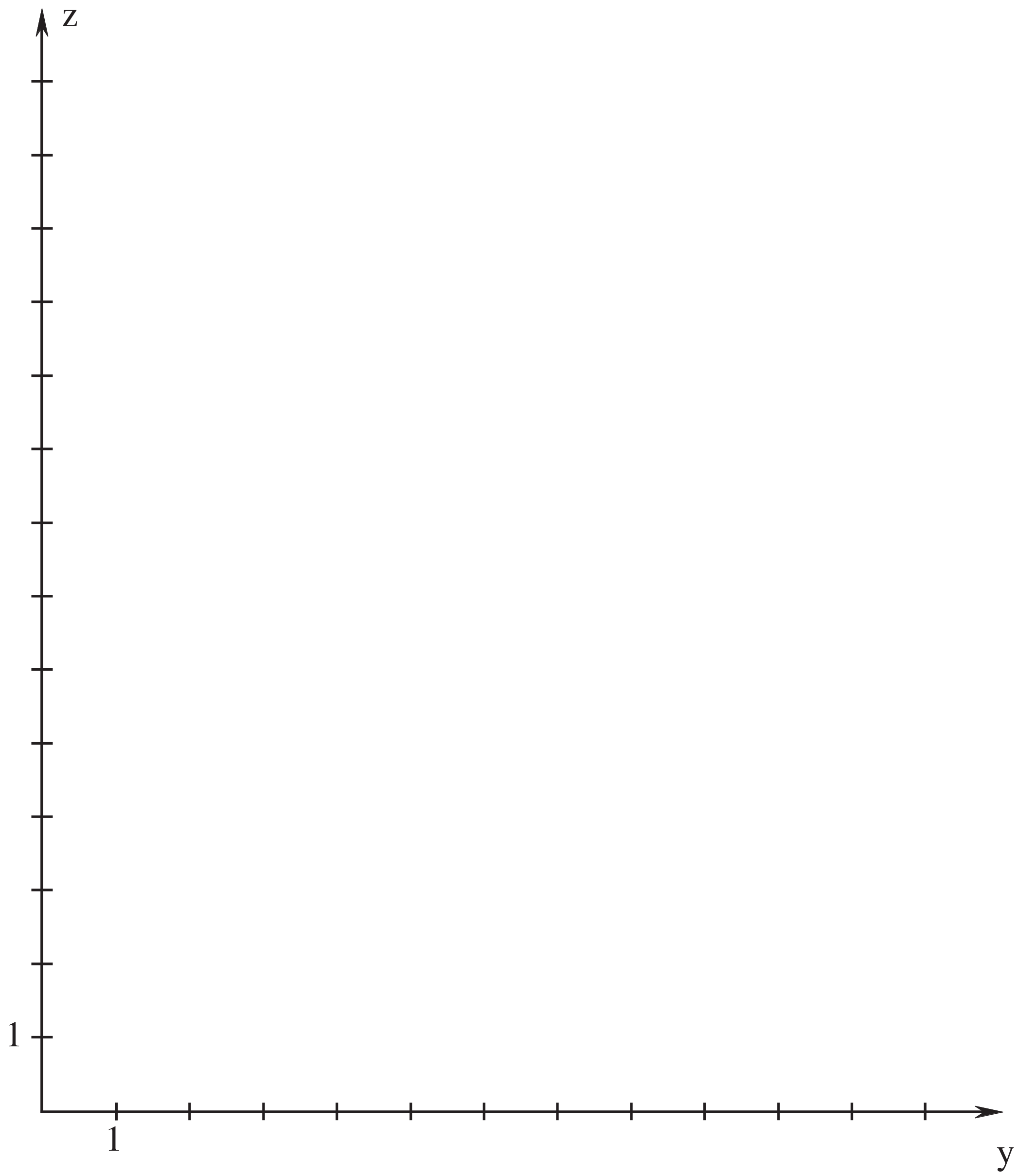
a) une droite m parallèle au plan Oyz et passant par les points $C(3 ; 10 ; 6)$ et $D(? ; 5 ; 10{,}5)$.

b) une droite u horizontale passant par les points $A(-6 ; 5 ; 5)$ et $B(6 ; 5 ; ?)$.

c) Les points P , M et N définis par:

$P = u \cap$ plan Oyz , $M = m \cap$ plan Oxy , $N = m \cap$ plan Oxz.

d) la droite k, intersection des plans projetants verticaux de u et m.

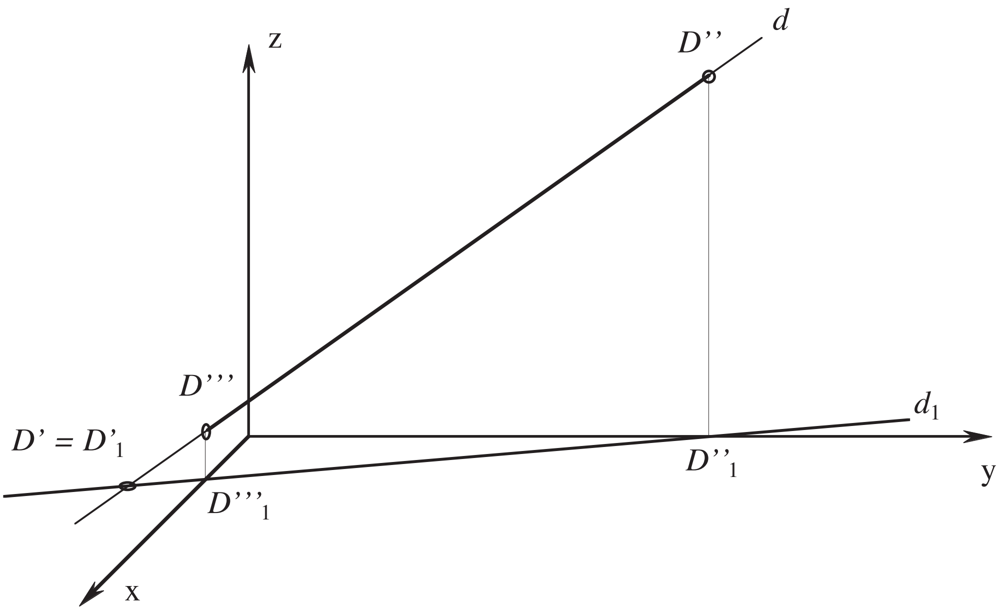


Exercice 3.8:

Dans l'axonométrie de noyau n = [3 ; 2 ; 2], on donne les points $D(2 ; 4 ; 3)$, $E(5 ; 6 ; 5)$ et $F(-1 ; 2 ; 1)$
Vérifier par le calcul que pour l'observateur "*E* cache *D* et *D* cache *F*".

Même question pour n = [4 ; 2 ; -3] si $D(-5 ; -1 ; 13/2)$, $E(-1 ; 1 ; 7/2)$ et $F(1 ; 2 ; 2)$.

§2. Représentation d'une droite en axonométrie



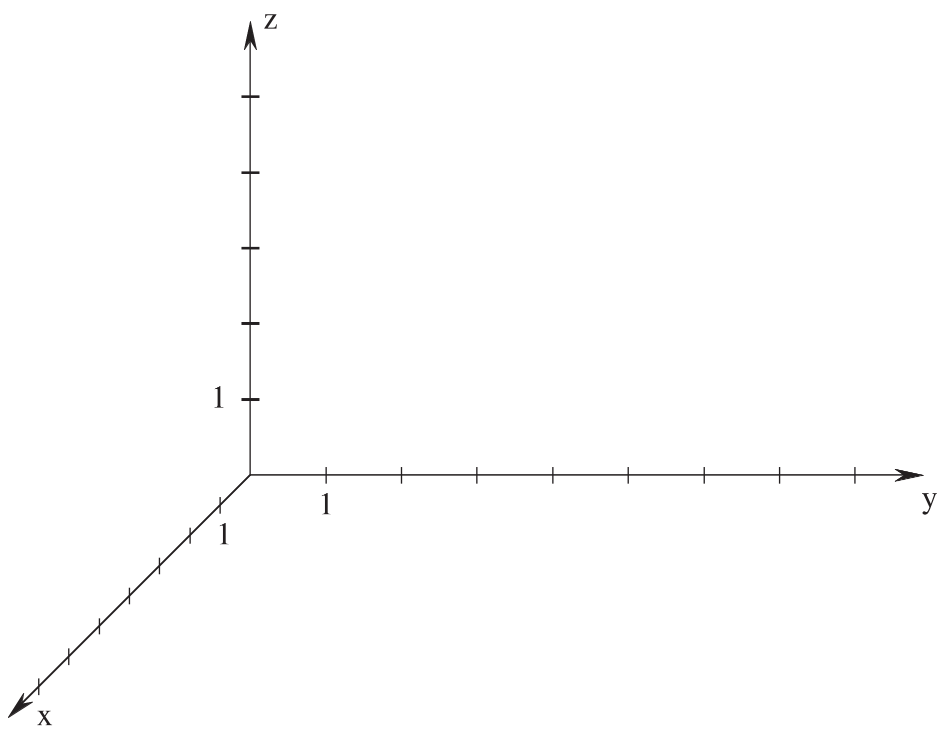
On appelle **traces** *D'*, *D''*, *D'''* d'une droite *d* ses points d'intersection avec respectivement les plans Oxy, Oyz, Oxz.

Une droite peut être définie par deux de ses points. Le plus souvent, elle sera déterminée par son image *d* et par l'image d_1 de sa projection orthogonale sur Oxy.

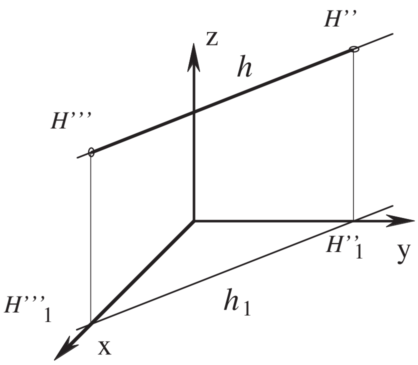
Exercice 3.9:

Soit $A(4 ; 0 ; 7)$ et $B(1 ; 2 ; 4)$

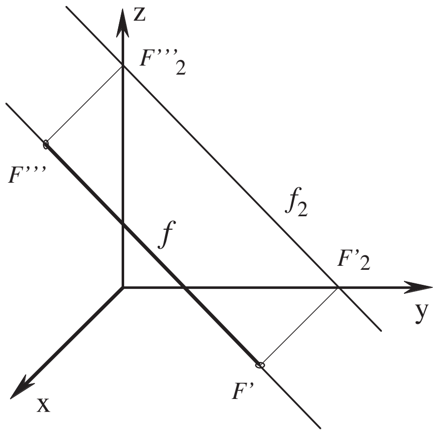
Représenter la droite $h = AB$, sa projection sur Oxy, ses traces ainsi que les projection de ses traces sur Oxy (en nommant ces points en respectant le codage).



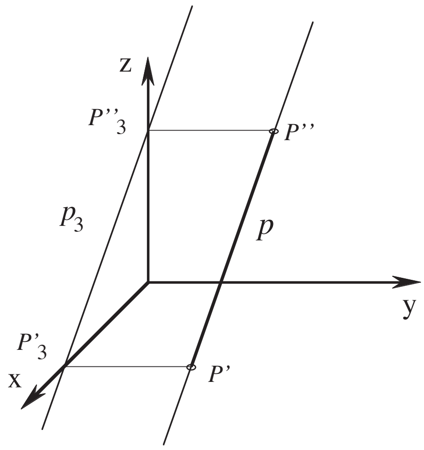
Définition:
Les droites principales: Une droite est dite principale si elle est parallèle à l'un des trois plans de projection:
π_1 = plan Oxy ; π_2 = plan Oyz ; π_3 = plan Oxz



Droite **horizontale**
(parallèle à π_1)



Droite **frontale**
(parallèle à π_2)



Droite **de profil**
(parallèle à π_3)

Exercice 3.10: cocher la case correspondante:
Dans les cas suivants, la droite AB est:

	horizontale	frontale	de profil	quelconque
$A(2 ; 1 ; 4)$ et $B(6 ; -4 ; 7)$	❒	❒	❒	❒
$A(2 ; 1 ; 4)$ et $B(2 ; -4 ; 7)$	❒	❒	❒	❒
$A(2 ; 1 ; 4)$ et $B(6 ; 1 ; 7)$	❒	❒	❒	❒
$A(2 ; 1 ; 4)$ et $B(4 ; 4 ; 4)$	❒	❒	❒	❒
$A(2 ; 1 ; 4)$ et $B(2 ; 1 ; 7)$	❒	❒	❒	❒

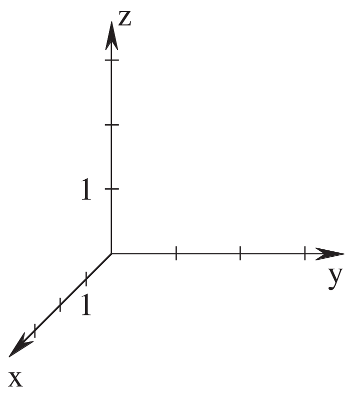
Exercice 3.11:

- Sachant que la droite $h = AB$ est horizontale, compléter les coordonnées manquantes
  $A(2 ; 3 ; 5)$ $B(4 ; -2 ; \ldots)$ $H''(\ldots ; \ldots ; \ldots)$ $H'''_1(\ldots ; \ldots ; \ldots)$ $H'''(\ldots ; \ldots ; \ldots)$
- Sachant que la droite $f = AB$ est frontale, compléter les coordonnées manquantes
  $A(2 ; 3 ; 5)$ $B(\ldots ; -2 ; 3)$ $F'''(\ldots ; \ldots ; \ldots)$ $F'''_2(\ldots ; \ldots ; \ldots)$ $F'(\ldots ; \ldots ; \ldots)$
- Sachant que la droite $p = AB$ est de profil, compléter les coordonnées manquantes
  $A(2 ; 3 ; 5)$ $B(4 ; \ldots ; -3)$ $P''(\ldots ; \ldots ; \ldots)$ $P''_3(\ldots ; \ldots ; \ldots)$ $P'(\ldots ; \ldots ; \ldots)$

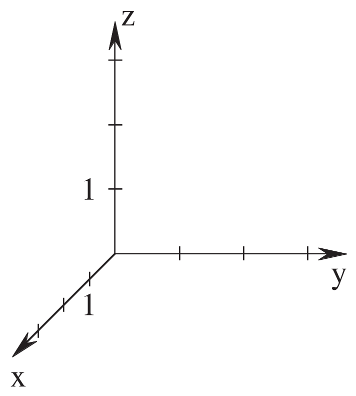
Exercice 3.12:

Dans les 3 cas suivants, représenter la droite *d* = *AB*, sa projection sur Oxy, ses traces ainsi que les projection de ses traces sur Oxy (en nommant ces points en respectant le codage).

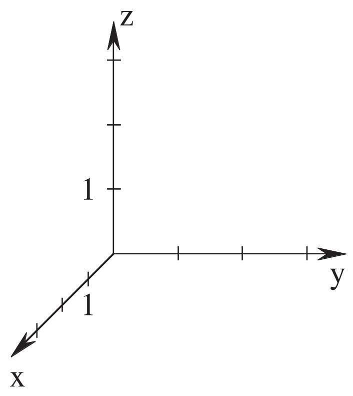
A(2 ; 1 ; 3) , *B*(2 ; 1 ; 2)



A(1 ; 3 ; 2) , *B*(2 ; 3 ; 2)



A(2 ; 3 ; 2) , *B*(2 ; 1 ; 2)



<u>**Définition:**</u>
Une droite est dite **verticale** si elle est perpendiculaire au plan Oxy.
Elle est dite **de bout** si elle est perpendiculaire au plan Oyz.
Dans le 3ème cas ci-dessus, elle est simplement dite **perpendiculaire au plan Oxz**.

Exercice 3.13:

- Sachant que la droite *d* = *AB* est verticale, compléter les coordonnées manquantes
  A(2 ; 3 ; 5)   *B*(… ; 3 ; 7) D'(… ; … ; …) D'_1(… ; … ; …) D''(… ; … ; …)

- Sachant que la droite *d* = *AB* est de bout, compléter les coordonnées manquantes
  A(2 ; 3 ; 5)   *B*(-3 ;… ; …) D'(… ; … ; …) D''_1(… ; … ; …) D''(… ; … ; …)

- Sachant que la droite *d* = *AB* est ⊥ à Oxz, compléter les coordonnées manquantes
  A(2 ; 3 ; 5)   *B*(… ; 5 ; …) D'''_1(… ; … ; …) D''_1(… ; … ; …) D'''(… ; … ; …)

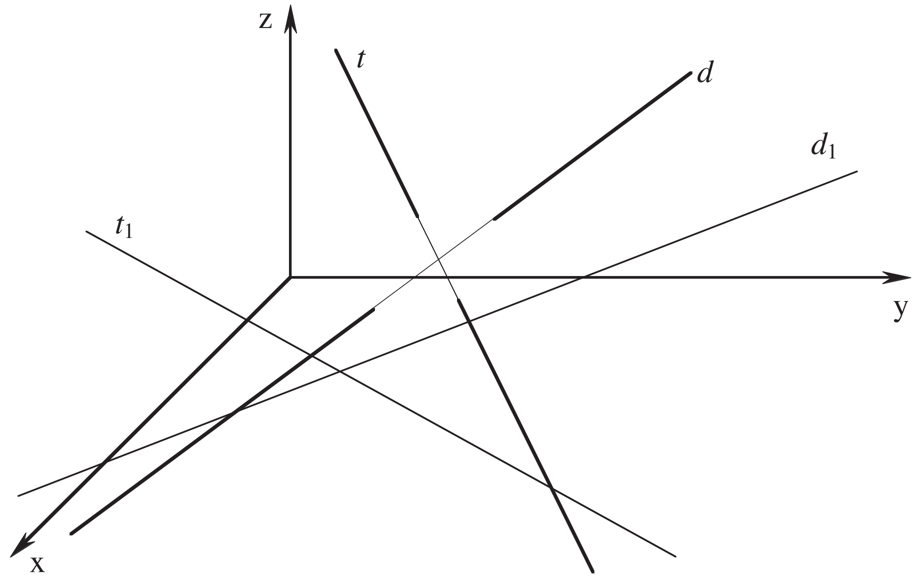
Exercice 3.14: cocher la case correspondante:

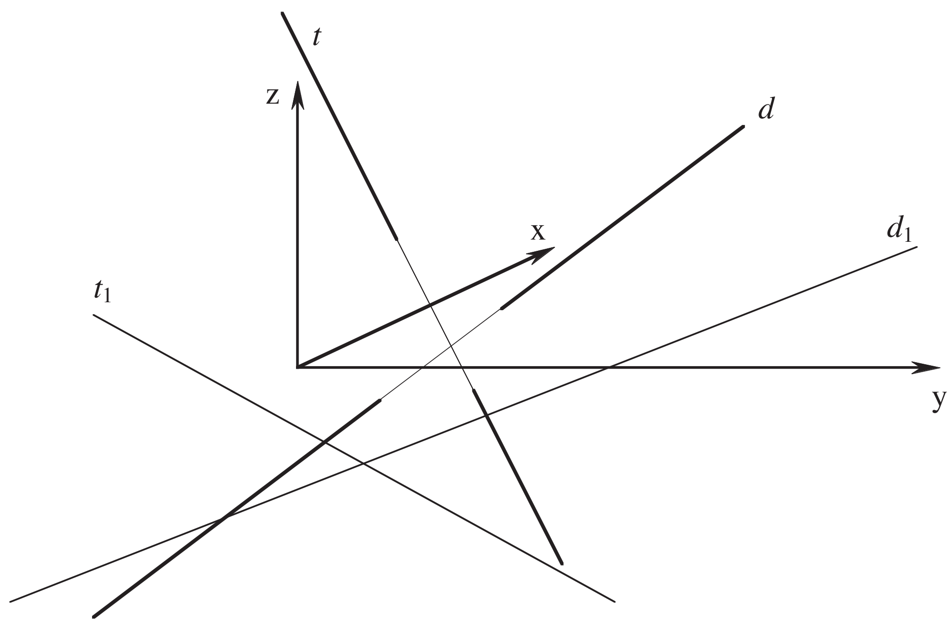
Dans les cas suivants, la droite *AB* est:

	verticale	de bout	⊥ Oxz	quelconque
A(2 ; 1 ; 4) et *B*(6 ; -4 ; 7)	❐	❐	❐	❐
A(2 ; 1 ; 4) et *B*(2 ; -4 ; 4)	❐	❐	❐	❐
A(2 ; 1 ; 4) et *B*(2 ; 1 ; -7)	❐	❐	❐	❐
A(2 ; 1 ; 4) et *B*(7 ; 1 ; 4)	❐	❐	❐	❐

Exercice 3.15:

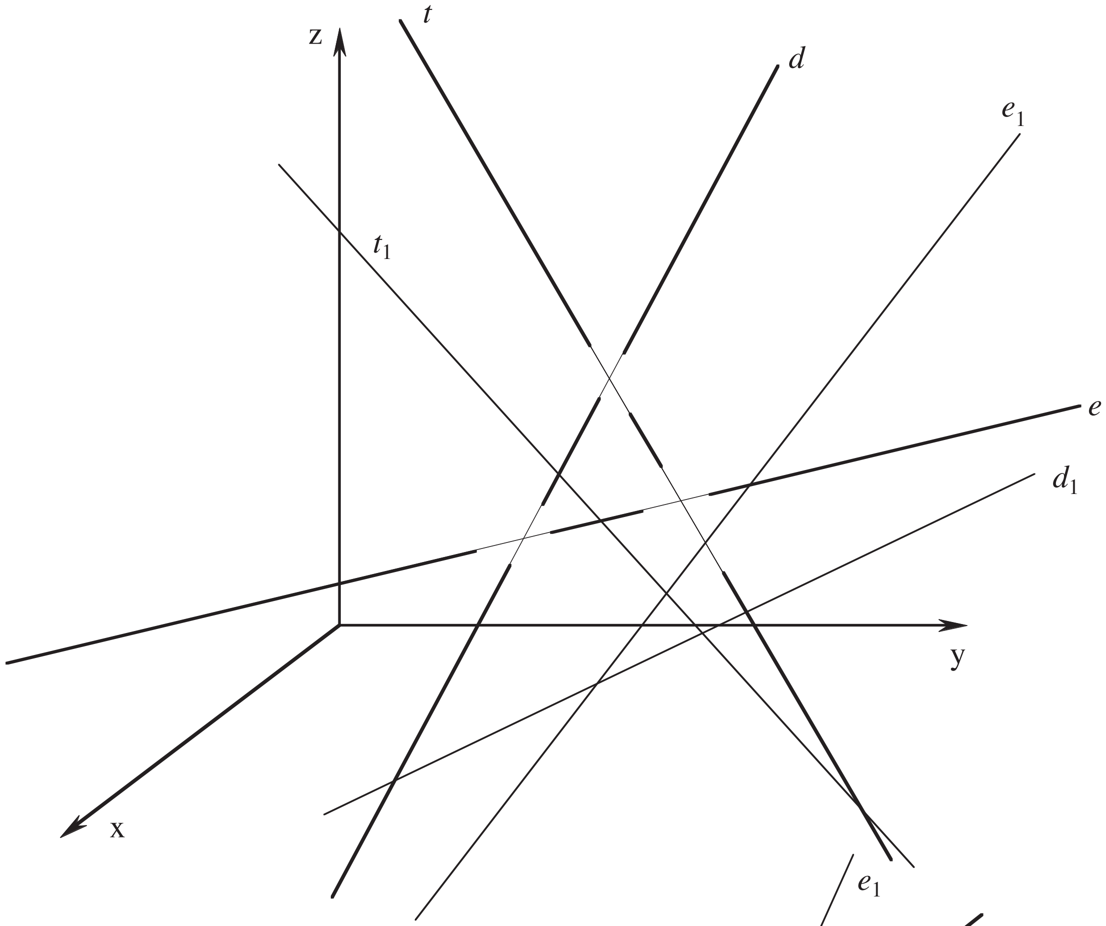
Compléter les figures suivantes en donnant la visibilité de d par rapport t (d_1 et t_1 étant les projections verticales de d et t sur le sol)

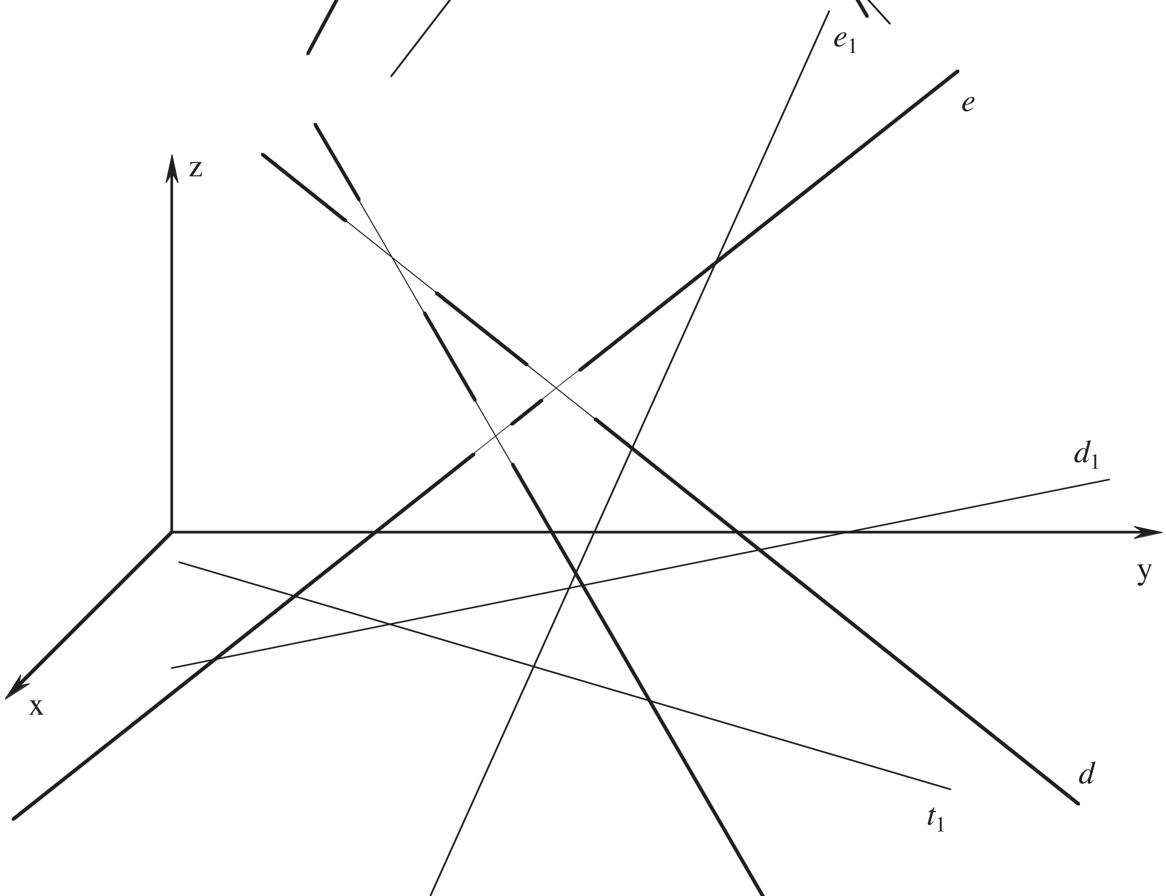




Exercice 3.16:

Compléter les figures suivantes en donnant la visibilité entre les 3 droites d, t et e



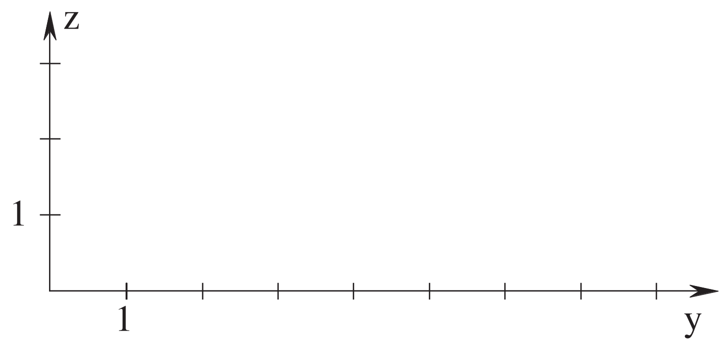


Indication: Montrer ici que d et t sont concourantes.

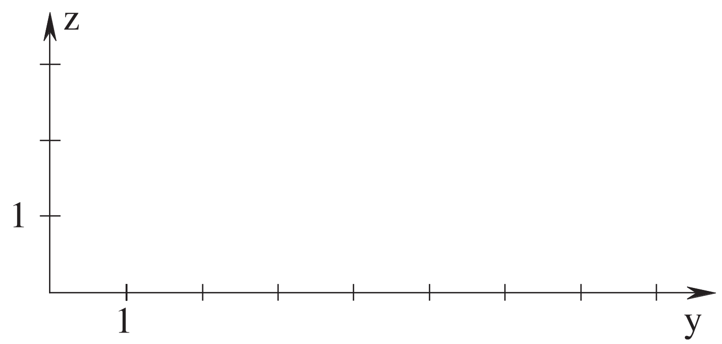
Exercice 3.17:

Dans l'axonométrie de noyau n = [3 ; 2 ; 1], on donne la droite *d* par deux points *A* et *B*. Construire *D'*, *D''* et *D'''* de *d* dans les cas suivants

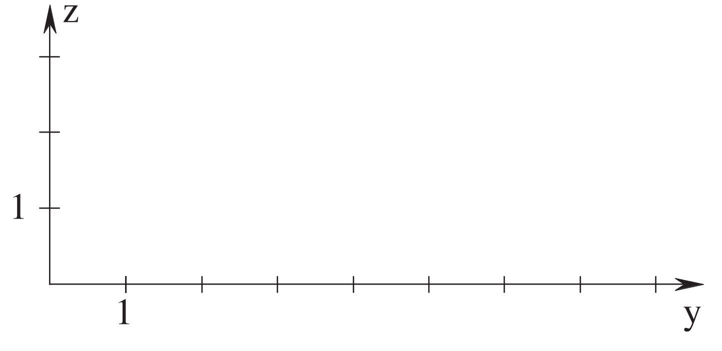
a) *A*(3 ; -1 ; 2) , *B*(-1 ; 6 ; -3)



b) *A*(2 ; -1 ; -1) , *B*(-1 ; 3 ; 2)

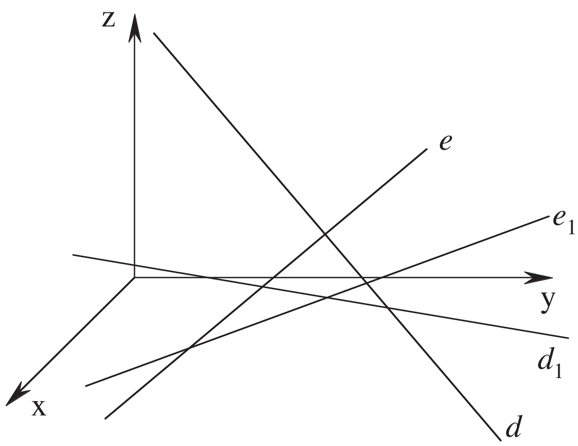


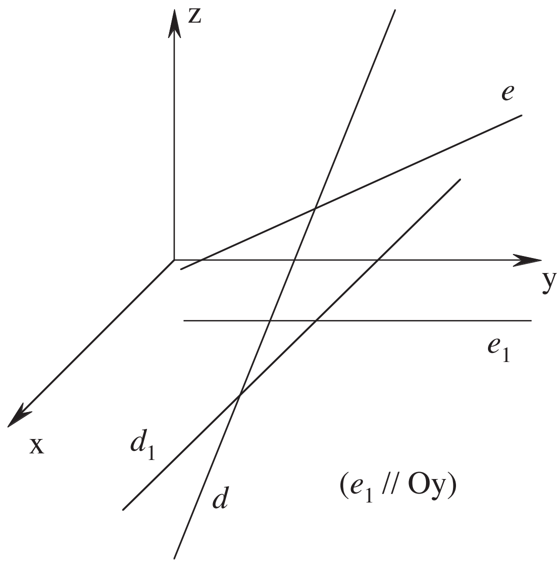
c) *A*(1 ; 3 ; 2) , *B*(4 ; 8 ; 1)



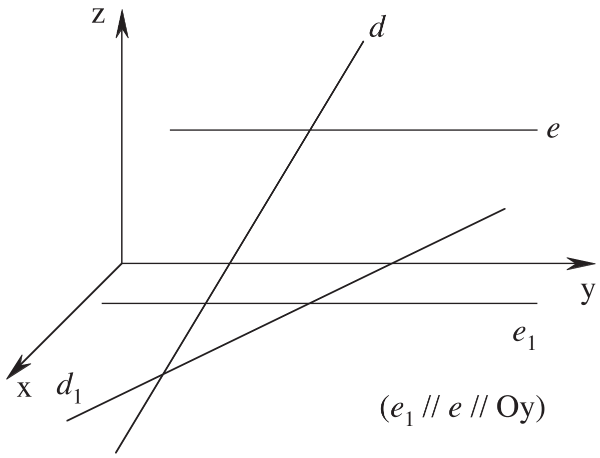
Exercice 3.18:

- Déterminer les traces des droites *d* et *e* sur les plans Oxy, Oxz et Oyz
- En déduire, si elles existent, les traces du plan formé par ces droites sur les 3 plans de bases.

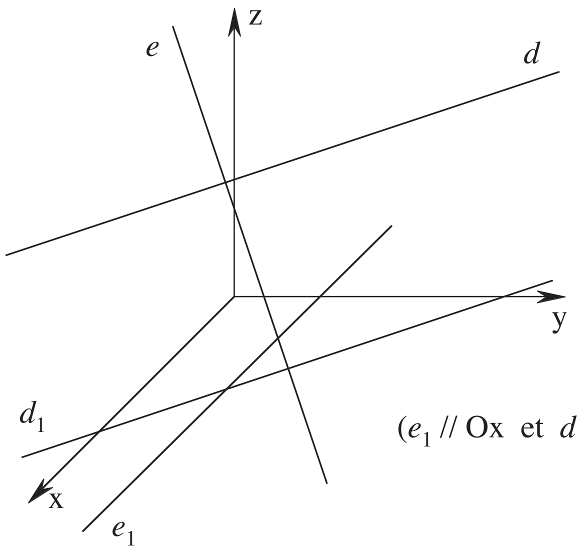




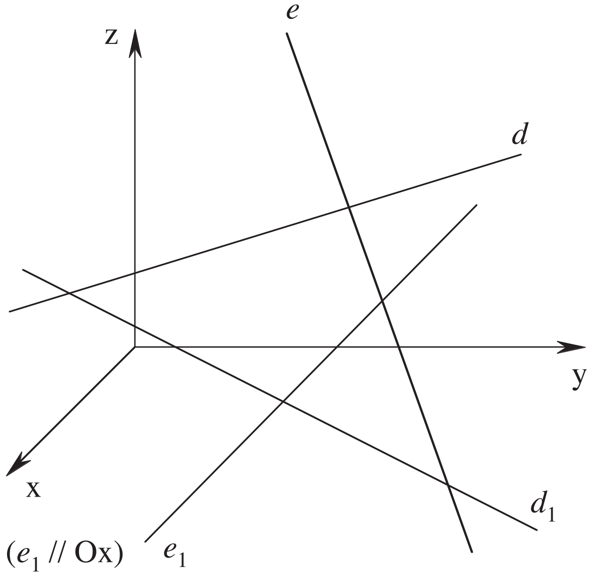
(e_1 // Oy)



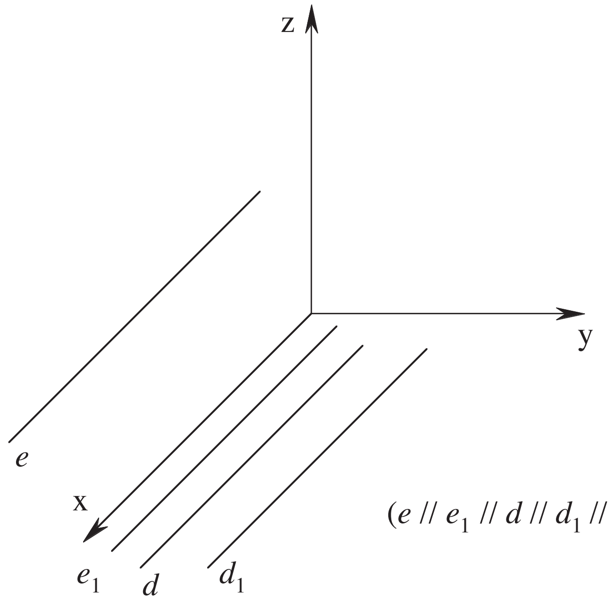
(e_1 // e // Oy)



(e_1 // Ox et d // d_1)



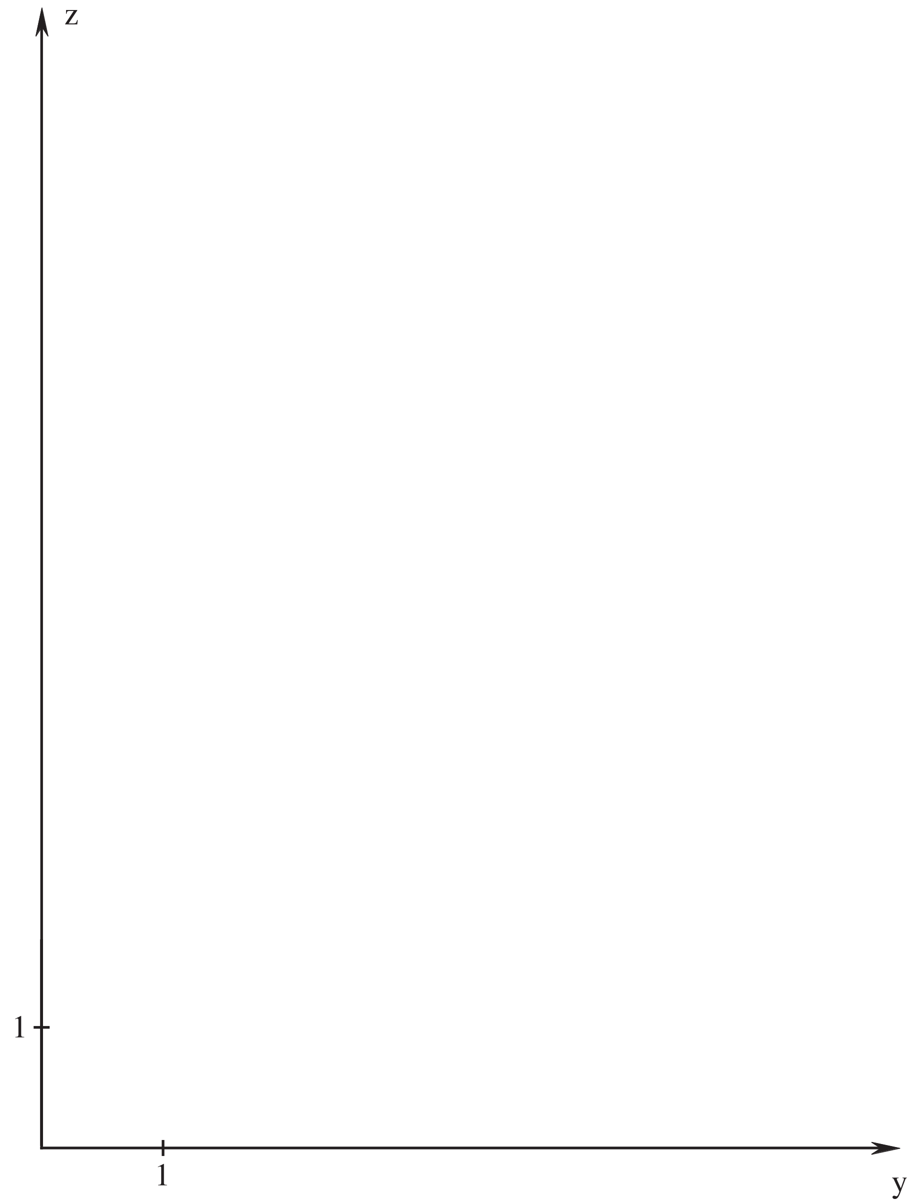
(e_1 // Ox)



(e // e_1 // d // d_1 // Ox)

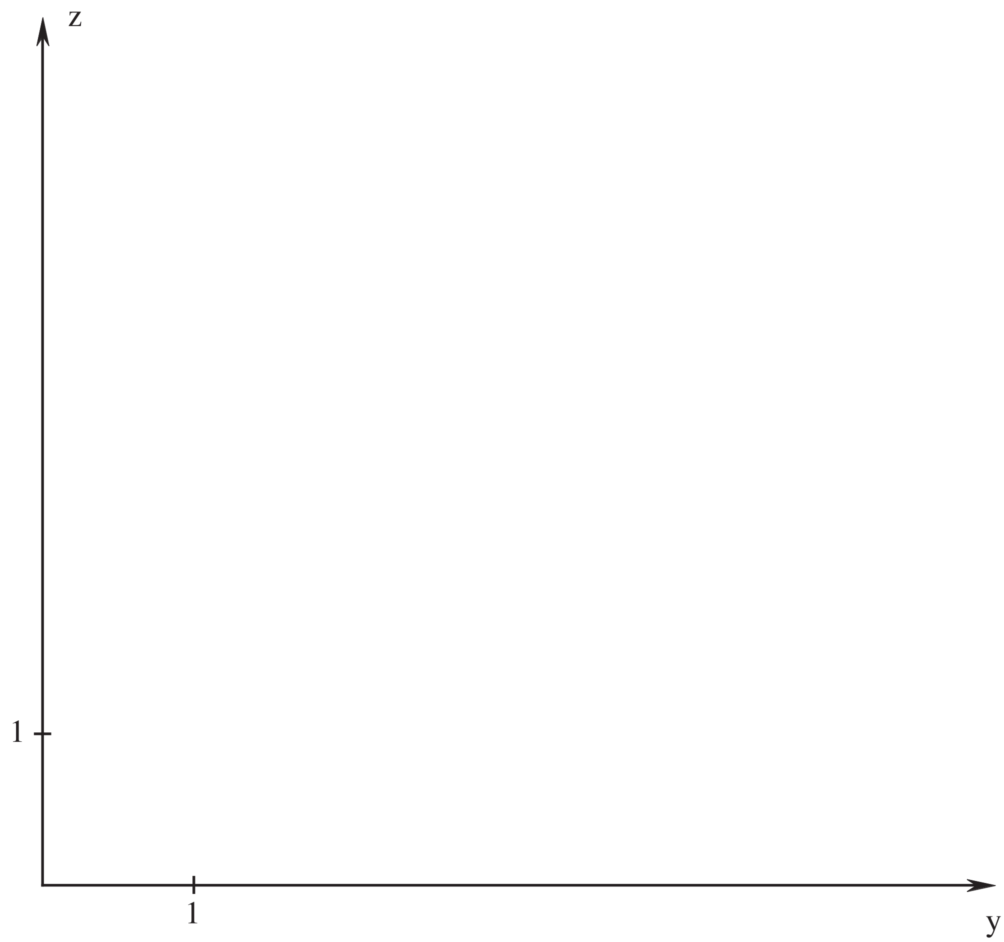
Exercice 3.19:

Chercher les traces du plan *ABC* avec les 3 plans de base dans une axonométrie de noyau n = [2 ; 1 ; 1]:
A(2 ; 3 ; 4) *B*(3 ; 7 ; 1) et *C*(3 ; 1 ; 1)



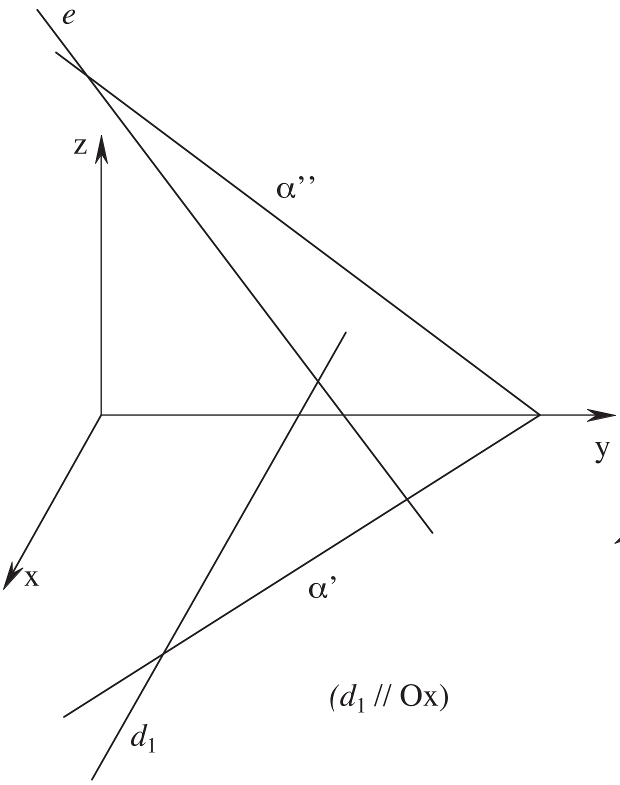
Exercice 3.20:

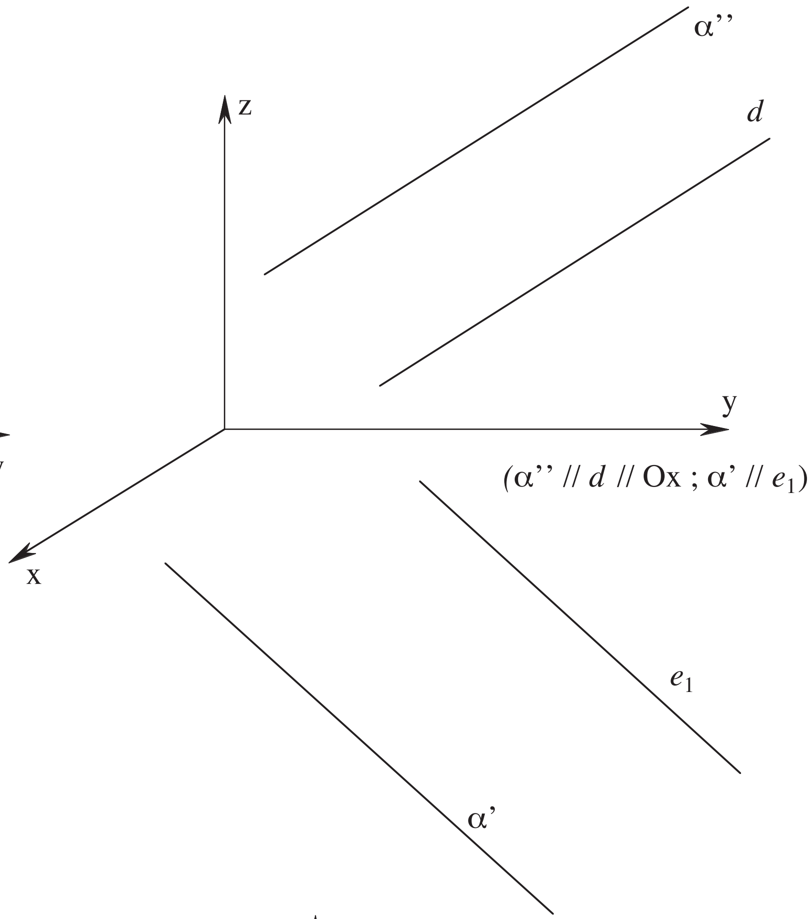
Chercher les traces du plan *ABC* avec les 3 plans de base dans une axonométrie de noyau n = [2 ; 1 ; 1]:
A(2 ; 3 ; 4)   *B*(3 ; 7 ; 1)   et   *C*(3 ; 1 ; 8)

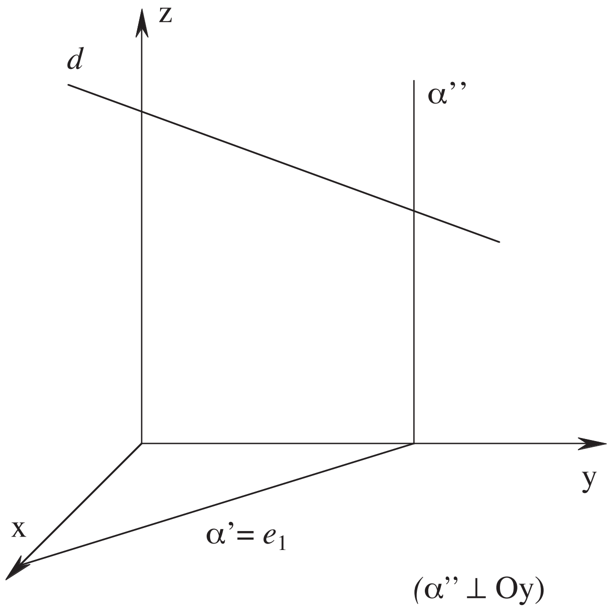


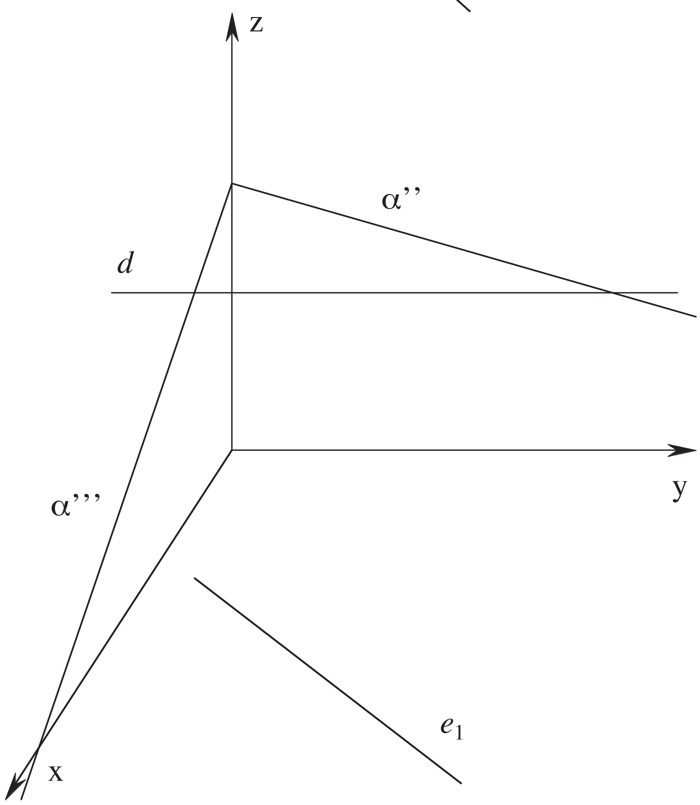
Exercice 3.21:

Trouver l'image axonométrique ou la première projection d'une droite d'un plan α donné par ses traces, connaissant la première projection ou l'image axonométrique de cette droite





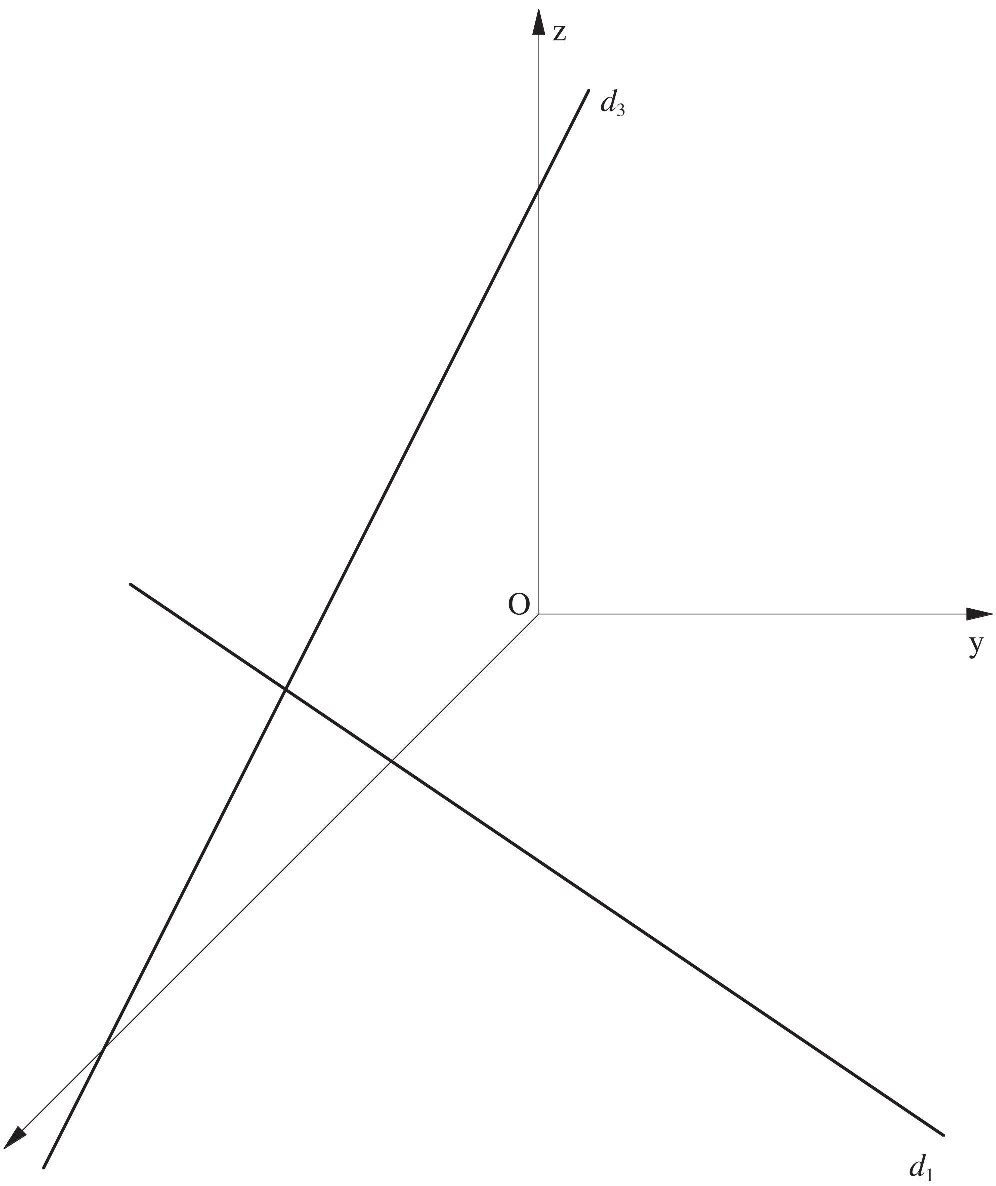




Exercice 3.22:

Dans une axonométrie cavalière, on donne les 2 projections d_1 et d_3 d'une droite d.

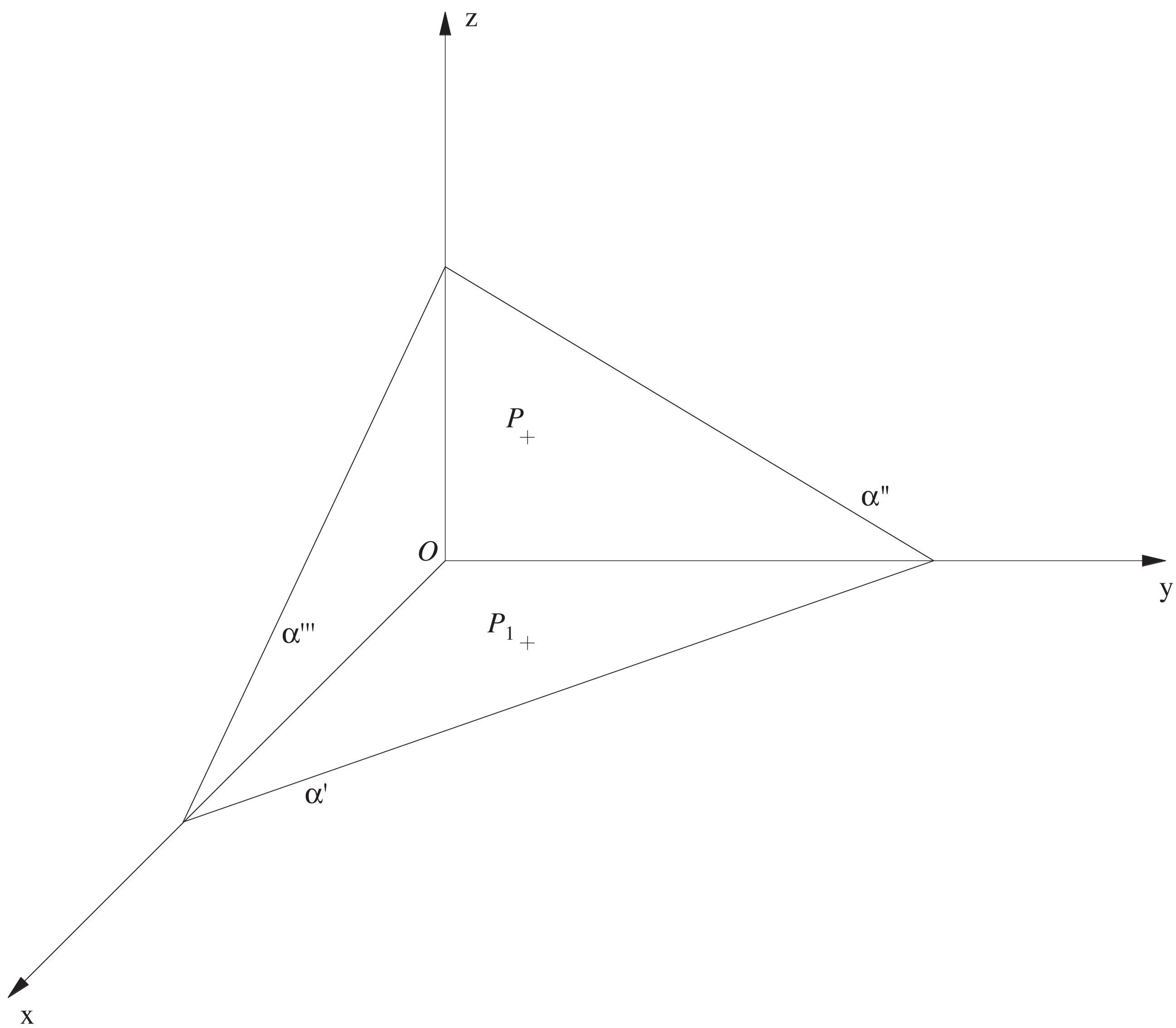
Construire la droite d ainsi que ses traces D', D'' et D'''.



Exercice 3.23:

Construire dans l'axonométrie cavalière donnée, les trois traces du plan β parallèle au plan α et passant par le point P.

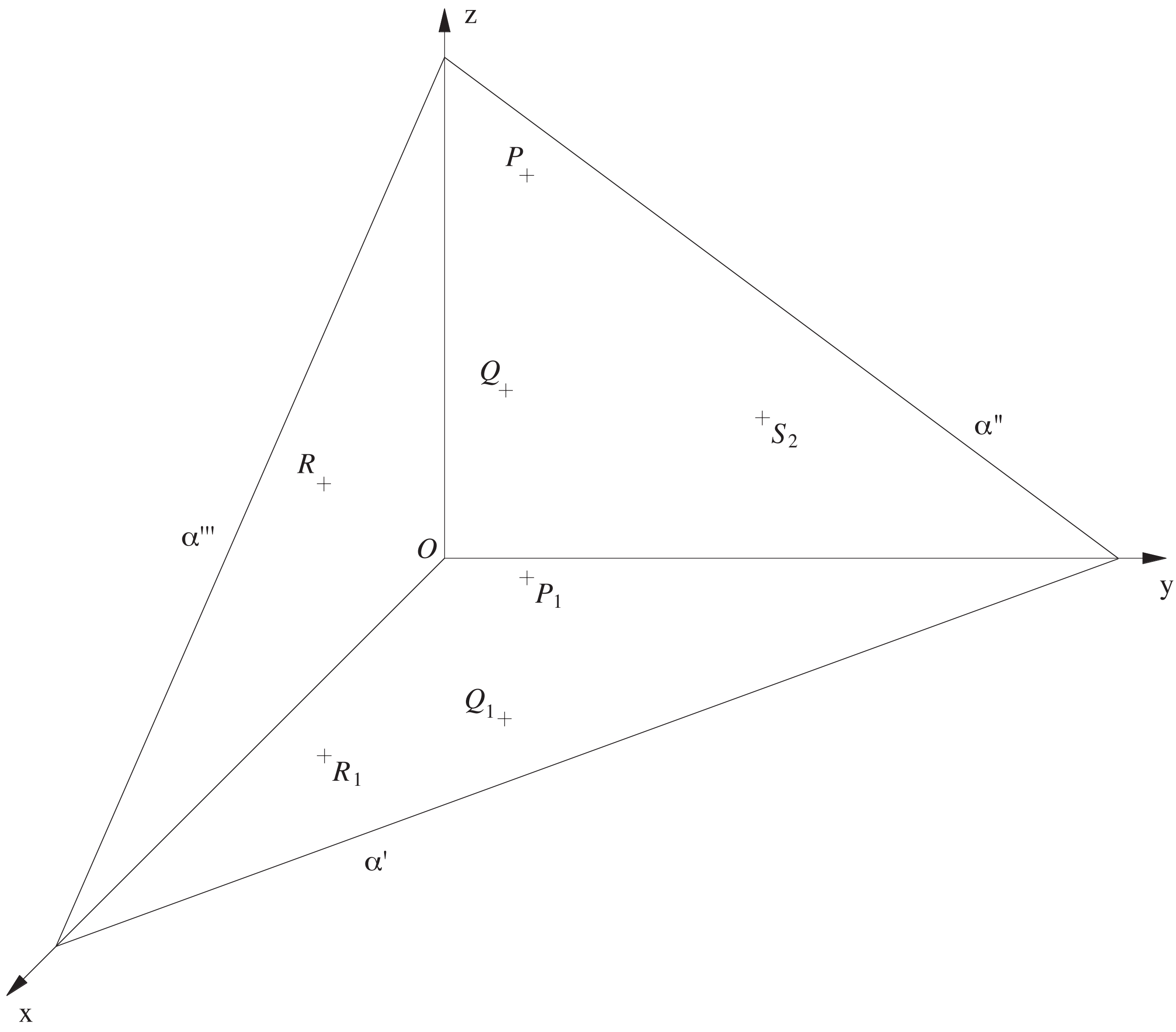
<u>Indication:</u> *Introduire le plan vertical contenant les points O et P*



Exercice 3.24:

Un plan α est donné par ses 3 traces.

- Montrer par une construction annexe que le point P appartient au plan α
- Justifier si les points Q et R se trouvent au dessus ou au dessous du plan α
- Construire l'image axonométrique de S contenu dans α connaissant sa projection S_2 dans le plan Oyz

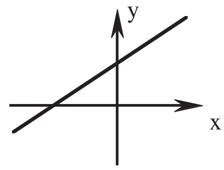


§3. Un lien entre l'axonométrie et l'algèbre.

On rappelle que l'équation d'<u>une droite</u> dans le plan

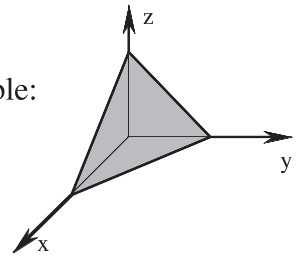
Oxy est de la forme:

$\boldsymbol{a}\mathbf{x} + \boldsymbol{b}\mathbf{y} + \boldsymbol{c} = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{y} =$



L'équation d'<u>un plan</u> dans l'espace est d'une forme comparable:

$\boldsymbol{a}\mathbf{x} + \boldsymbol{b}\mathbf{y} + \boldsymbol{c}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{d} = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{z} =$



Exercice 3.25:

a) Déterminer algébriquement l'équation du plan α contenant les points
$A(1\ ;\ 2\ ;\ 6)$; $B(2\ ;\ 1\ ;\ 3)$; $C(4\ ;\ 3\ ;\ 5)$

b) Déterminer les équations des 3 traces sur les plans de base

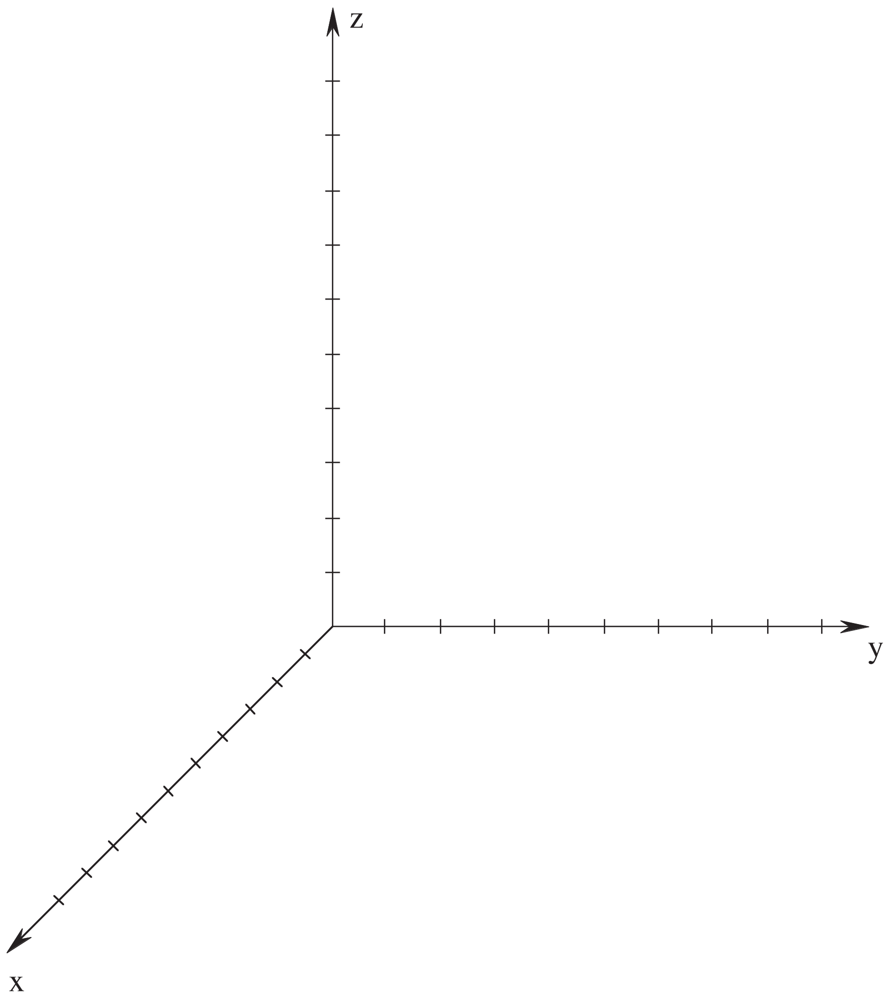
Exercice 3.26:

a) Déterminer algébriquement l'équation du plan α contenant les points
$A(2 ; -1 ; -1)$; $B(-1 ; 2 ; 2)$; $C(0 ; 0 ; 3)$

b) Déterminer les équations des 3 traces sur les plans de base

Exercice 3.27:

Déterminer l'image axonométrique du plan d'équation $z = -2x - 4y + 8$
Le point $A(1 ; 3 ; -5)$ se situe-t-il au dessus, en dessous ou dans le plan ?
Même question avec le point $B(-2 ; -1 ; 0)$



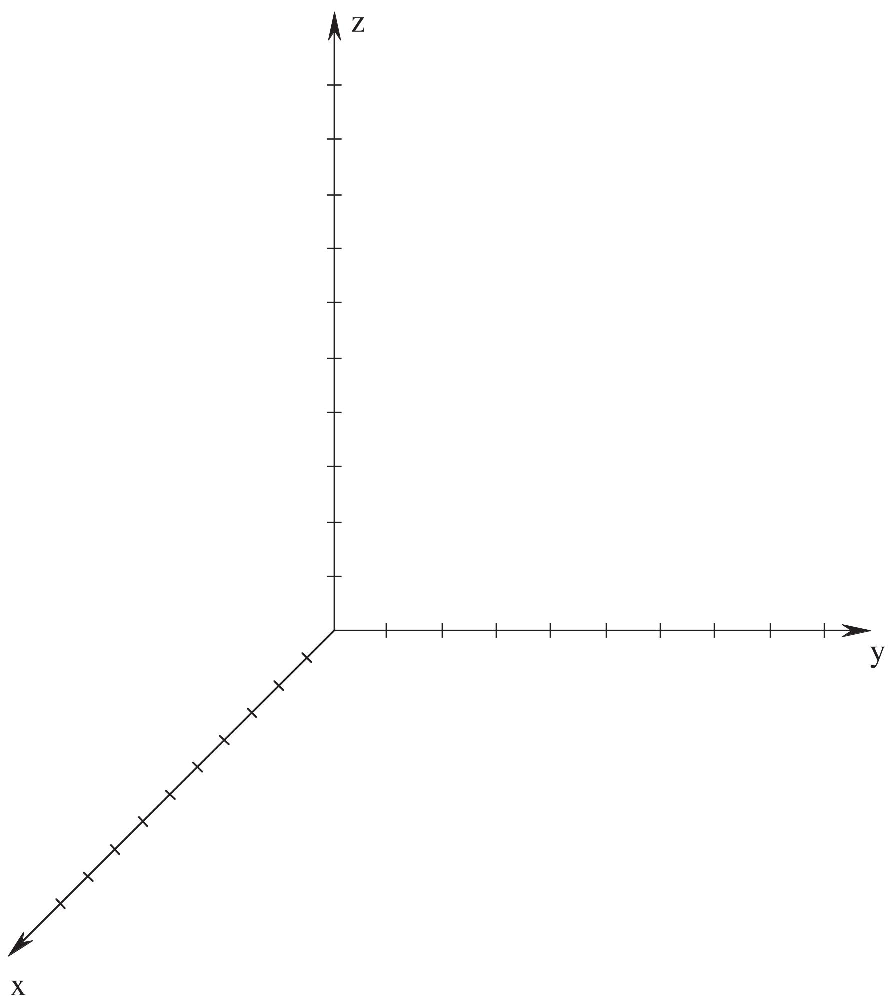
Exercice 3.28:

Soit les points $A(2 ; 2 ; 5)$; $B(4 ; 4 ; 0)$; $C(1 ; -1 ; 10)$

a) Déterminer algébriquement l'équation du plan α contenant ces 3 points.

b) Déterminer les équations des 3 traces de α sur les plans de base.

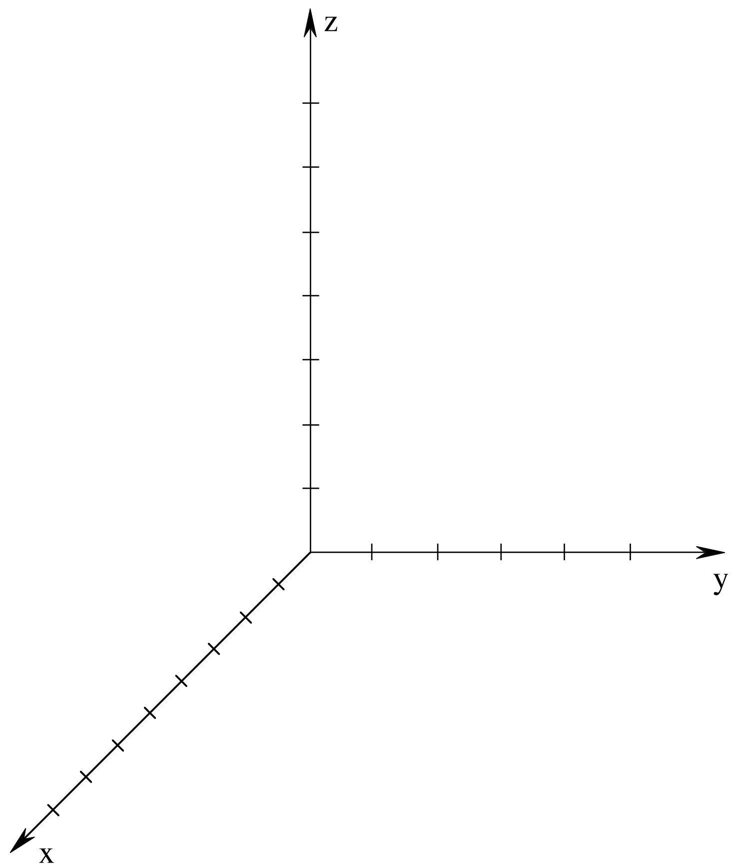
c) Représenter l'image axonométrique de toutes ces informations.



Exercice 3.29: Comparaison de la méthode géométrique et la méthode algébrique

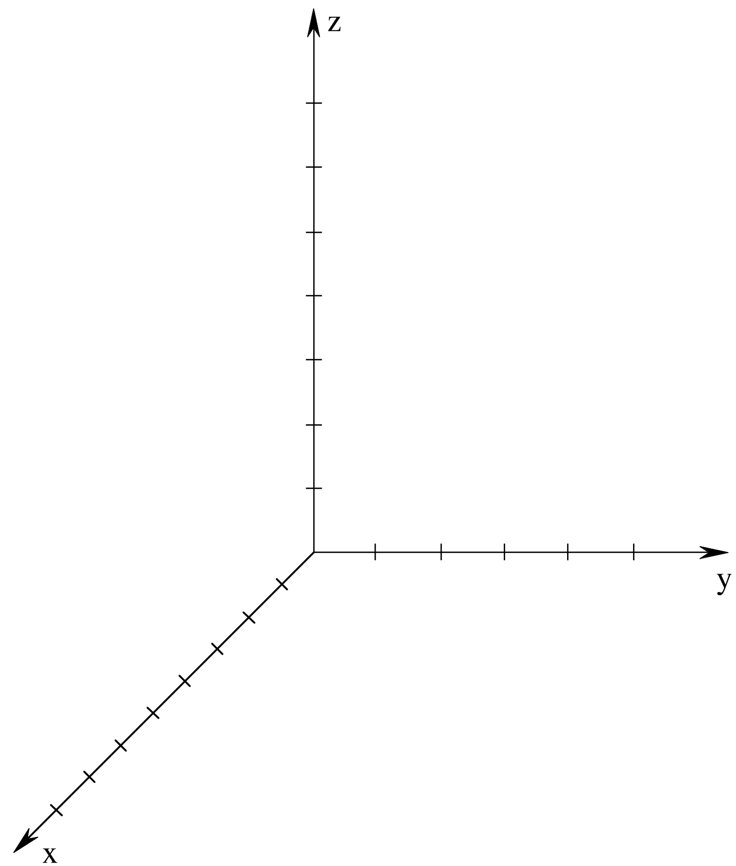
Soit $A(3\,;1\,;3)$ $B(1\,;1\,;3)$ et $C(0\,;0\,;6)$

Construire géométriquement les traces du plan ABC avec les 3 plans de base dans l'axonométrie proposée



Soit $A(3\,;1\,;3)$ $B(1\,;1\,;3)$ et $C(0\,;0\,;6)$

- Chercher l'équations du plan ABC et de ses traces avec les 3 plans de base
- Représenter ses traces

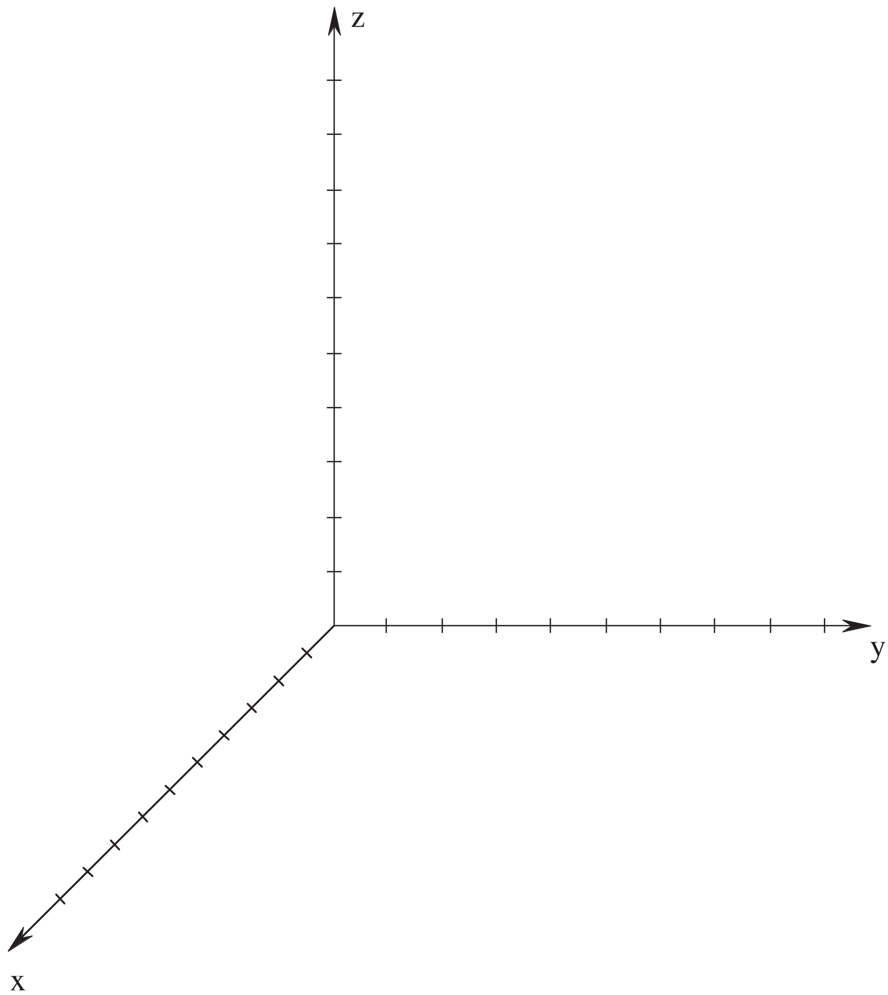


Exercice 3.30:

On considère les 3 plans:

$(\alpha) : z = 2x - y - 4$ $\qquad$ $(\beta) : z = -x - 5/4y + 10$ $\qquad$ $(\gamma) : z = 3$

a) Représenter ces 3 plans dans l'axonométrie proposée.
b) Construire géométriquement le pt d'intersection *I* de ces 3 plans.
c) Calculer algébriquement les coordonnées de ce même point *I*. Comparer.

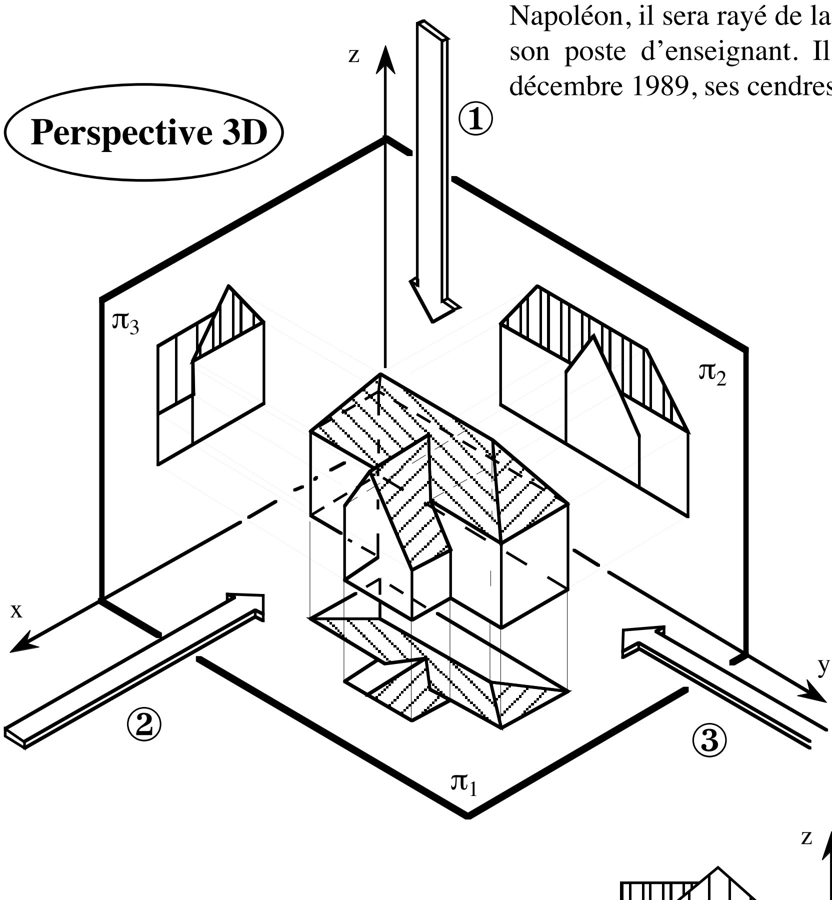


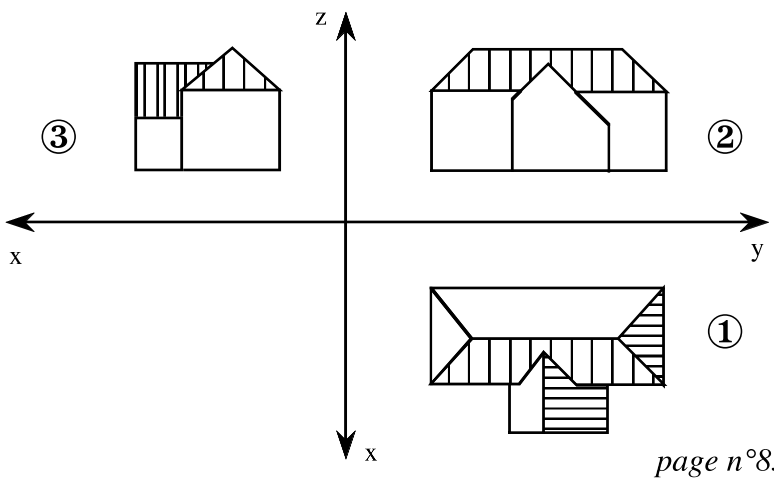
CHAPITRE 4: La projection de MONGE

§1. Introduction

Gaspard Monge est né à Beaune (France) le 9 mai 1746. À l'âge de 17 ans, auteur d'un plan de sa ville natale, il est remarqué par l'état-major de l'école du génie de Mézières. Étant d'origine trop modeste pour y être admis comme élève, il s'y fait engager comme dessinateur. Ses talents de géomètre ne tardent pas à s'exprimer lorsqu'il dresse les plans de nouvelles fortifications considérées alors comme imprenables. Ses méthodes graphiques rapides et élégantes seront à l'origine de ce que l'on appellera **la géométrie descriptive**.

Partisan de la Révolution, il devient ministre de la Marine. Il fonde peu après l'École Polytechnique, et peut enfin publier ses travaux sur la géométrie descriptive, vieux de vingt-cinq ans, mais restés "secret militaire" jusque là. Grand ami de Bonaparte, qui le nommera président de l'Institut d'Égypte, il devient sénateur et est anobli sous le titre de Comte de Péluse. En 1816, après la défaite de Napoléon, il sera rayé de la liste des membres de l'Institut et perdra son poste d'enseignant. Il meurt le 28 juillet 1818 à Paris. En décembre 1989, ses cendres ont été transférées au Panthéon.



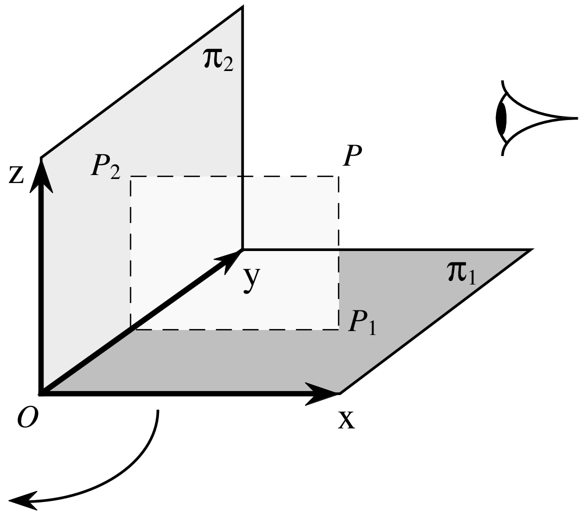


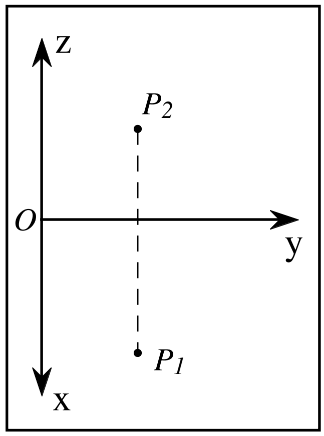
Projection de MONGE

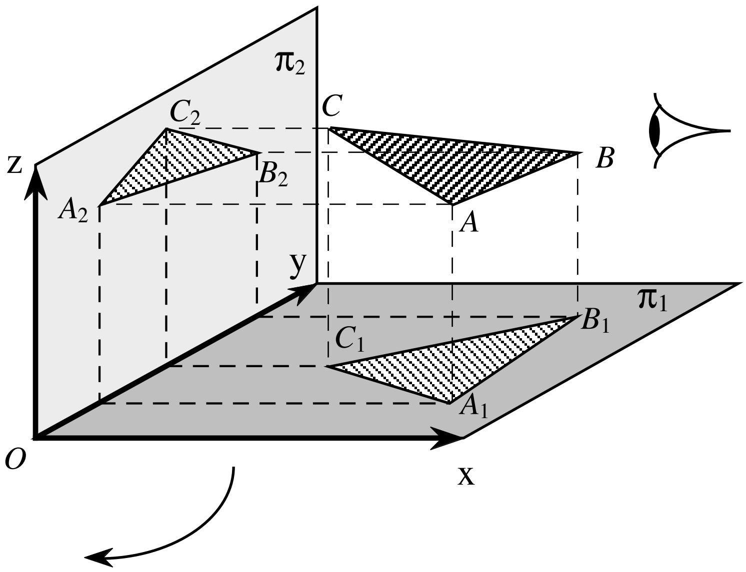
Perspective 3D

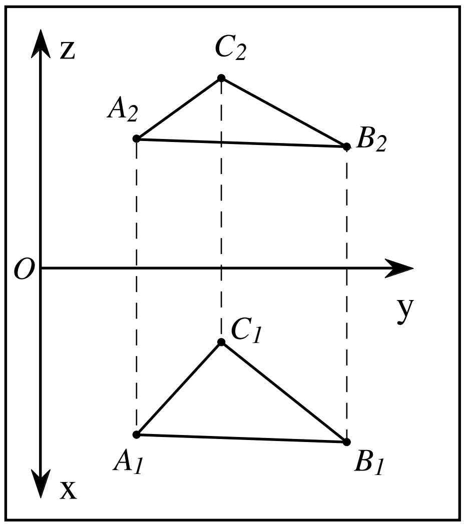
Projection de Monge

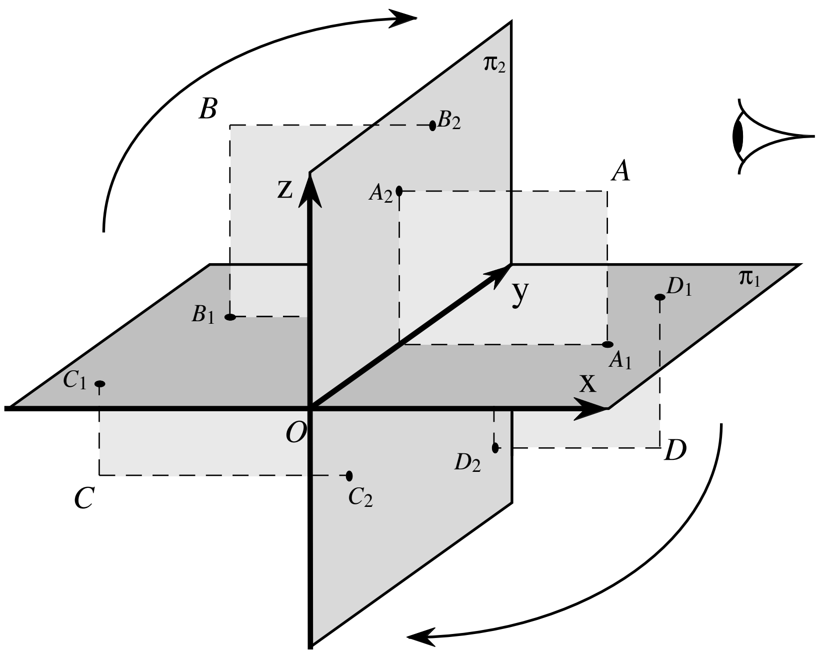
(qui s'appelle aussi épure)

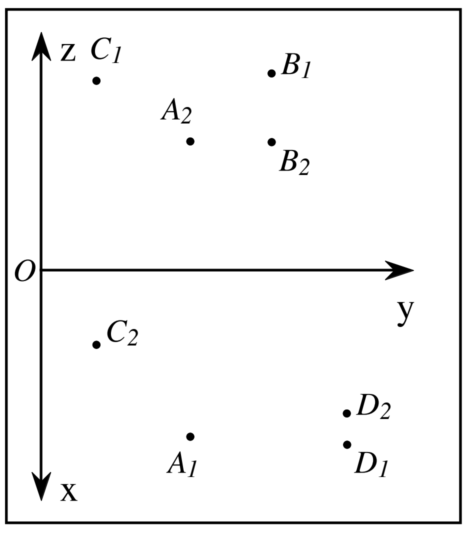








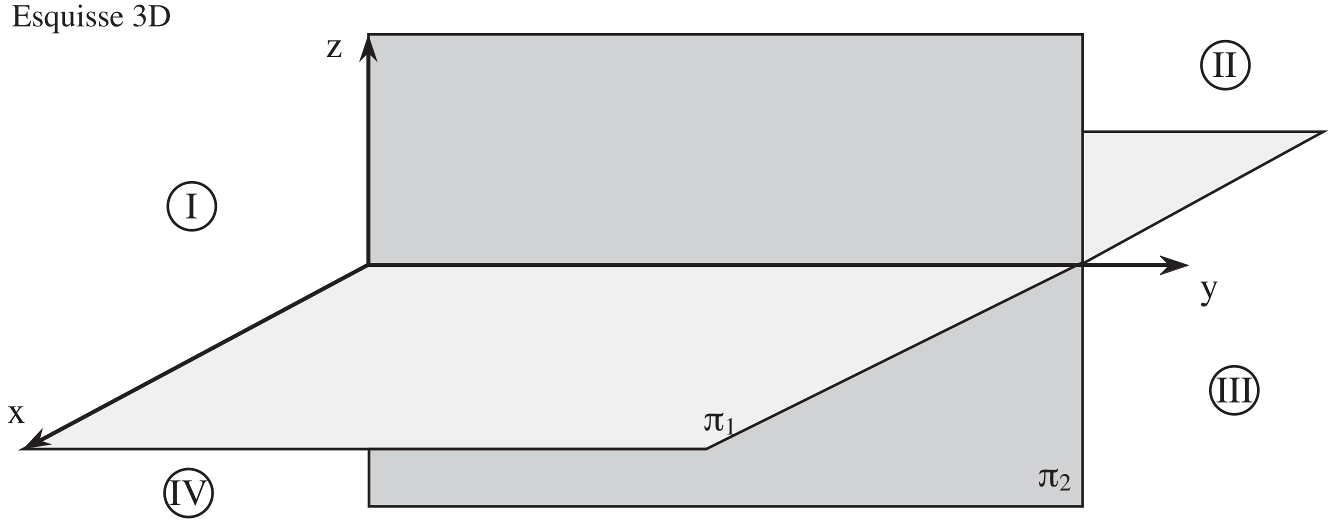




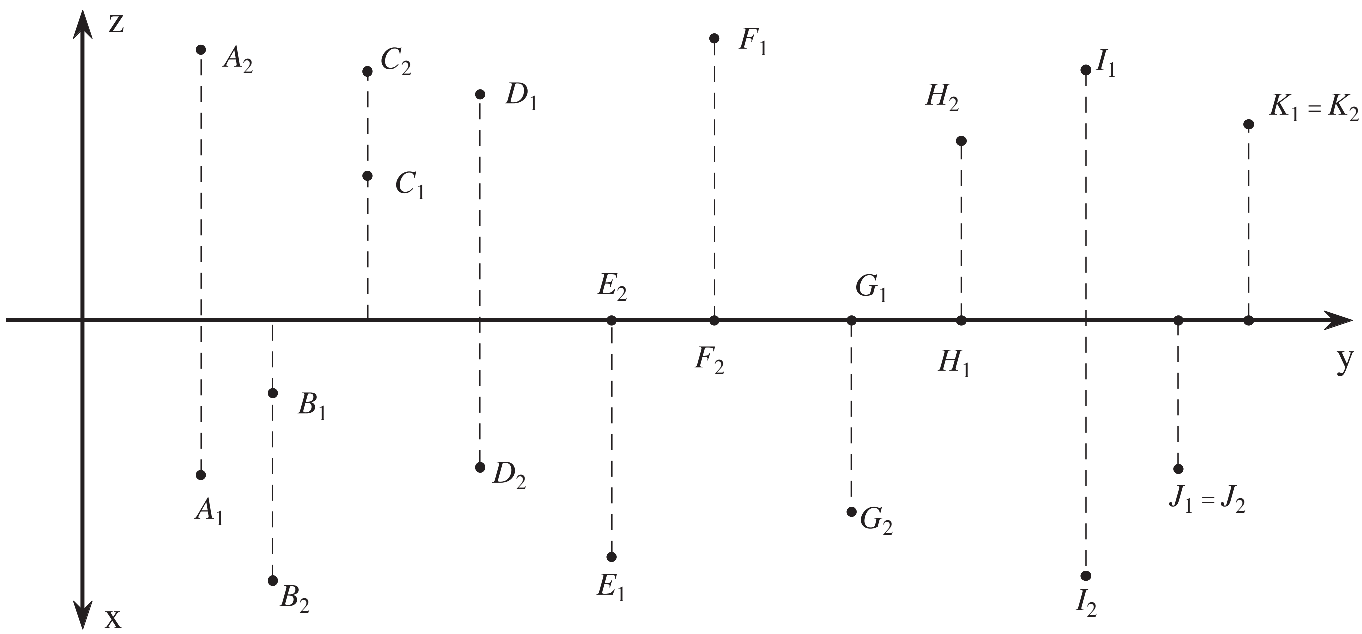
Exercice 4.1:
On considère les 2 plans habituels π_1 (sol) et π_2 (le mur). Ils partagent l'espace en 4 régions appelées quadrants.

Dans la représentation de Monge, on a représenté les points $A, B, \ldots$
Placer approximativement ces mêmes points dans l'esquisse 3D puis déduire le quadrant dans lequel ils sont situés.

Esquisse 3D



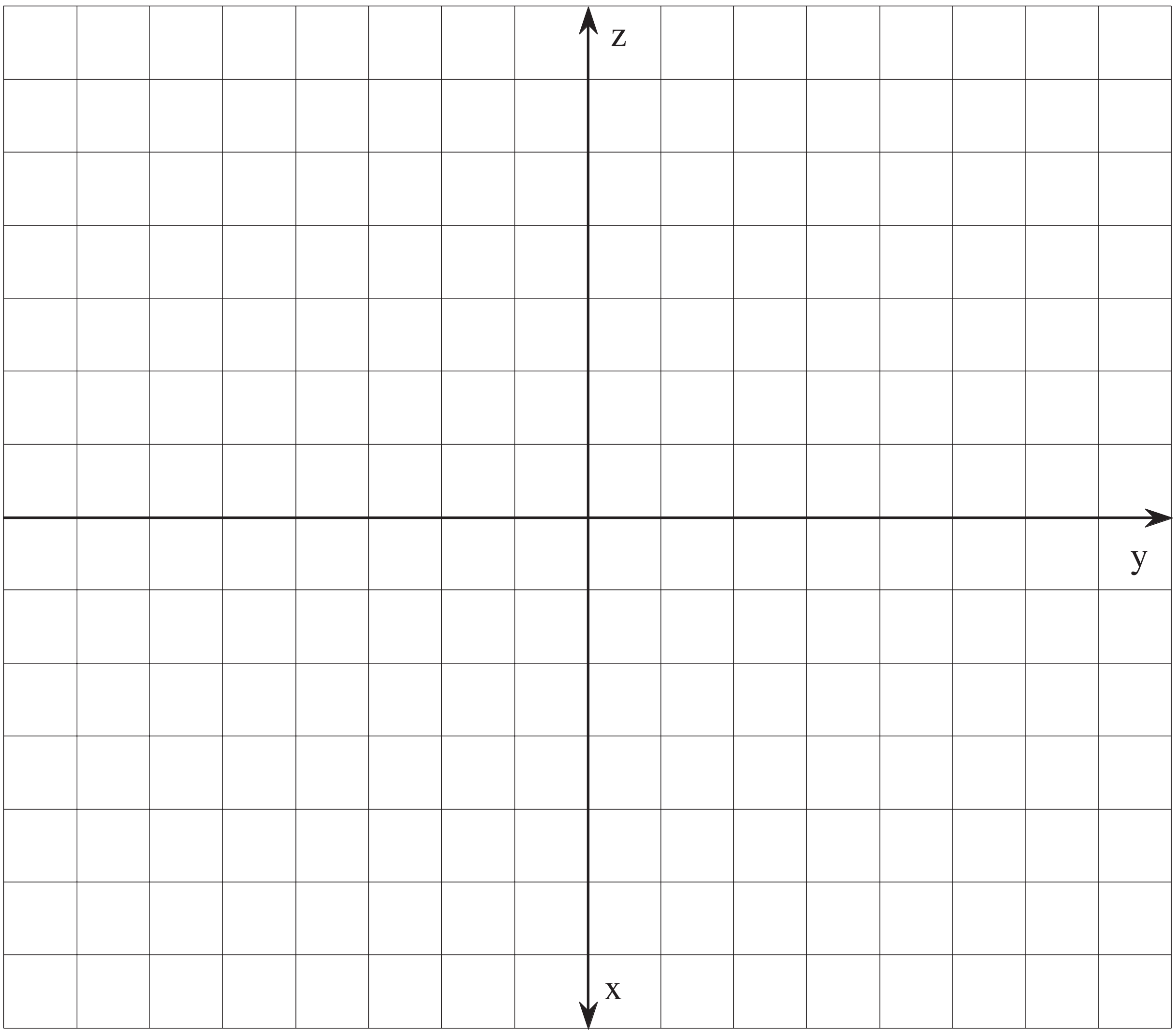
Projection de Monge



Exercice 4.2:

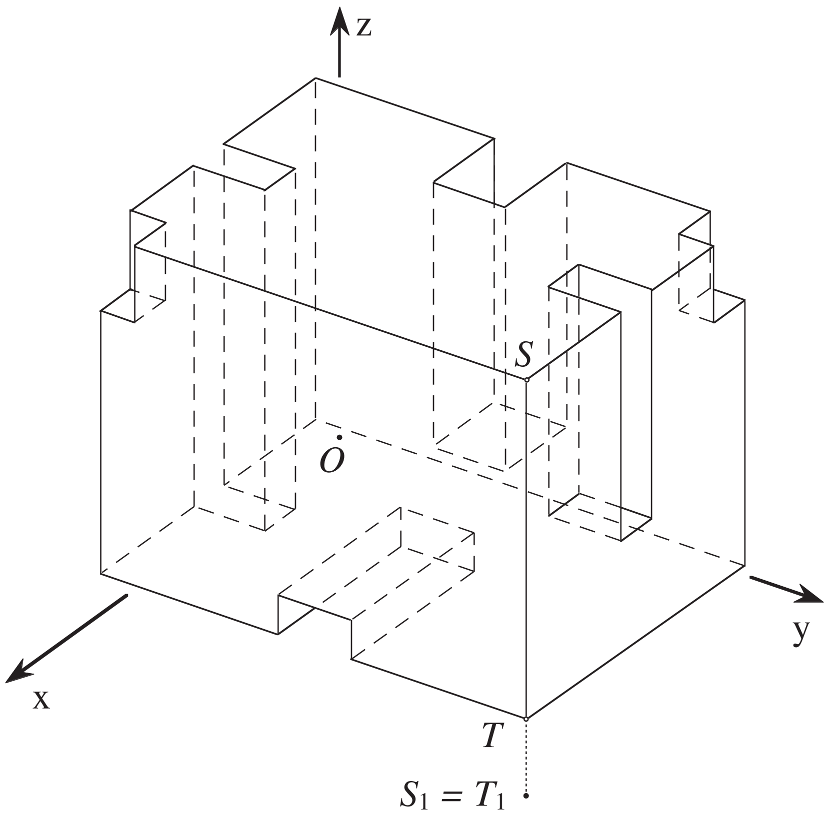
Dessiner les projections des points suivants:
$A(3\ ;\ 2\ ;\ 4)$, $B(-4\ ;\ 3\ ;\ 2)$, $C(4\ ;\ -1\ ;\ 3)$, $D(-4\ ;\ 8\ ;\ 1)$, $E(-2\ ;\ 5\ ;\ -3)$, $F(4\ ;\ 6{,}5\ ;\ -2)$
$G(3\ ;\ -3\ ;\ -4)$, $H(-5\ ;\ 6\ ;\ 5)$ et $K(-1\ ;\ -8\ ;\ -3)$.

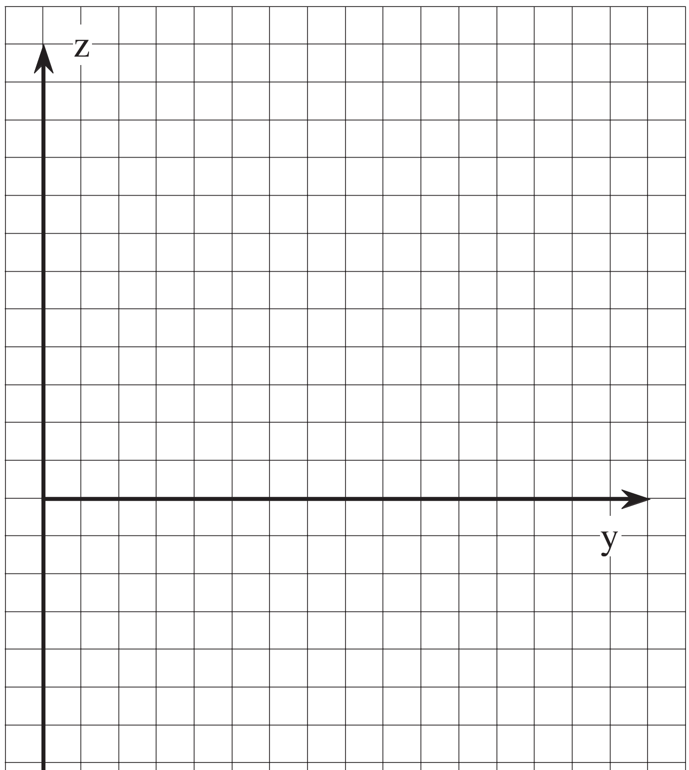
Puis préciser le quadrant dans lequel ils se situent.



Exercice 4.3:

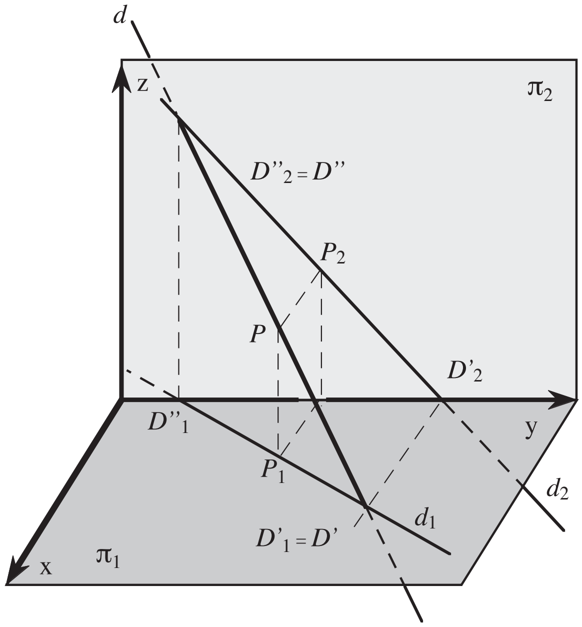
On donne un objet en axonométrie isométrique (1 unité = 1 cm sur les 3 axes).
Construire son image en projection de Monge (unité: 2 carrés = 1 cm)



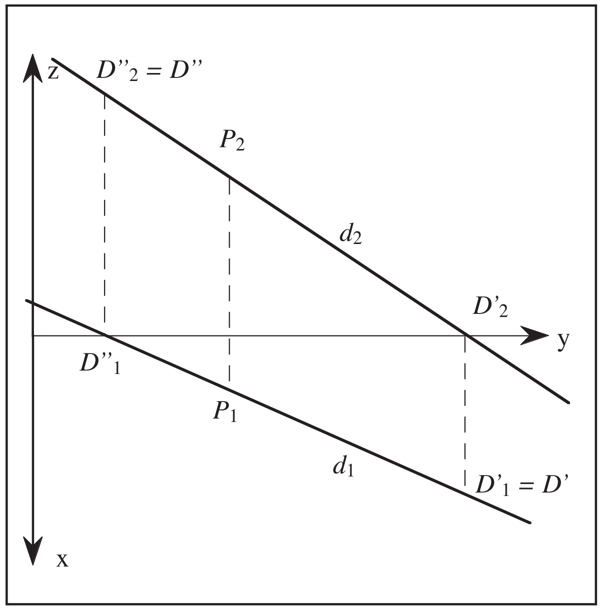


§2. Représentation d'une droite en Monge

Perspective 3D

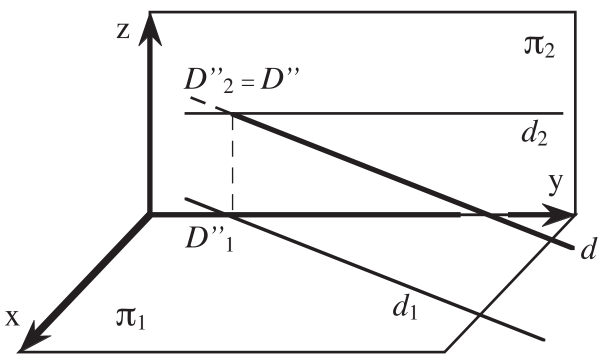


Projection de Monge

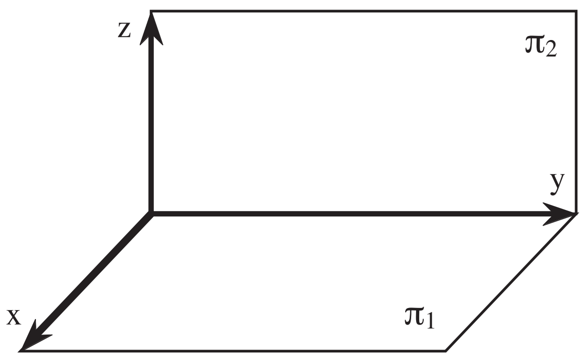


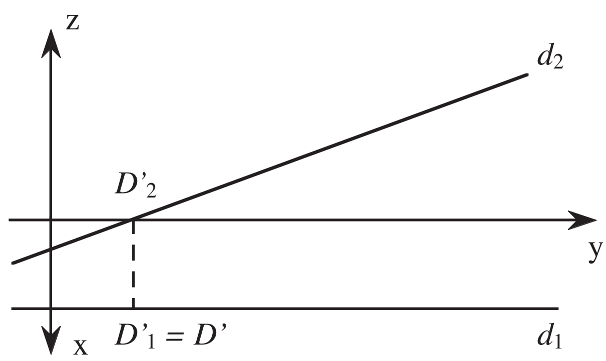
Exercice 4.4:

Compléter une des deux représentations de ces droites particulières:



Une droite est **horizontale** si elle est parallèle au sol π_1

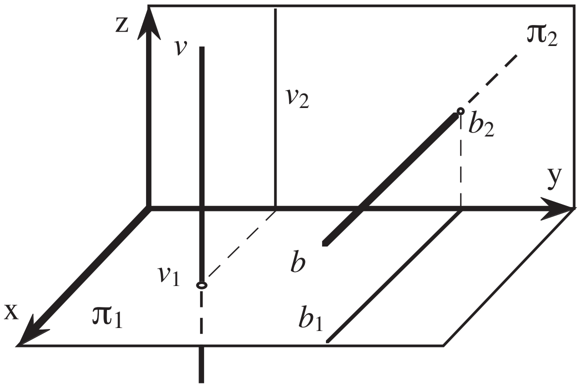




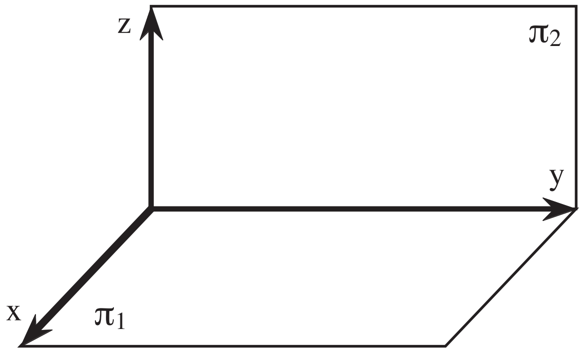
Une droite est **frontale** si elle est parallèle au mur π_2

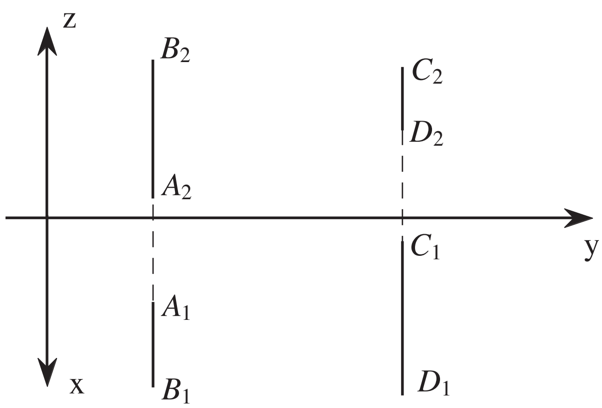
Exercice 4.4 (suite):

Compléter une des deux représentations de ces droites **particulières**:



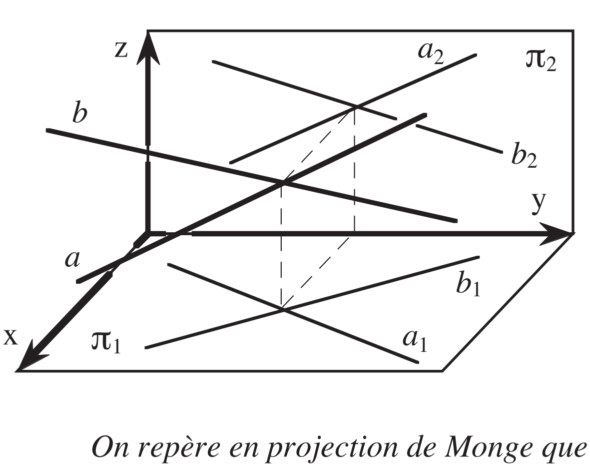
Une droite *v* est **verticale** si elle est perpendiculaire au sol π_1
Une droite *b* est **de bout** si elle est perpendiculaire au mur π_2

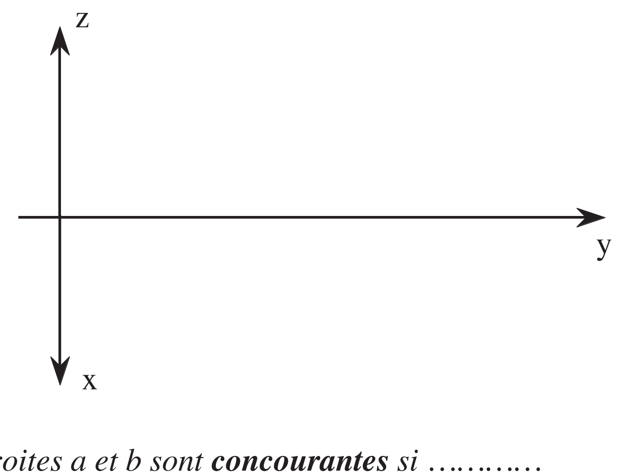




Une droite est de **profil** si elle est contenue dans un plan perpendiculaire à Oy.

Remarque: Les 2 projections de la droite ne suffisent à déterminer une droite de profil; on doit préciser les projections de deux points de la droites.

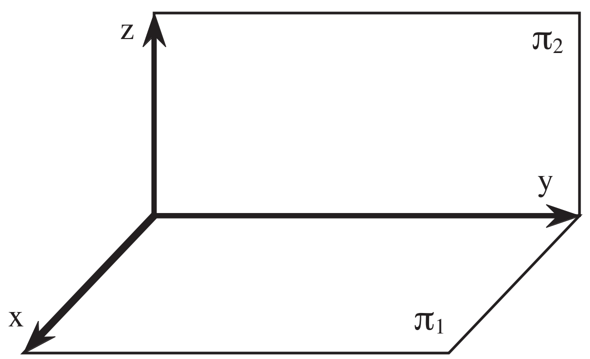




On repère en projection de Monge que deux droites a et b sont ***concourantes*** *si …………*

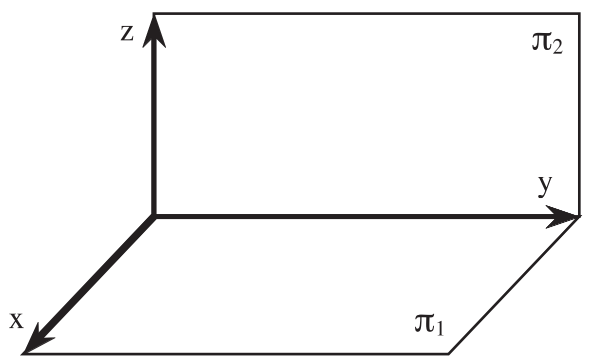
Exercice 4.5:

Construire dans les 2 représentations 2 droites *a* et *b* **parallèles**



On repère en projection de Monge que deux droites a et b sont ***parallèles*** *si …………………………….*

Construire dans les 2 représentations 2 droites *a* et *b* **gauches**



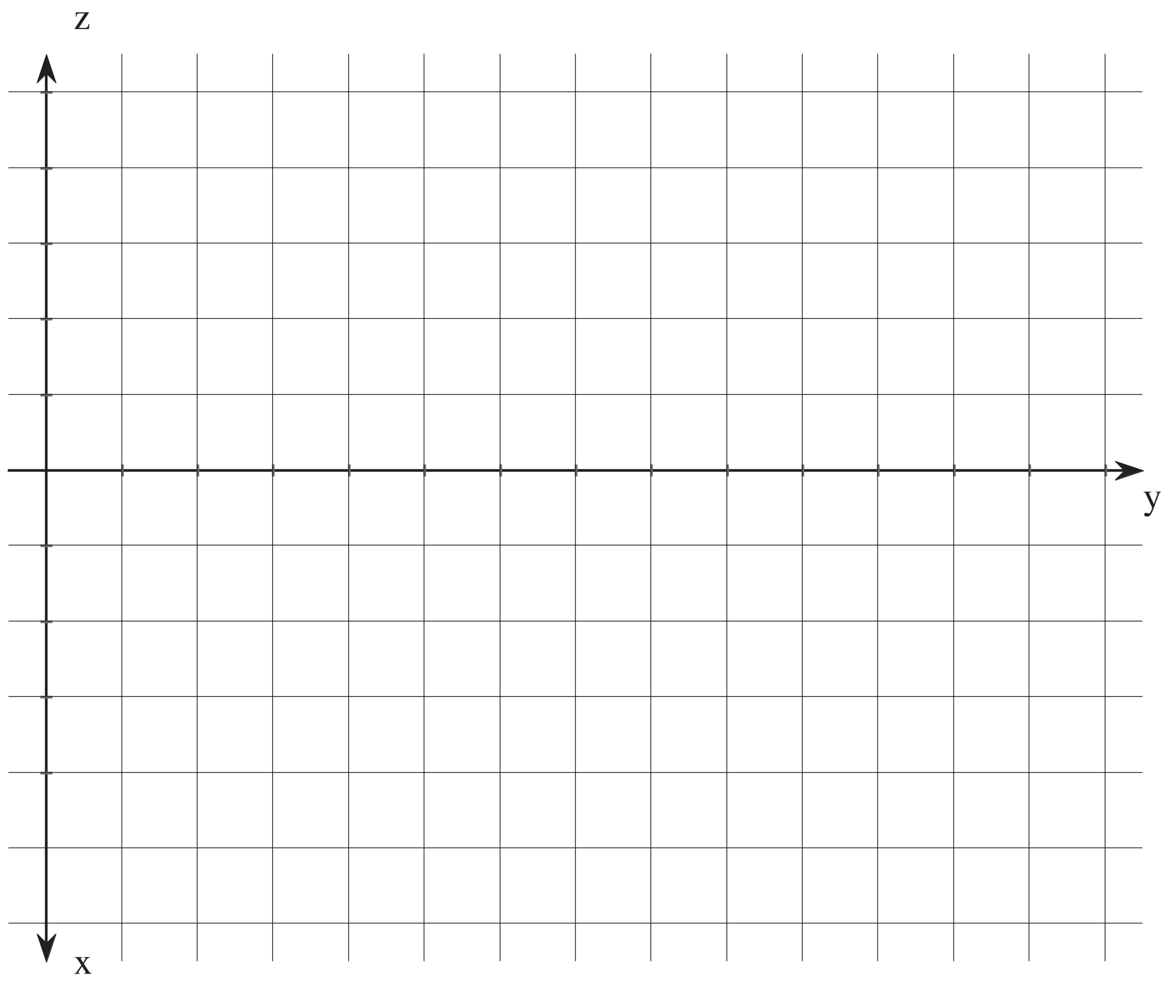
On repère en projection de Monge que deux droites a et b sont ***gauches*** *si …………………………….*

Exercice 4.6:

Construire les 2 projections du triangle *ABC* dont le côté [*AB*] est horizontal, [*BC*] de profil et [*AC*] frontal.

On donne $A(1{,}5\ ;\ 10\ ;\ 4)$, $B(5\ ;\ 6{,}5\ ;\ ?)$ et $C(?\ ;\ ?\ ;\ 2)$.

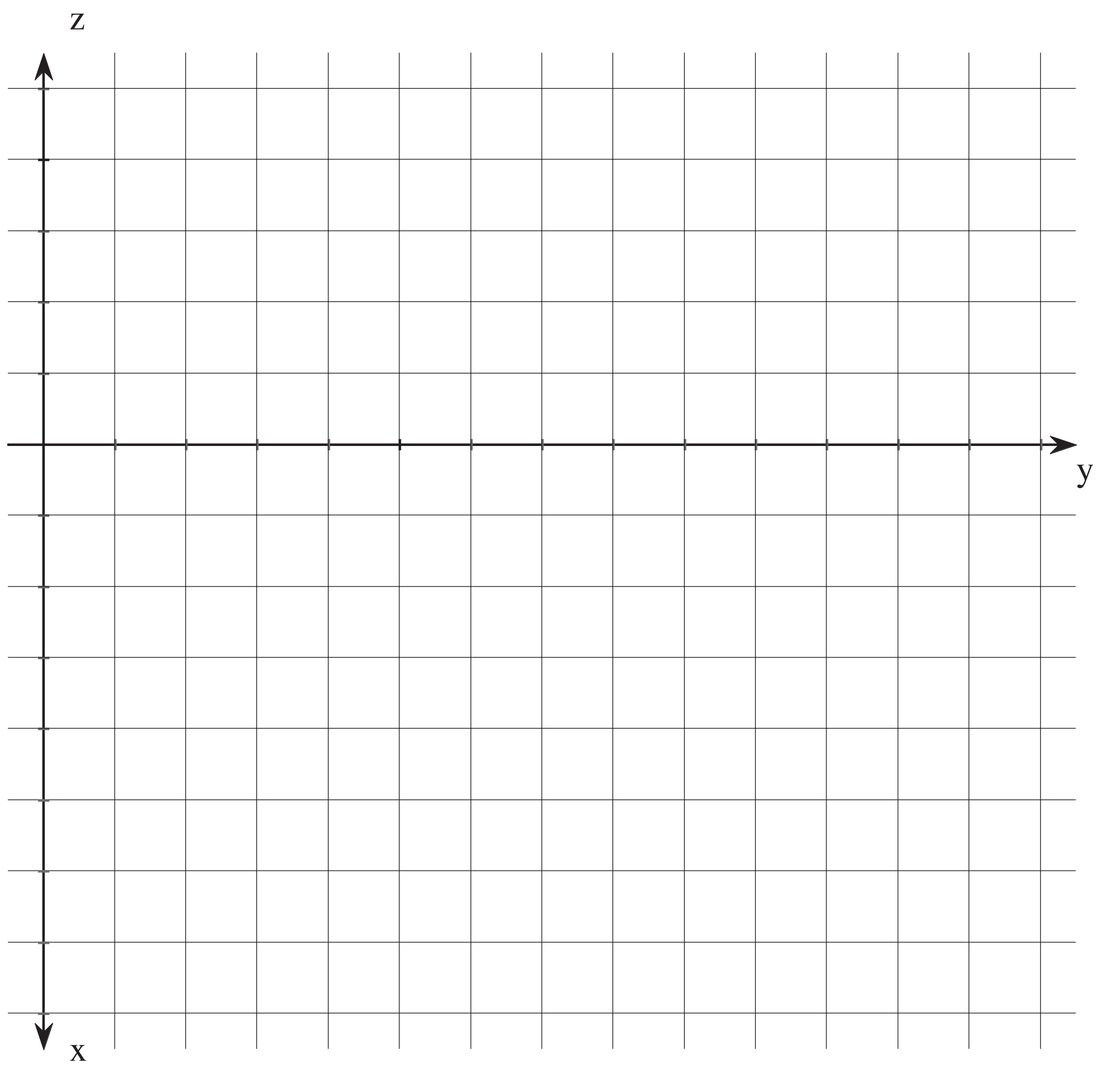
Indication: commencez-ci dessous par une petite esquisse 3D



Exercice 4.7:

Construire les 2 projections du triangle *ABC* dont le sommet *A* est situé sur l'axe des y, [*BC*] de bout.
On donne *A*(? ; 10 ; ?) , *B*(2 ; 4 ; 5) et *C*(7 ; ? ; ?).

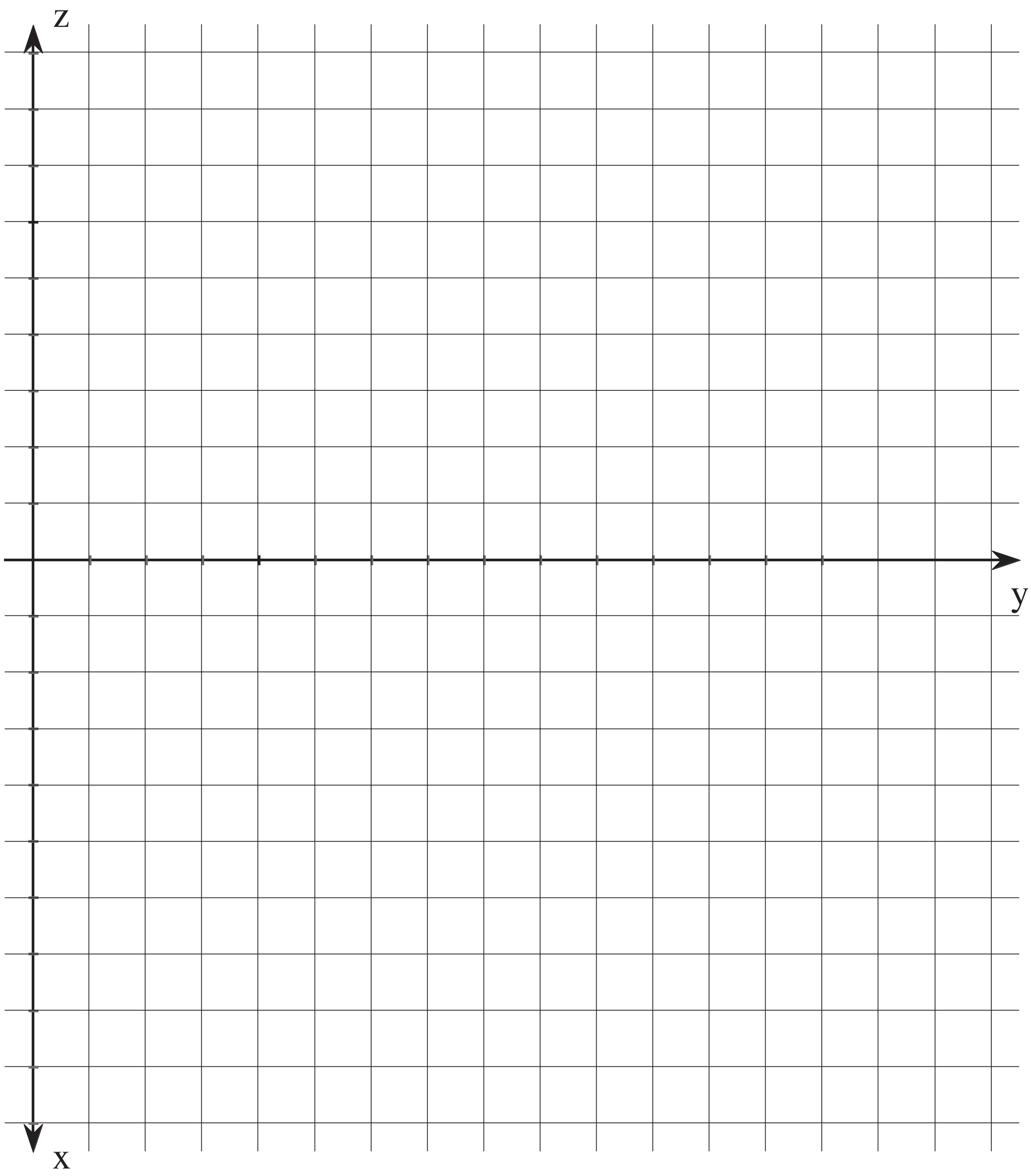
Indication: commencez-ci dessous par une petite esquisse 3D



Exercice 4.8:

Construire les 2 projections du triangle *ABC* dont le sommet *A* appartient à π_2, le côté [*BC*] est frontal, le côté [*AB*] est horizontal et le sommet *C* est situé sur l'axe *O*x.
On donne $A(? ; 15 ; 8)$, $B(9 ; 8 ; ?)$ et $C(? ; ? ; ?)$.

Indication: commencez-ci dessous par une petite esquisse 3D

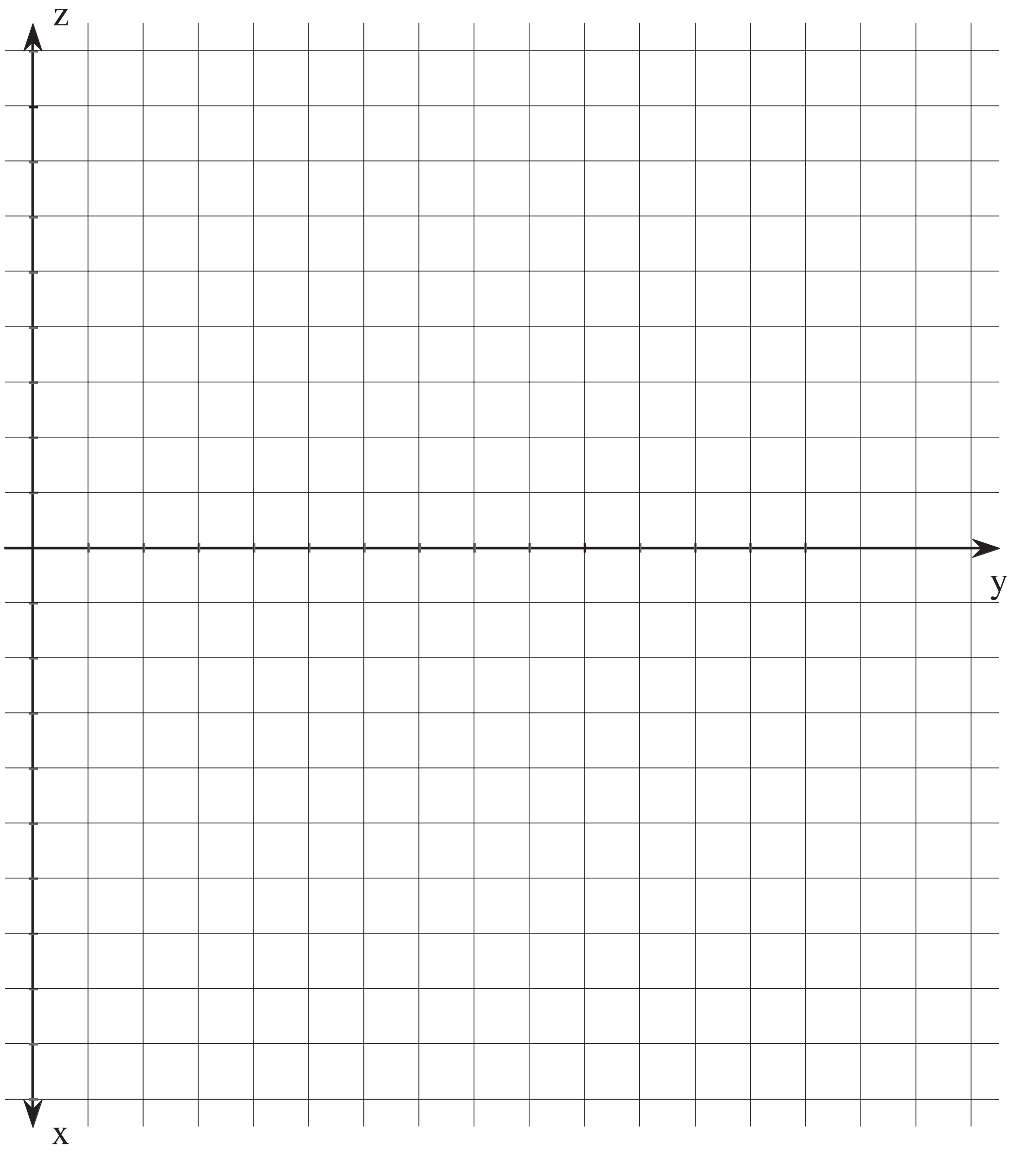


Exercice 4.9:

Construire les deux projections d'un quadrilatère **plan** $ABCD$ dont on donne les coordonnées

$$A(3\ ;\ 12\ ;\ 7)\ ,\ B(9\ ;\ 9\ ;\ 2)\ ,\ C(7\ ;\ 4\ ;\ 1)\ \text{ et }\ D(2\ ;\ 2\ ;\ ?).$$

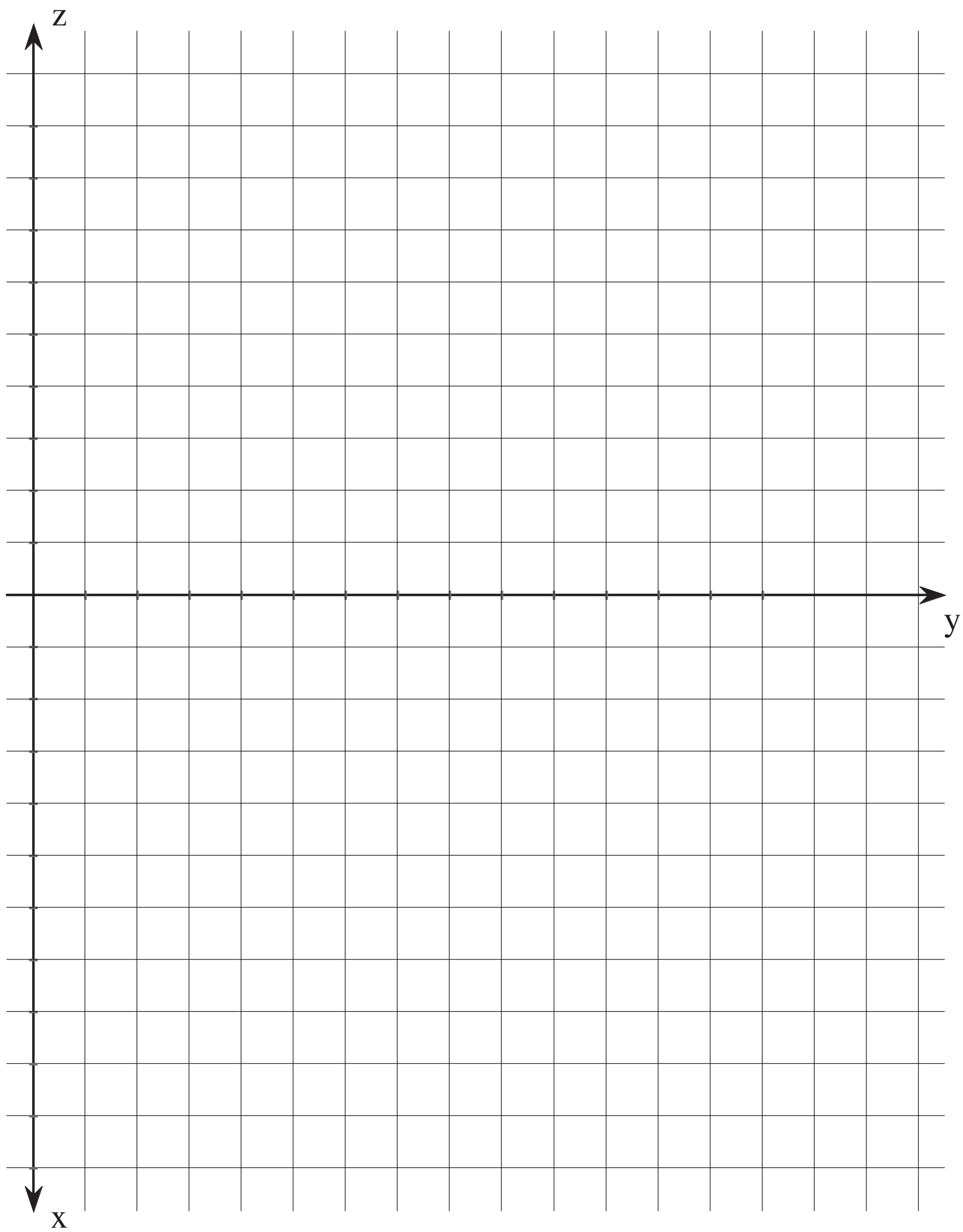
Indication: commencez-ci dessous par une petite esquisse 3D



Exercice 4.10:

Déterminer les deux projections d'un tétraèdre *ABCD*: *A*(10 ; 10 ; 7) , *B*(4 ; 3 ; 10) , *C*(7 ; 4 , 3) et *D*(1 ; 7 ; 2).

(Attention à la visibilité)

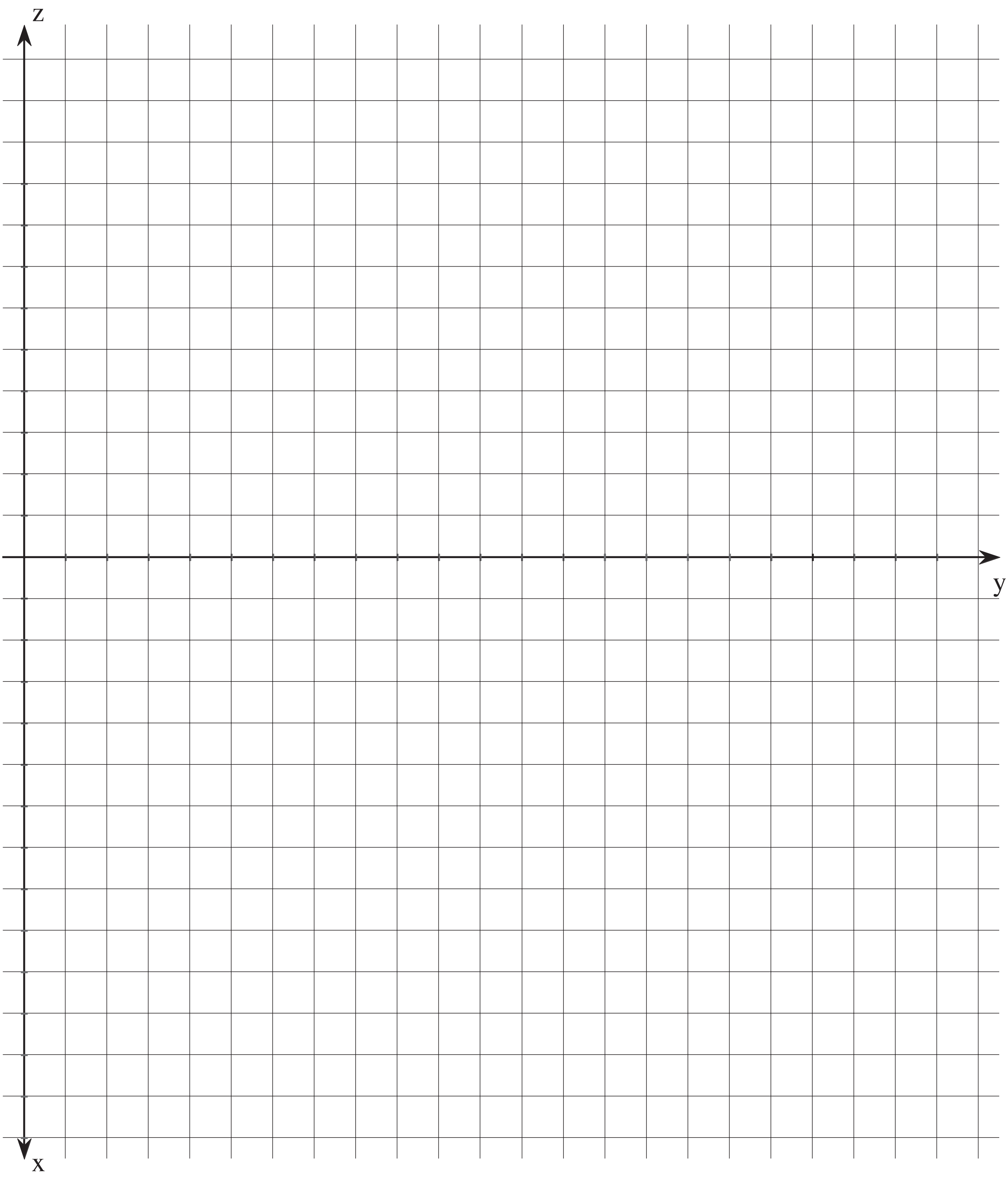


Exercice 4.11:

Déterminer les deux projections d'un parallélépipède *ABCDEFGH* dont la base *ABCD* est situé dans le plan π_1.

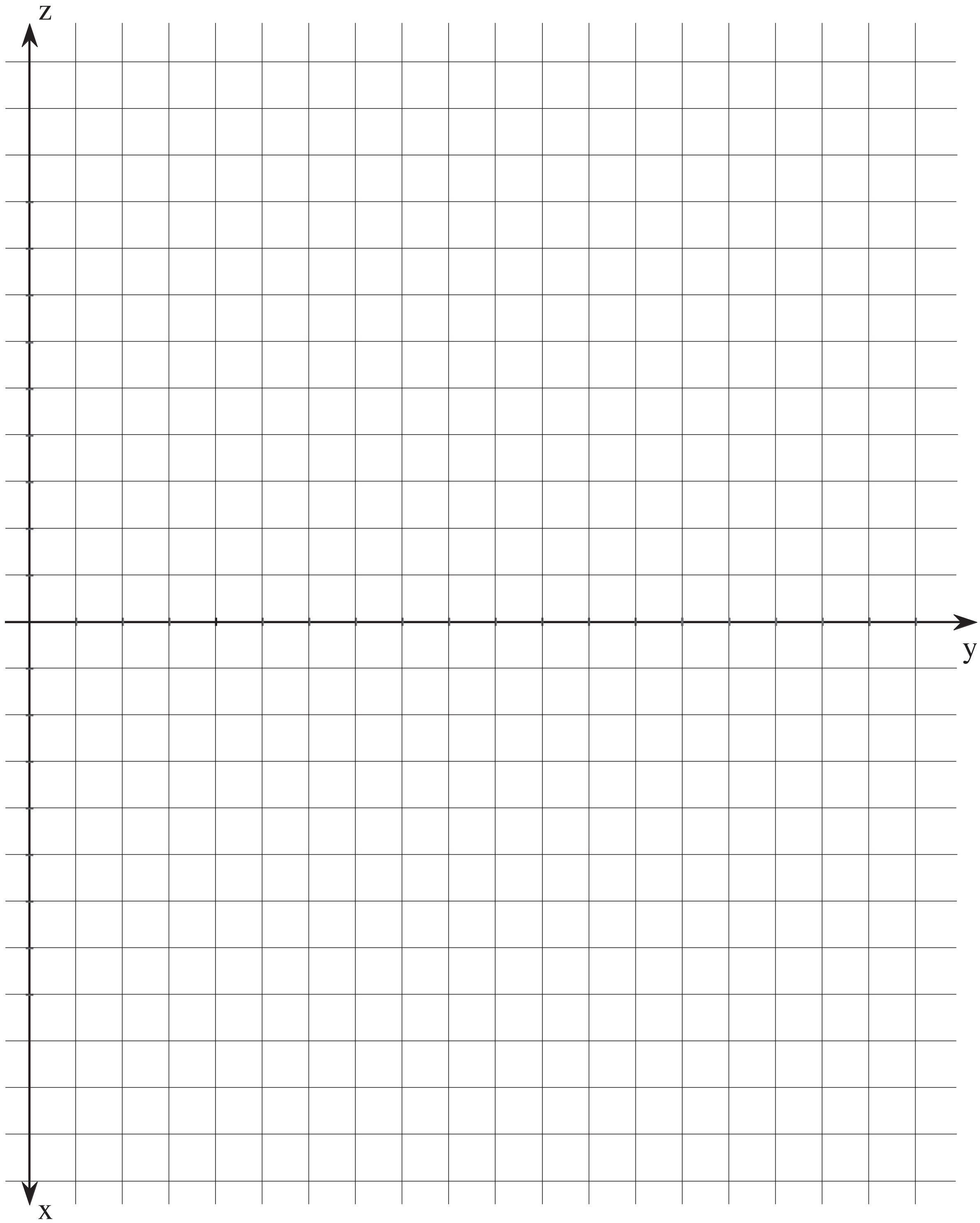
Dessiner les arêtes cachées en traitillé

$A(5 ; 18 ; 0)$, $B(9 ; 13 ; 0)$, $C(13 ; 15 ; 0)$, $D(9 ; 20 ; 0)$ et $E(1 ; 8 ; 10)$



Exercice 4.12:
Déterminer les deux projections d'un cône de révolution dont la base est située dans le plan π_1.
Cercle de base: centre $M(7 ; 8 ; 0)$, rayon 5 , sommet $S(? ; ? ; 12)$

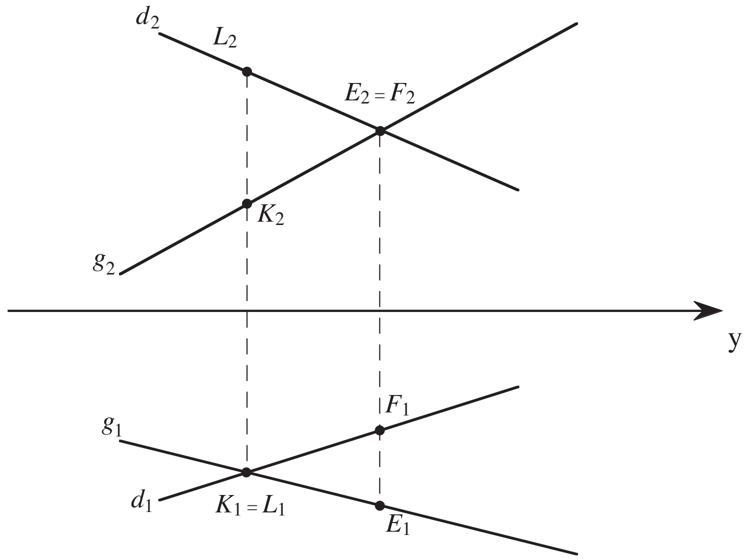
Se donner ensuite la première projection P_1 d'un point $P(10 ; 10 ; ?)$ appartenant à la surface, puis construire la 2ème projection de ce point.



Exercice 4.13:

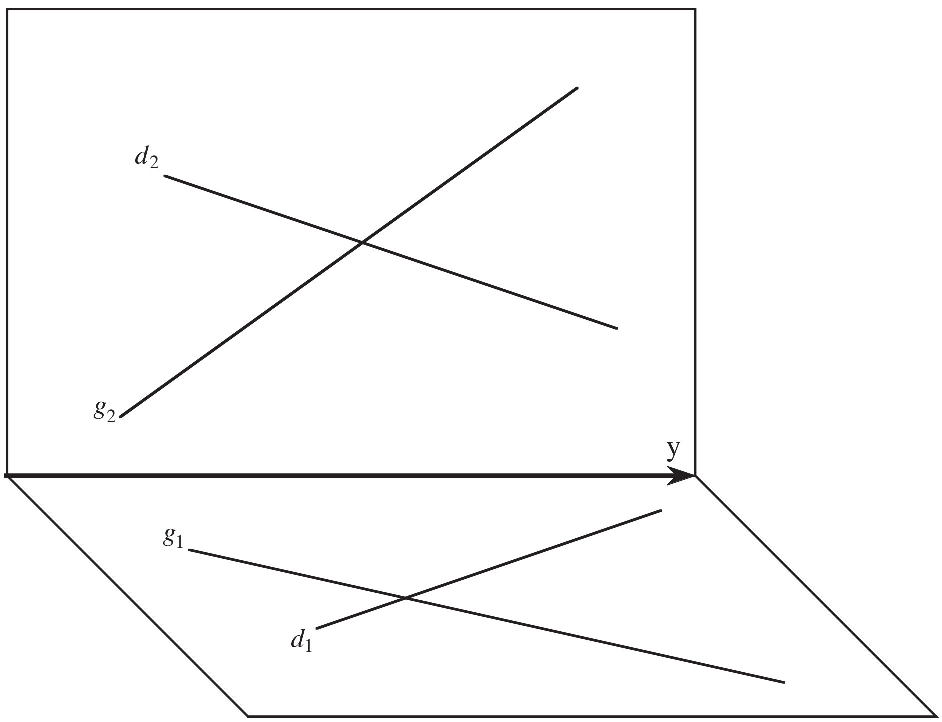
A l'aide de la projection de Monge suivante, répondre en justifiant aux questions suivantes:

a) Les droites d et g sont-elles concourantes ?
b) Lequel des points E et F est le plus proche de l'observateur ?
c) Lequel des points E et F est le plus haut
b) Lequel des points K et L est le plus proche de l'observateur ?
c) Lequel des points K et L est le plus haut



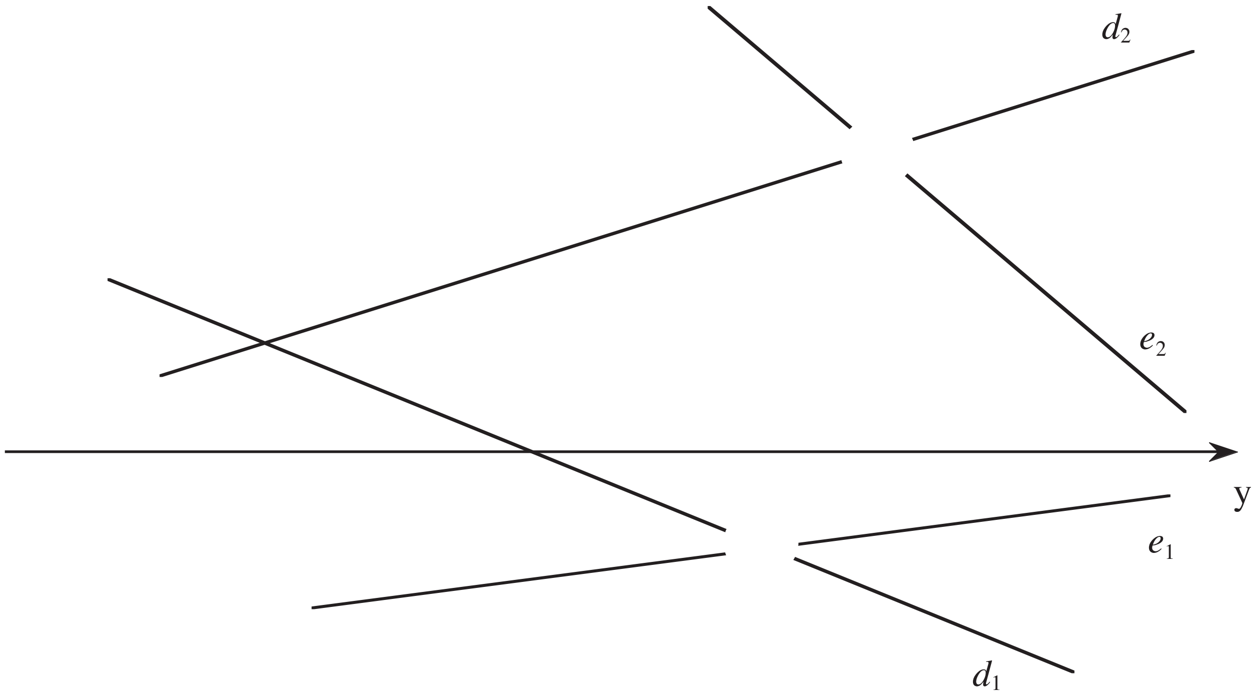
On a représenté ci-dessous la même situation en *perspective 3D*.
Compléter la figure pour faire apparaître les 2 droites d et g, les points E, F, K, L

Cette figure confirme-t-elle vos réponses ci-dessus ?

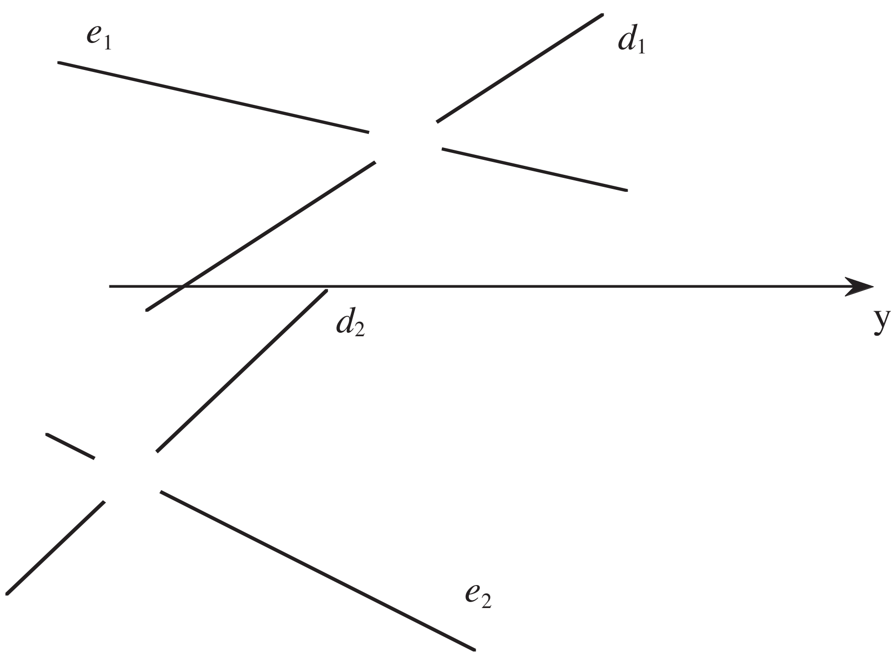


Exercice 4.14:

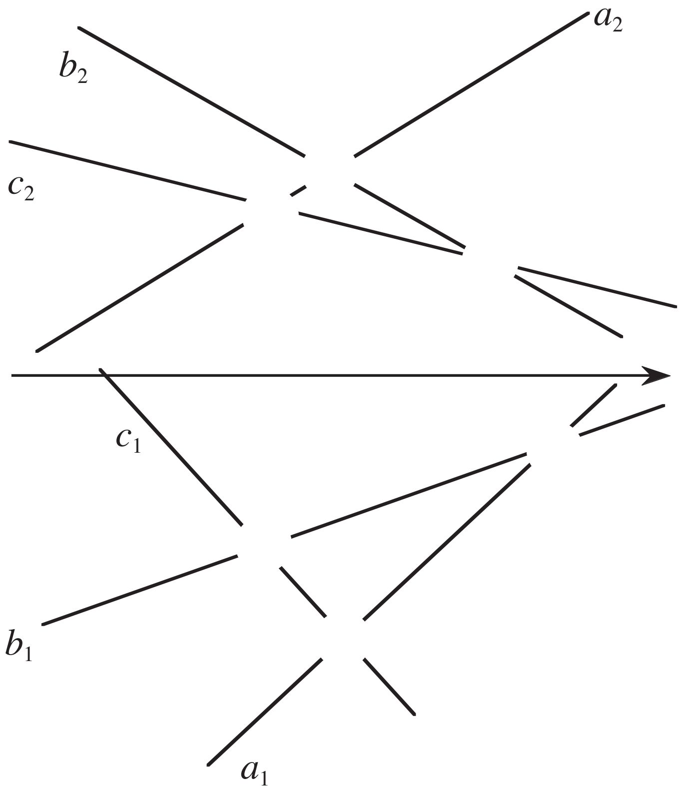
Déterminer la visibilité des droites *d* et *e*:



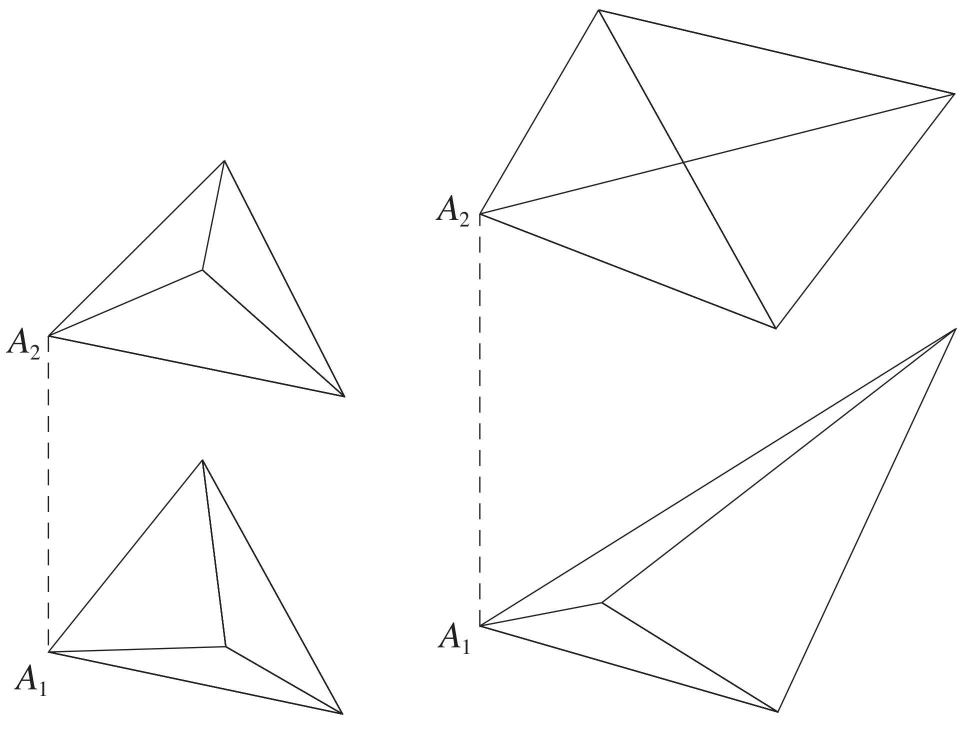
Même question:



Exercice 4.15:
Déterminer la visibilité des droites a, b et c:



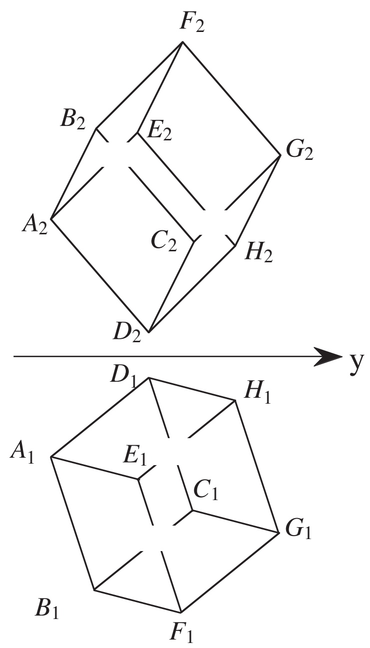
Représenter la visibilité des deux tétraèdres proposés ci-dessous en projection de Monge:

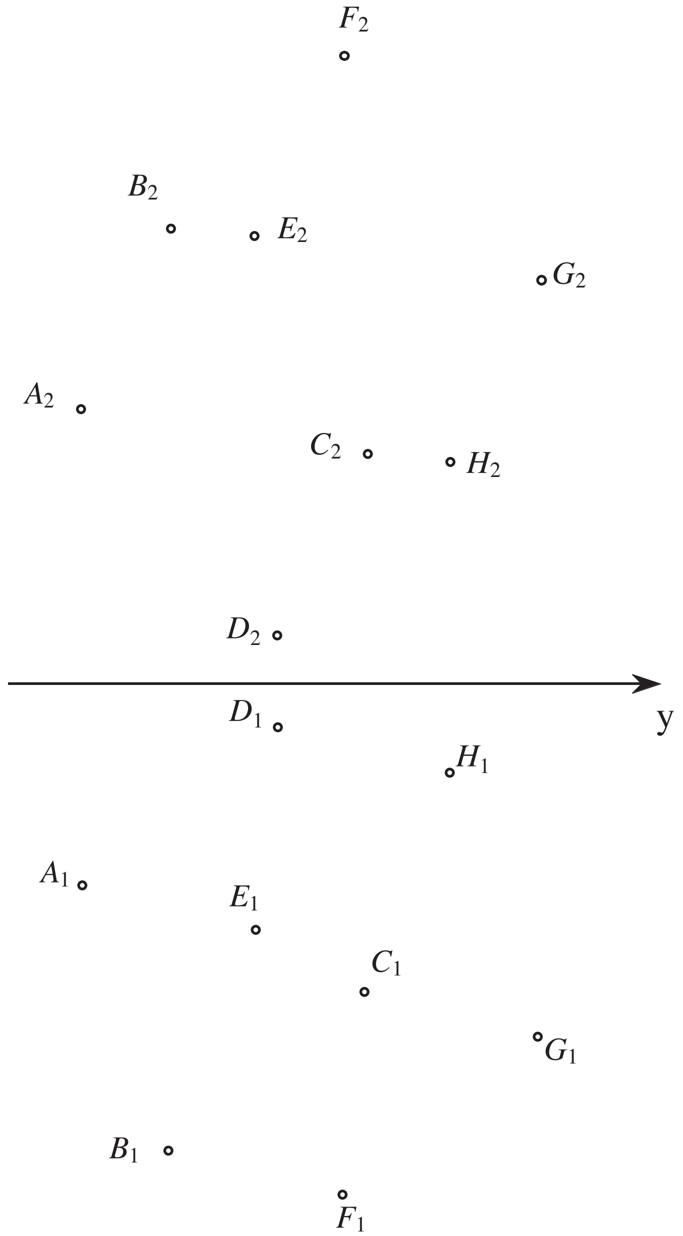


Exercice 4.16:

A l’aide de la figure d’étude, déterminer la position respective des différentes arêtes afin de pouvoir représenter la visibilité (traitillé pour les arêtes cachées) de la projection de Monge du parallélépipède *ABCDEFGH* ci-dessous

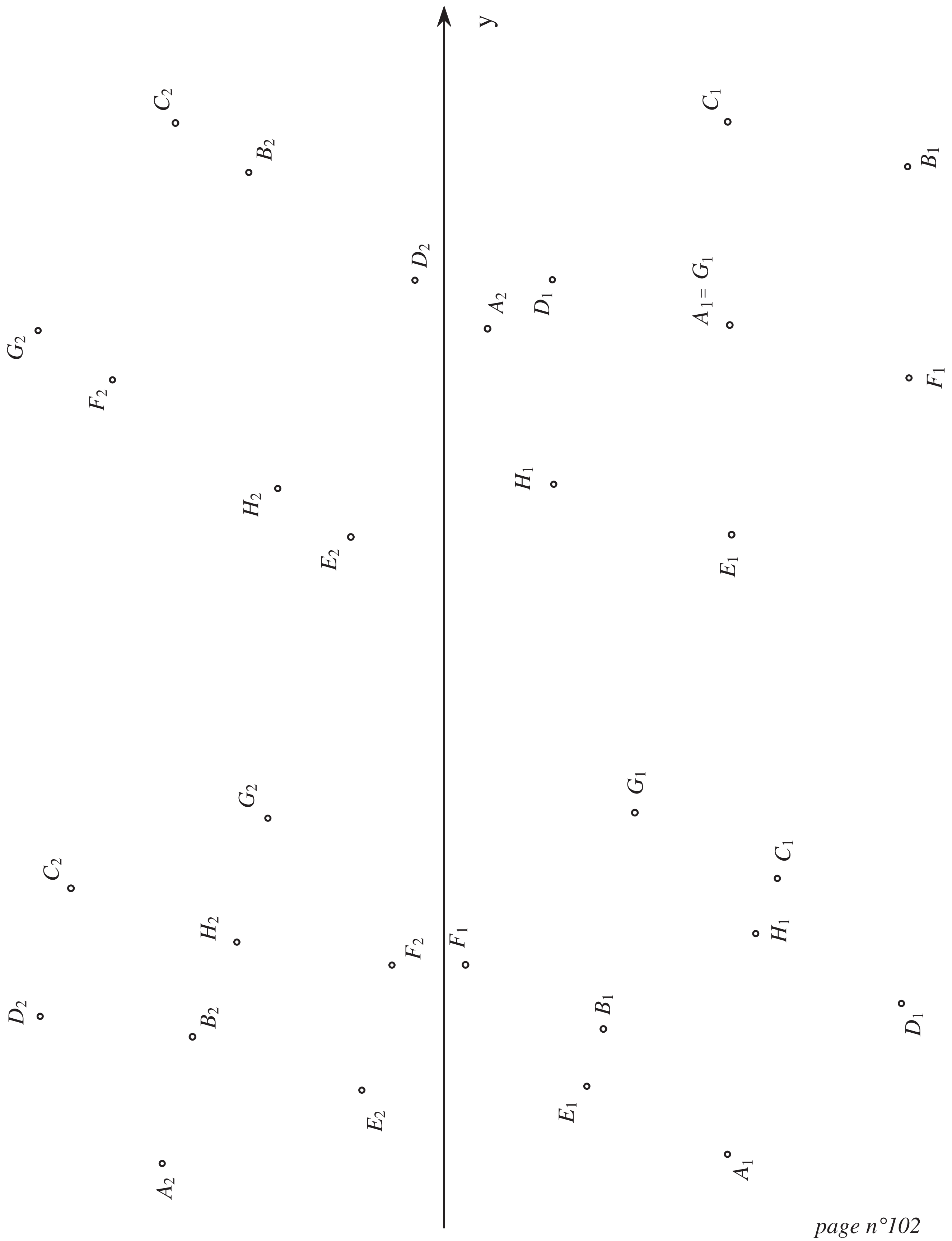
Figure d’étude





Exercice 4.17:

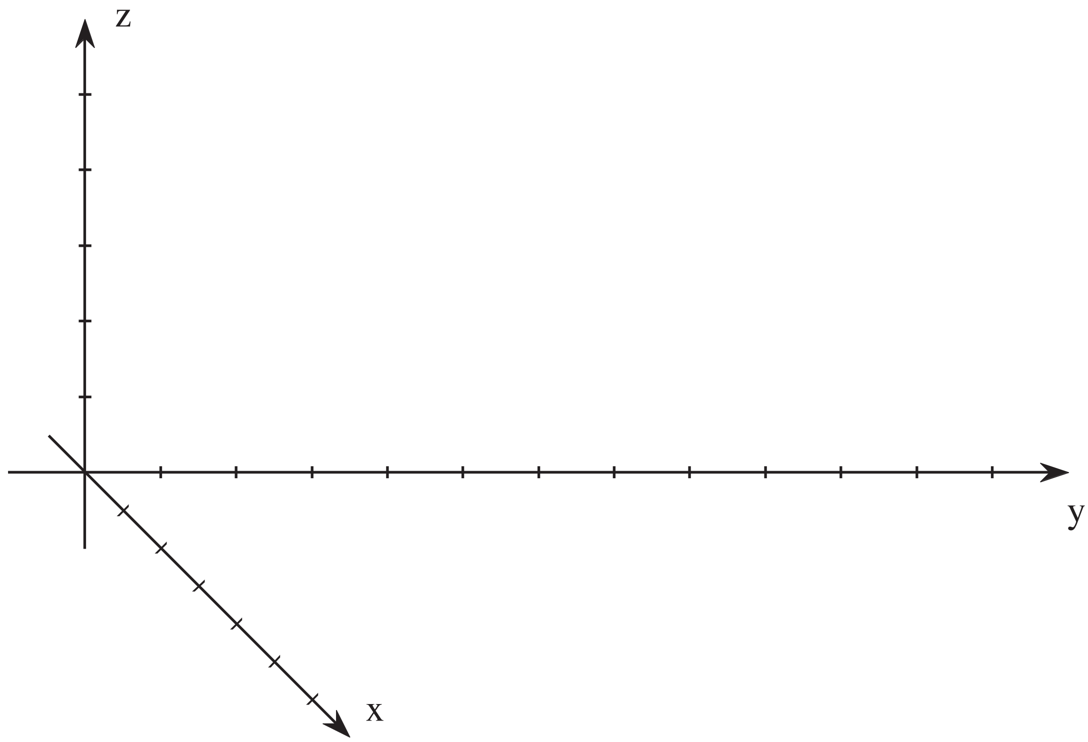
On donne les deux projections de Monge d'un prisme *ABCDEFGH*. A l'aide de traitillés, indiquer les visibilités dans chaque projection

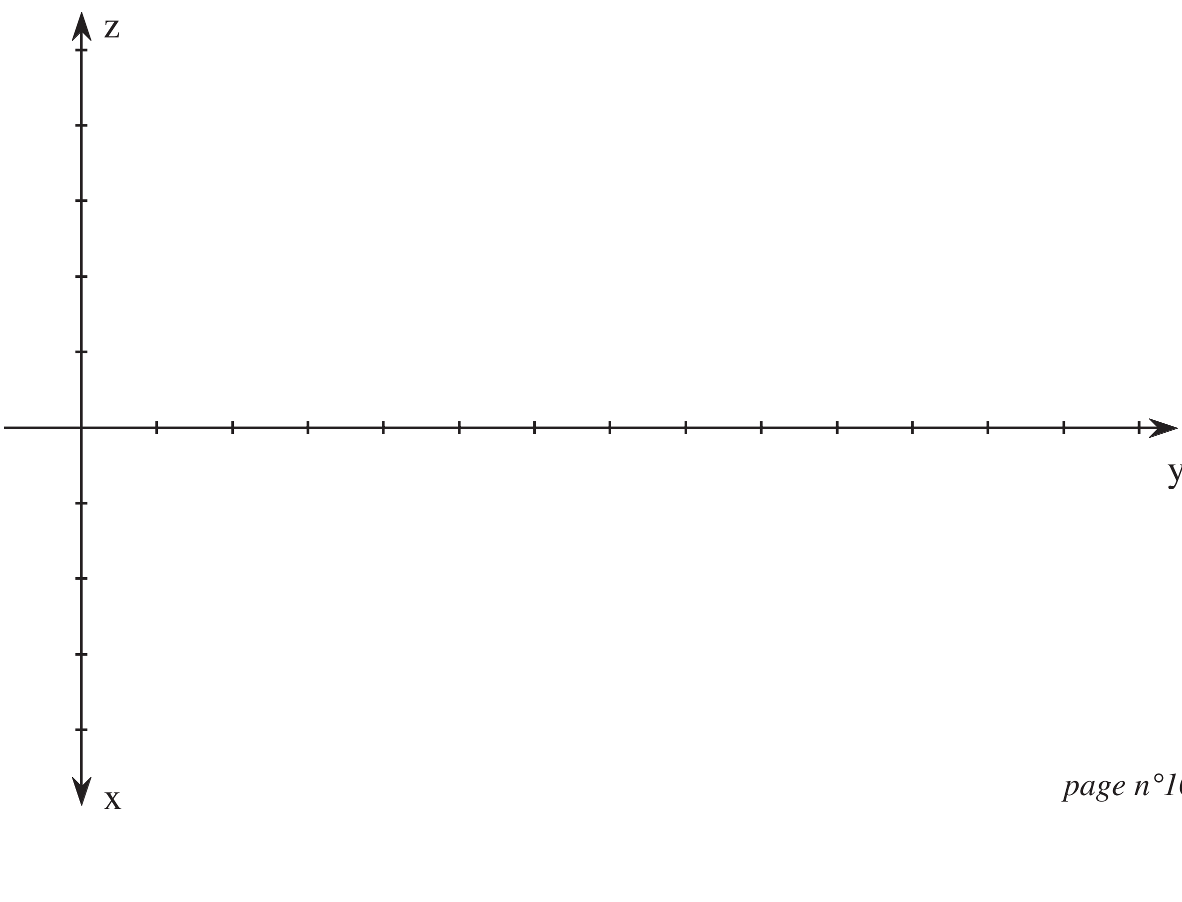


Exercice 4.18 :

La droite d passe par $A(3 ; 4 ; -2)$ et $B(1 ; 8 ; 4)$.
Représenter en axonométrie la droite d, ses projections sur le mur et le sol et en déduire ses traces D' et D'' sur ces 2 plans.

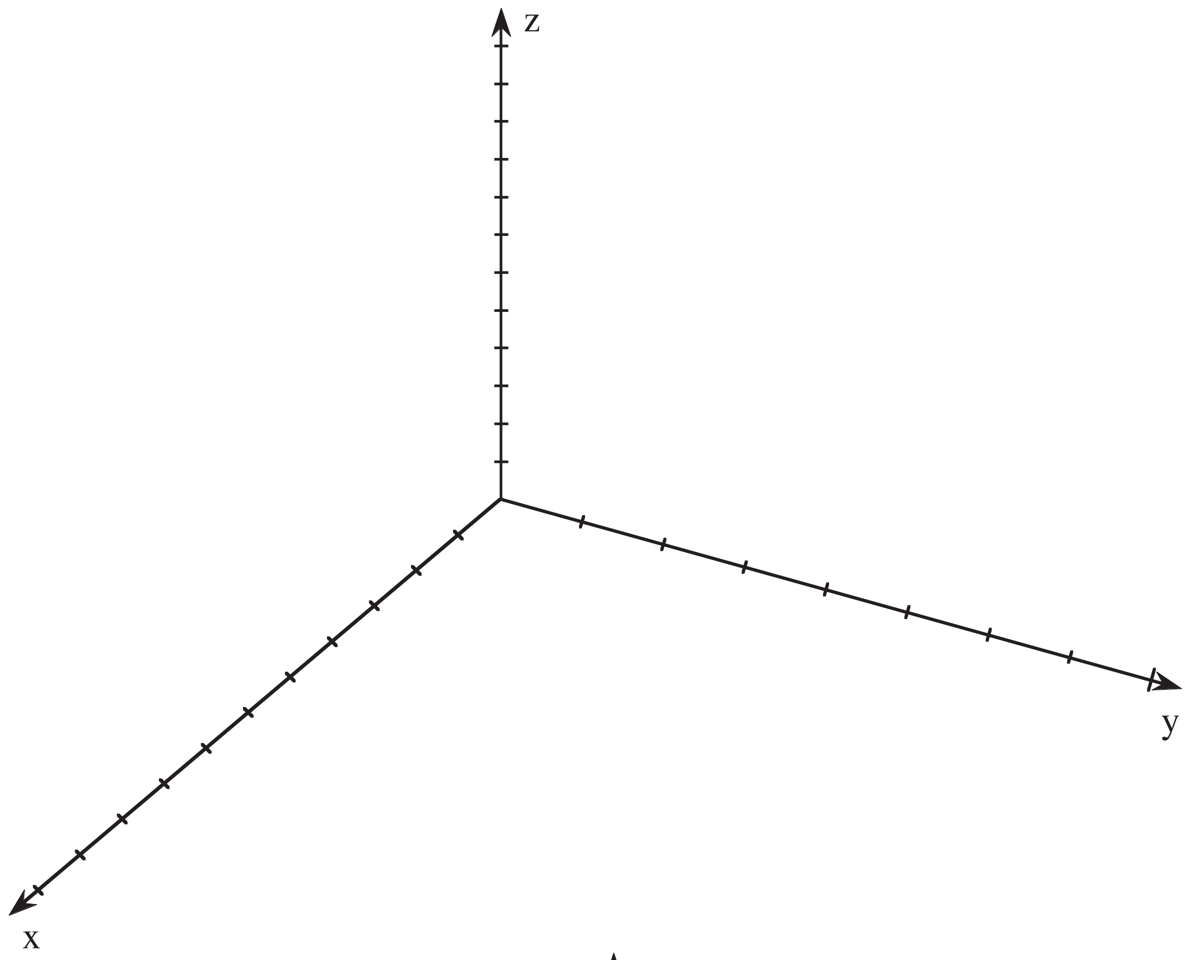
Représenter cette même situation en projection de Monge

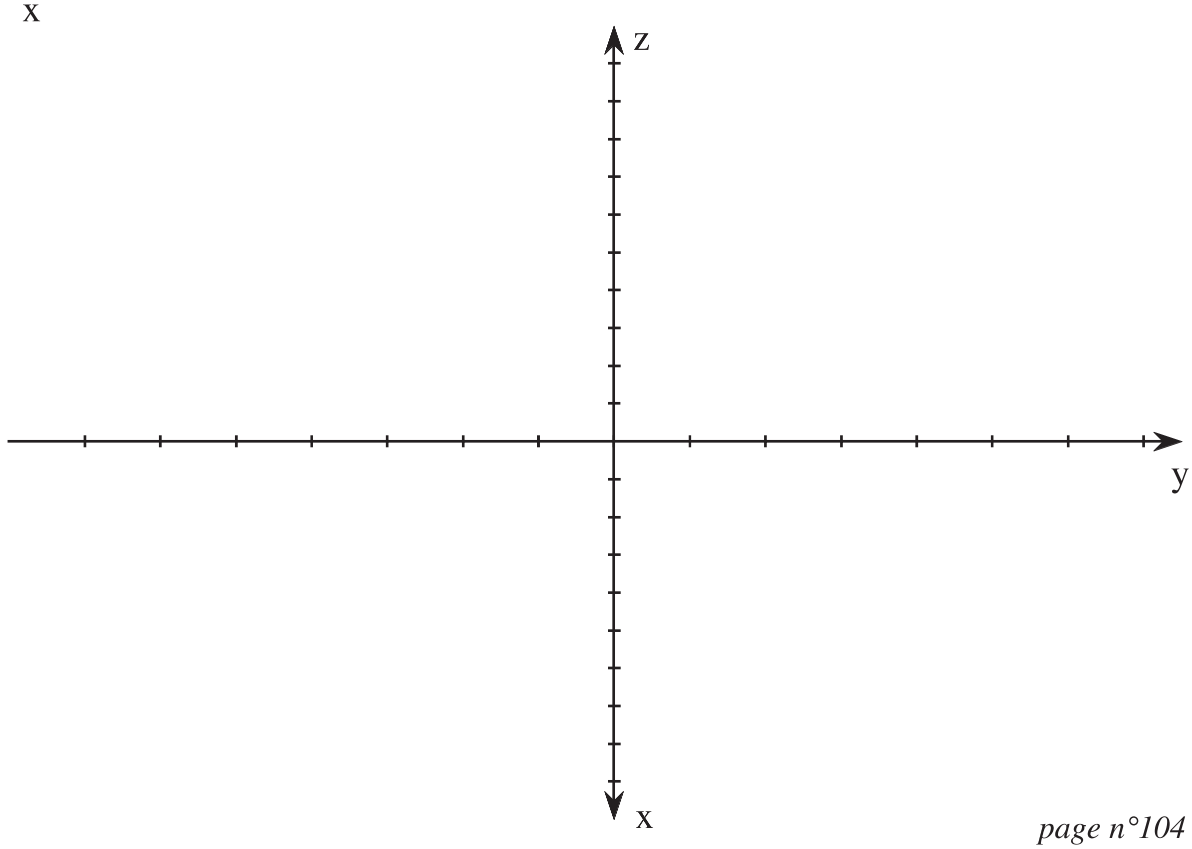




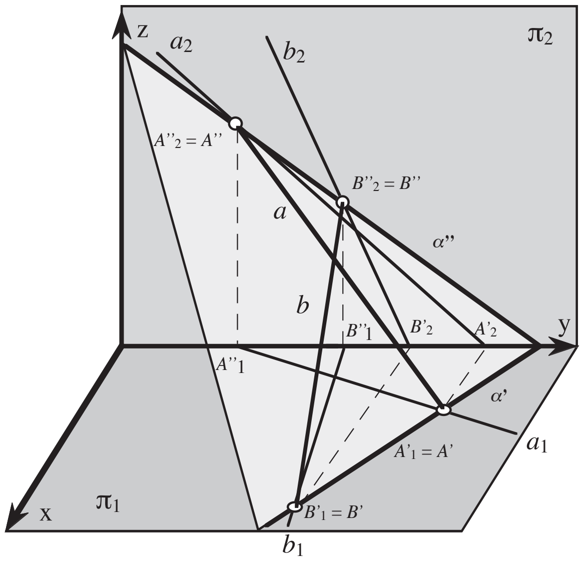
Exercice 4.18 (suite):

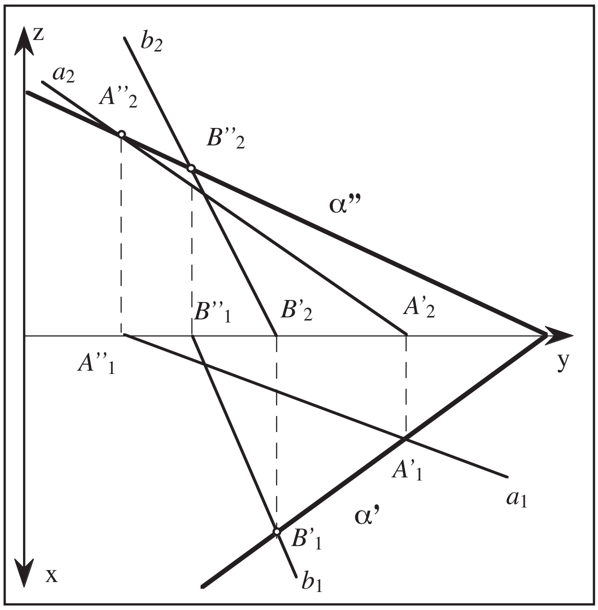
Mêmes questions avec $A(4 ; -4 ; 6)$ et $B(-4 ; 2 ; 1)$.





§3. Représentation d’un plan en Monge

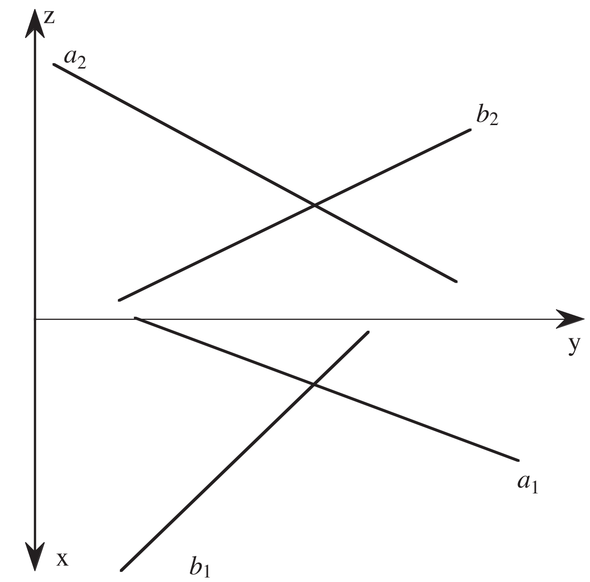


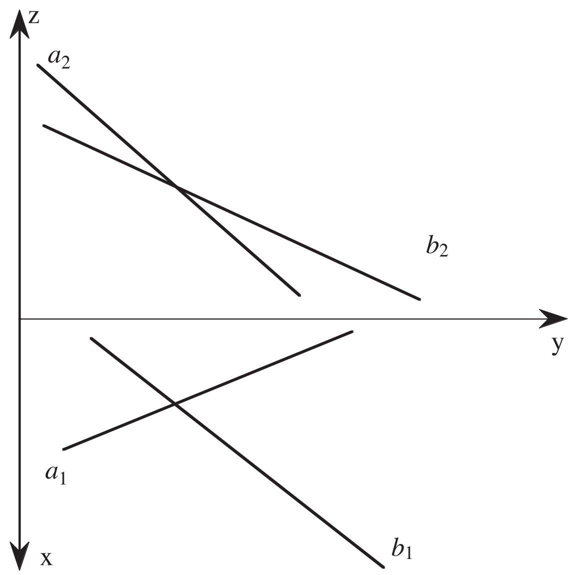


En projection de Monge (mais également en axonométrie), un plan α est représenté par ses traces α’, α’’ dans les plan Oxy, Oyz. Dans quelques rares cas, on peut être ammené à utiliser la 3ème trace.

Exercice 4.19:

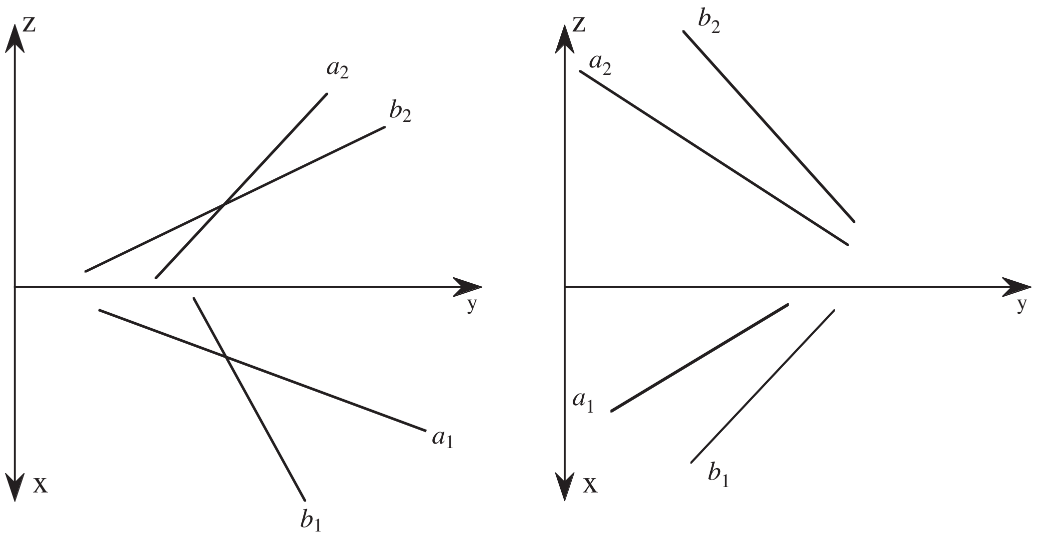
Vérifier que les droites *a* et *b* définissent un plan, puis construire ses traces α’ et α’’





Exercice 4.20:

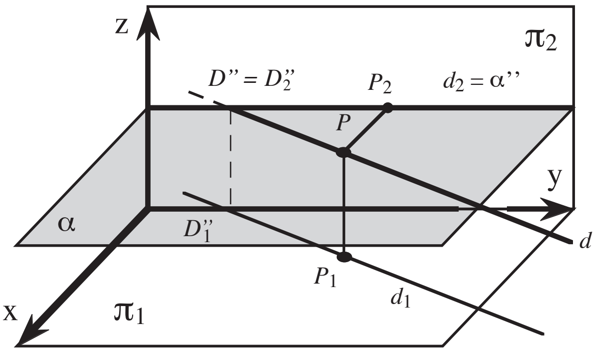
Construire, si elles existent, les traces du plan formé par les deux droites.



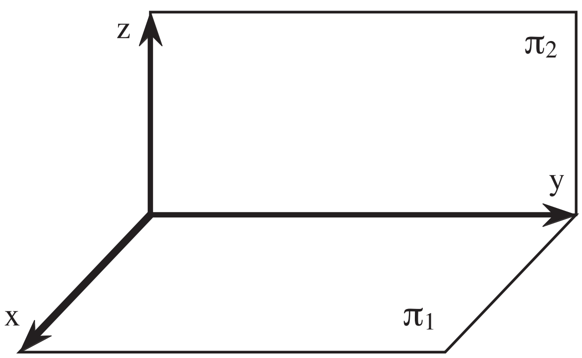
Exercice 4.21:

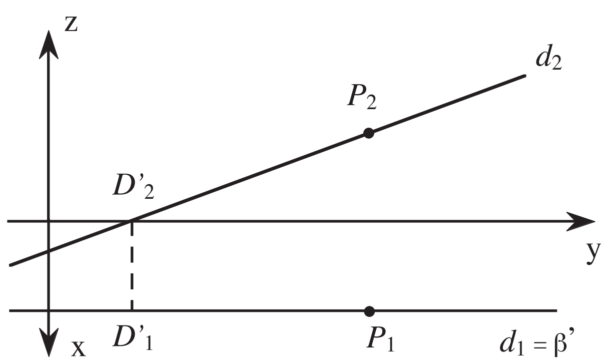
Compléter l'une ou l'autre des représentations (le plan, la droite d, le point P, les projections et traces)

<u>**Perspective 3D**</u> <u>**Projection de Monge**</u>



Un plan α est **horizontal** s'il est parallèle au sol π_1

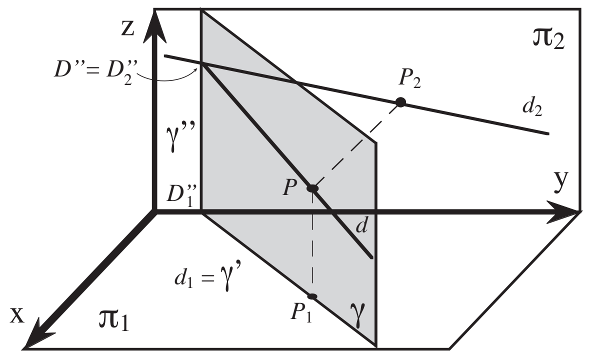




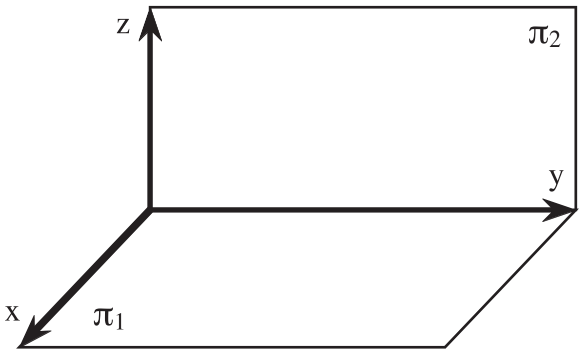
Un plan β est **frontal** s'il est parallèle au mur π_2

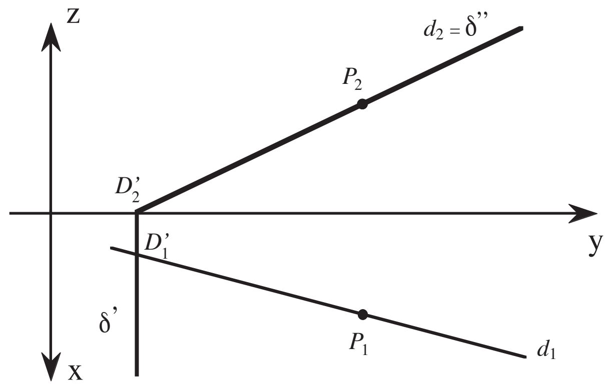
Exercice 4.21 (suite):

Compléter l'une ou l'autre des représentations (le plan, la droite d, le point P, les projections et traces)

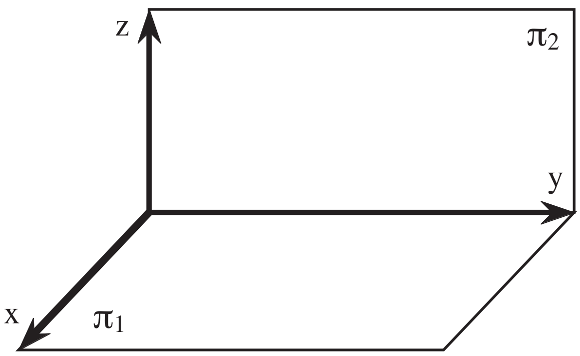


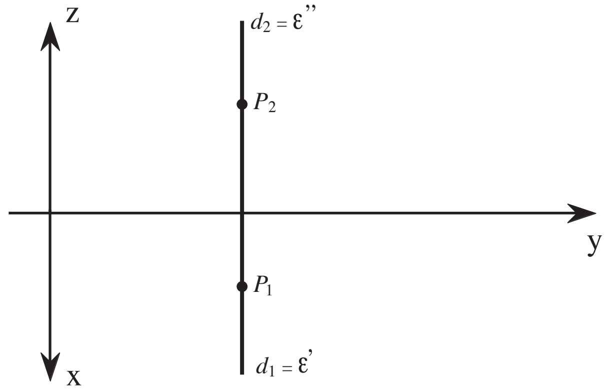
Un plan γ est **vertical** s'il est perpendiculaire au sol π_1





Un plan δ est **de bout** s'il est perpendiculaire au mur π_2

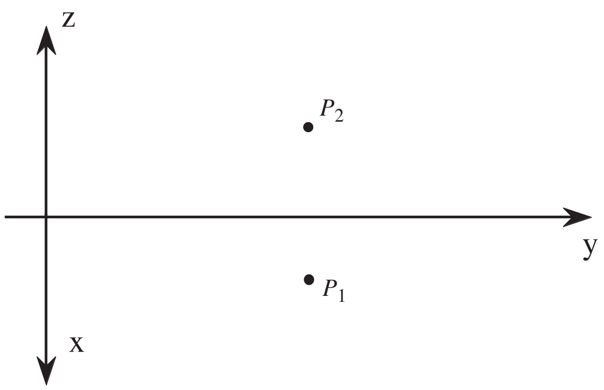




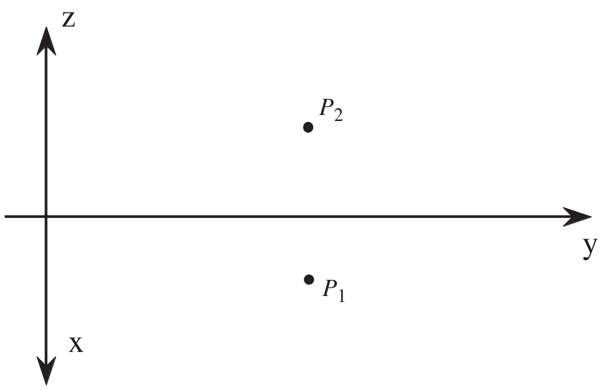
Un plan ε est de **profil** s'il est perpendiculaire à Oy

Exercice 4.22:

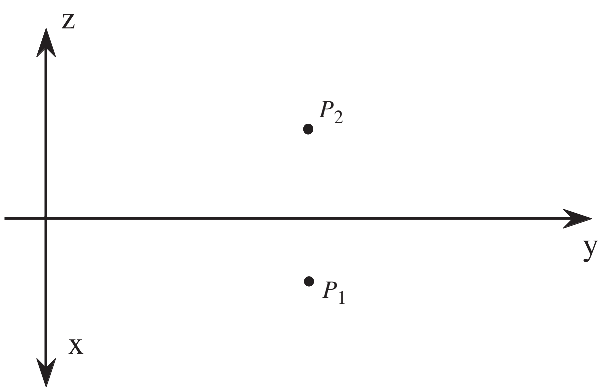
Construire les traces d'un plan α vertical et d'un plan β de bout, les deux contenant le point P



Construire les traces d'un plan α horizontal et d'un plan β de profil, les deux contenant le point P

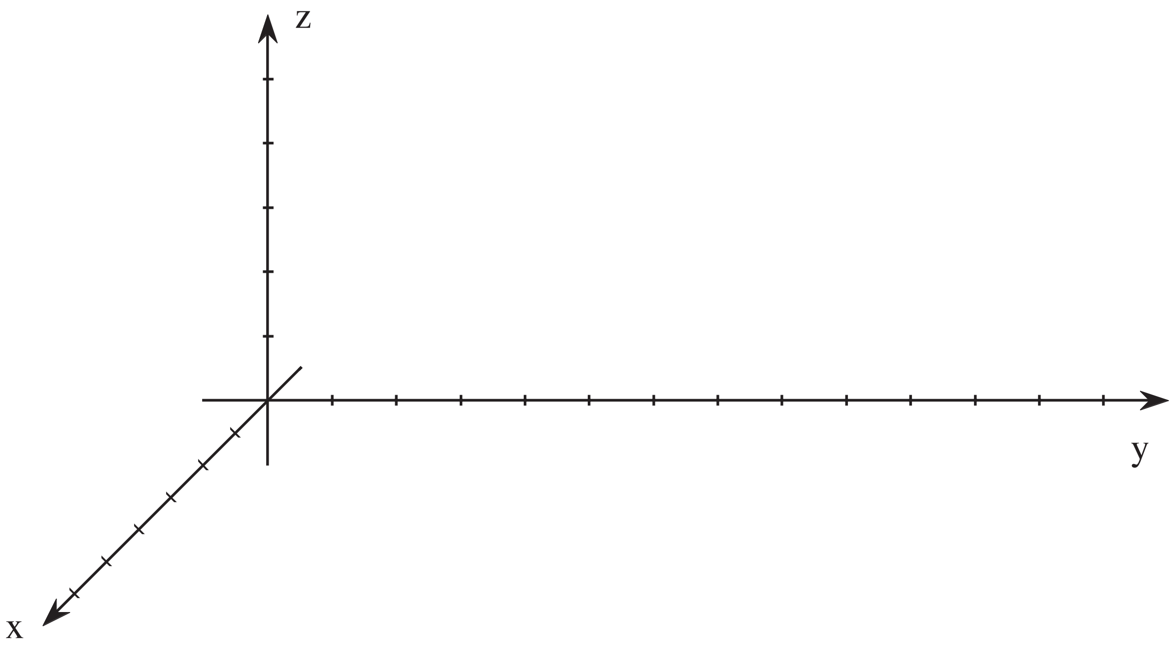


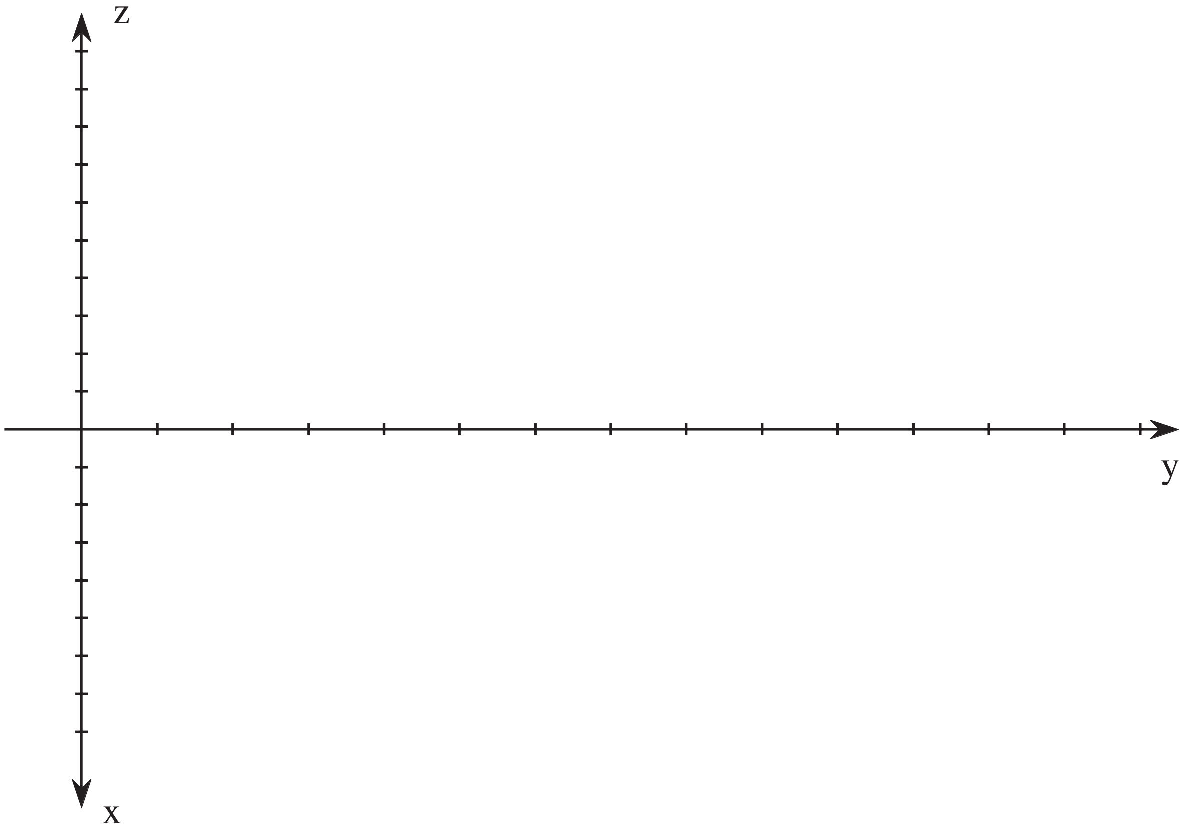
Construire les traces d'un plan α frontal et d'un plan β de bout, les deux contenant le point P



Exercice 4.23:

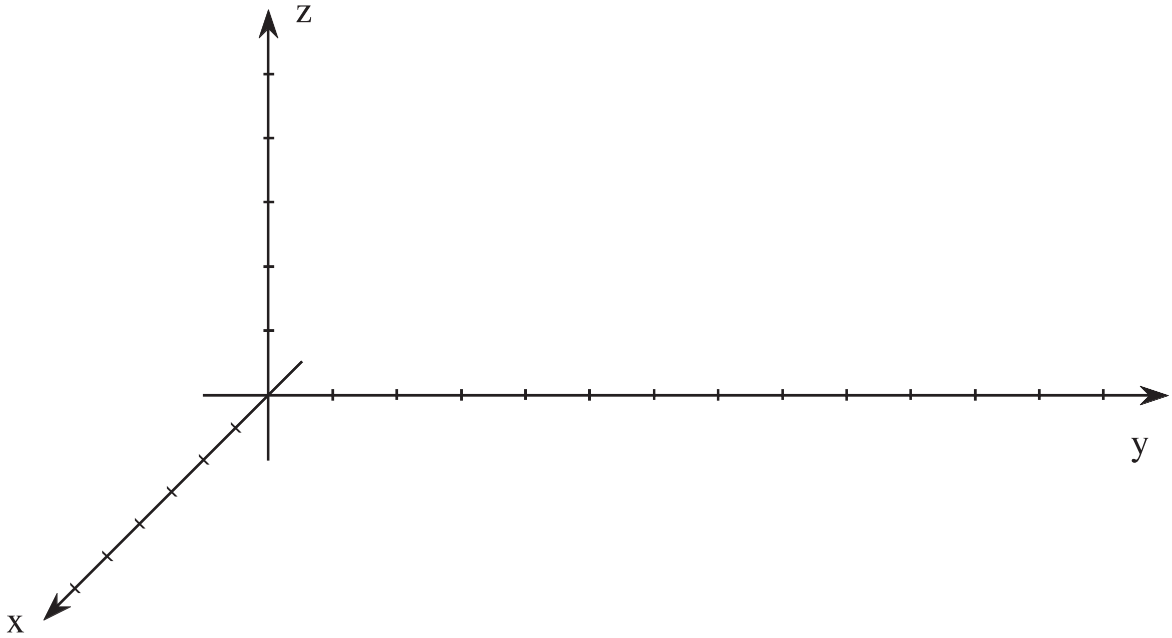
Construire en axonométrie, puis en Monge, les traces du plan passant par
$A(6\,;\,6{,}5\,;\,1{,}5)$, $B(1\,;\,7\,;\,7)$ et $C(1{,}5\,;\,9{,}5\,;\,4)$

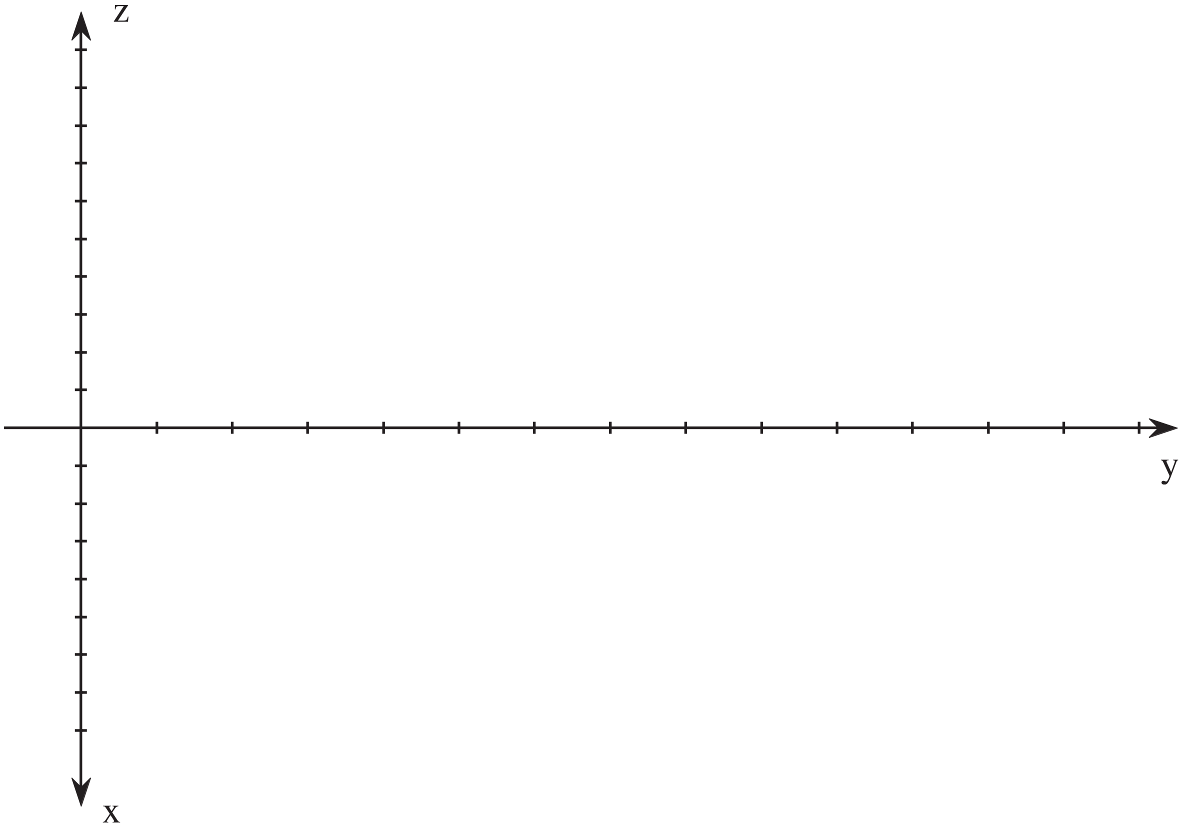




Exercice 4.24:

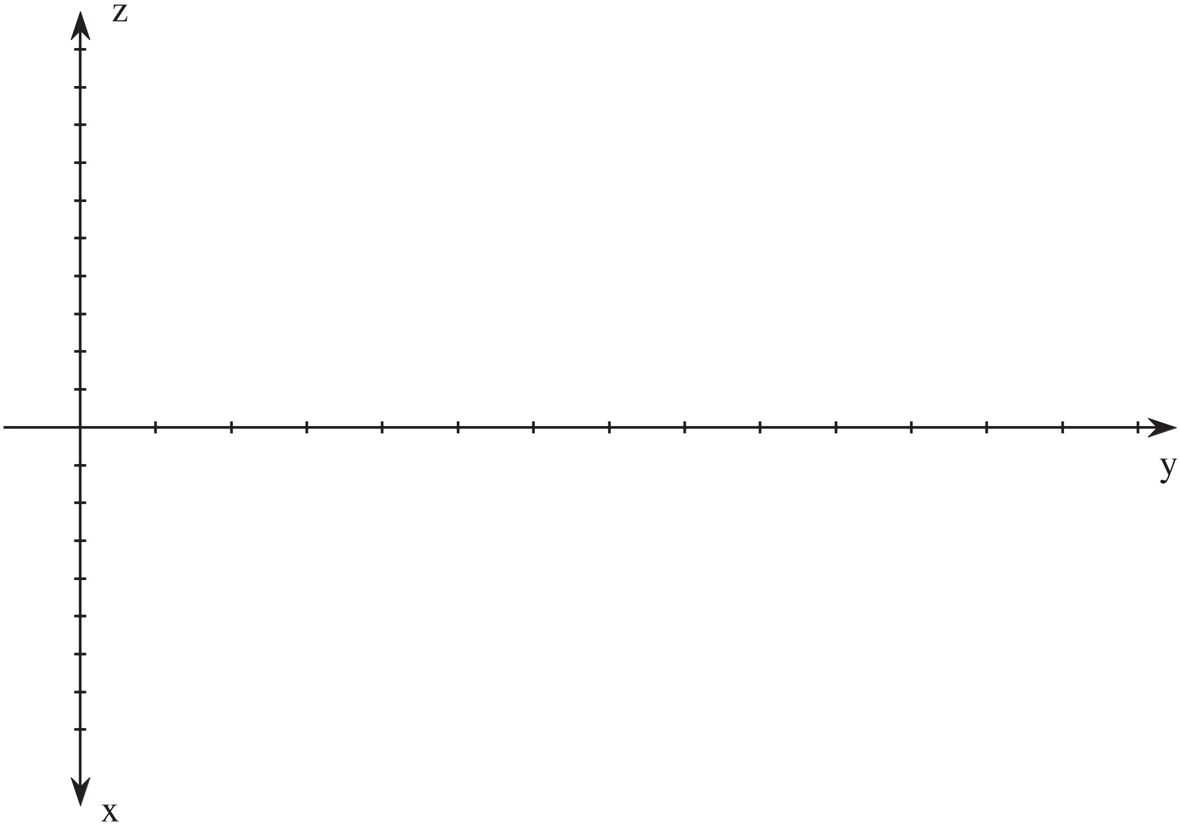
Construire en axonométrie, puis en Monge, les traces du plan passant par
$A(2\ ;\ 4\ ;\ 2)$, $B(6\ ;\ 1\ ;\ 1)$ et $C(2\ ;\ 1\ ;\ 4)$





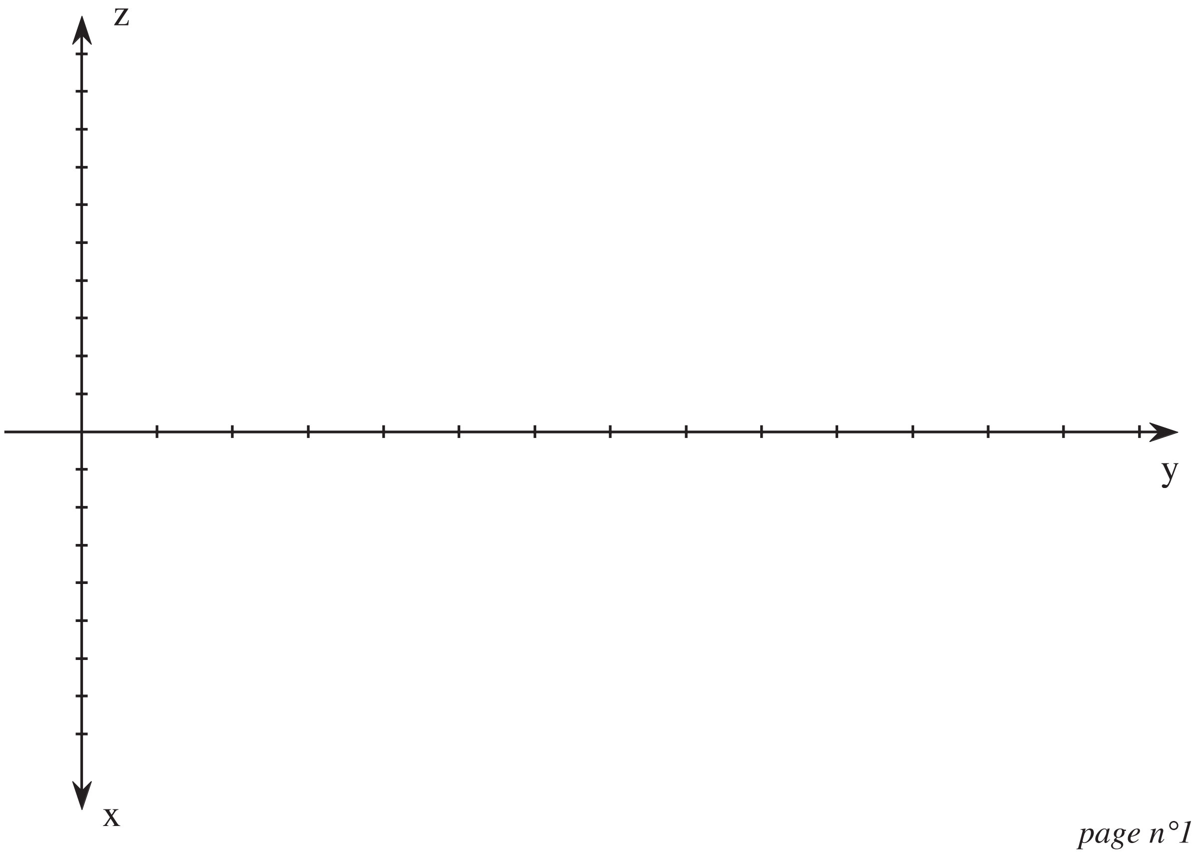
Exercice 4.25:

Construire les traces du plan passant par $A(2\,;3\,;4)$, $B(3\,;7\,;1)$ et $C(3\,;1\,;8)$



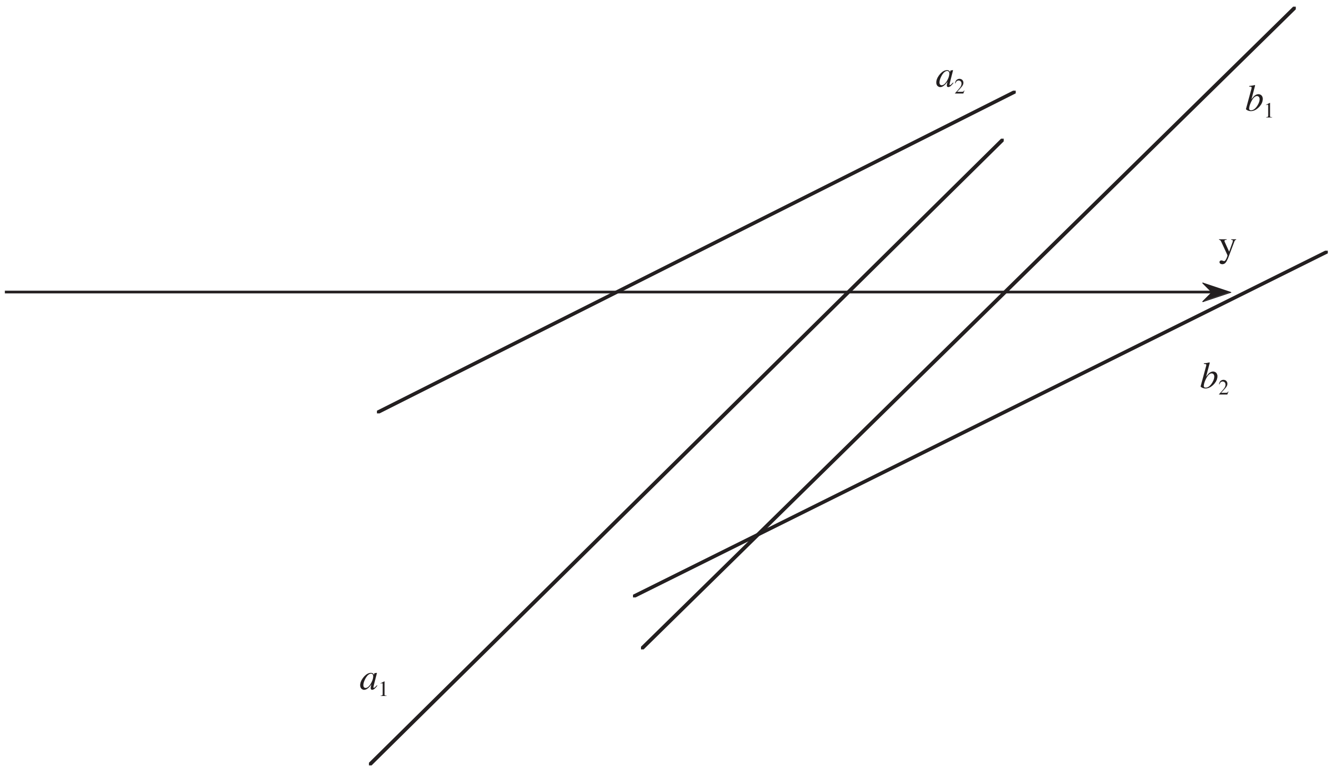
Exercice 4.26:

Même consigne avec $A(2\,;3\,;4)$, $B(3\,;7\,;1)$ et $C(3\,;1\,;1)$

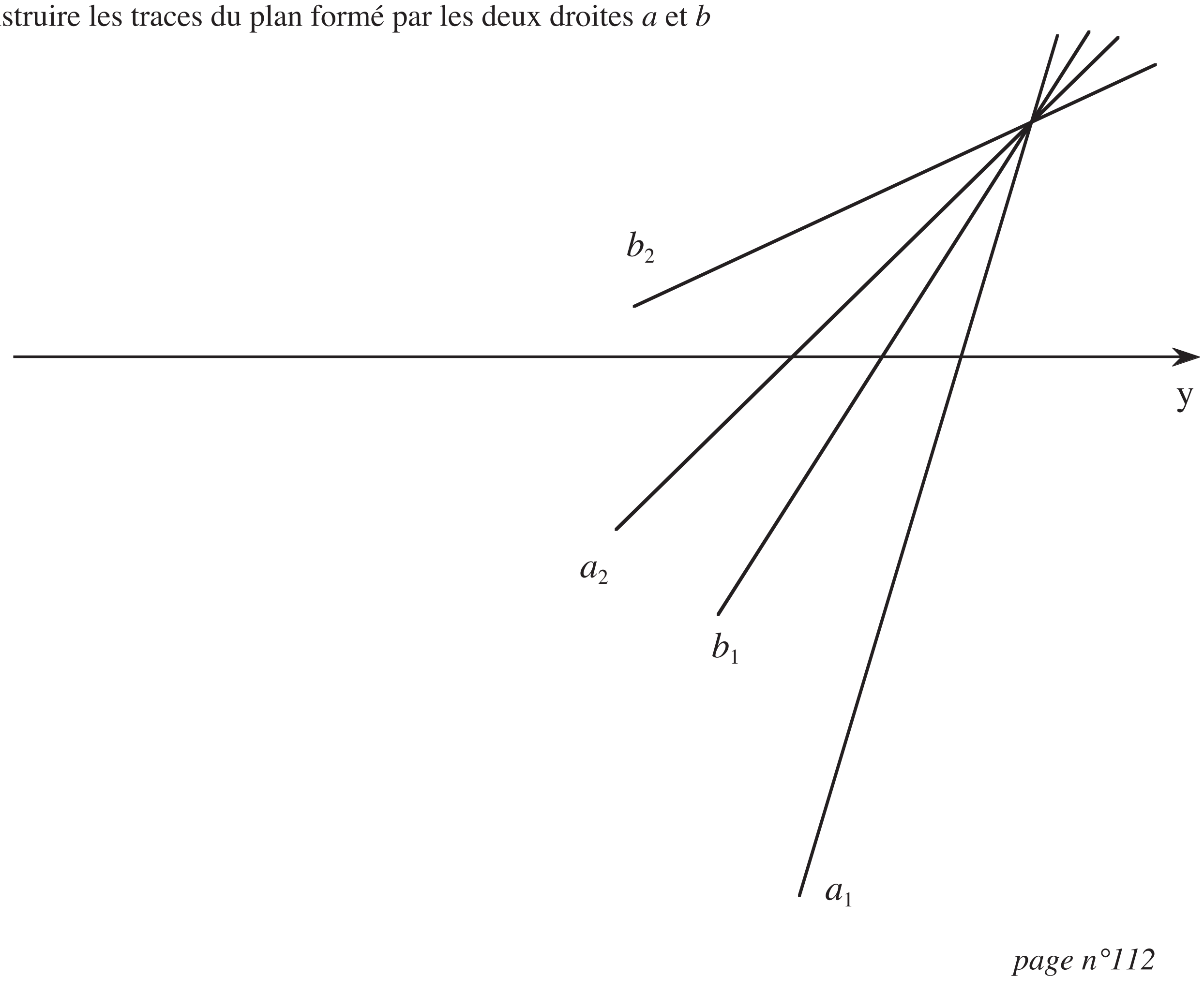


Exercice 4.27:

Construire les traces du plan formé par les deux droites *a* et *b*



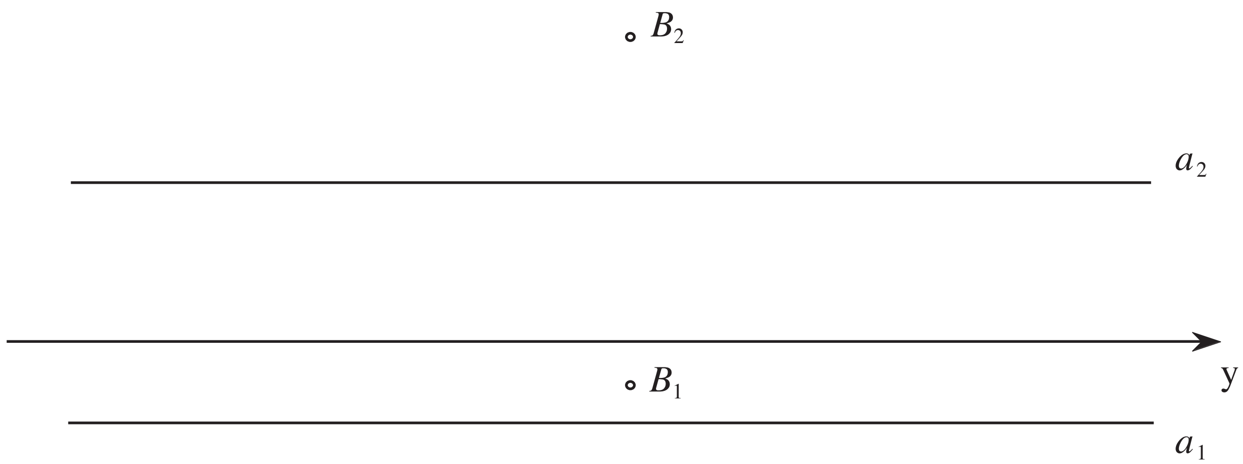
Construire les traces du plan formé par les deux droites *a* et *b*



Exercice 4.28:

En s'aidant dans un premier temps d'une esquisse 3D représentant la situation, construire les traces du plan formé par le point *B* et la droite *a* parallèle à l'axe y

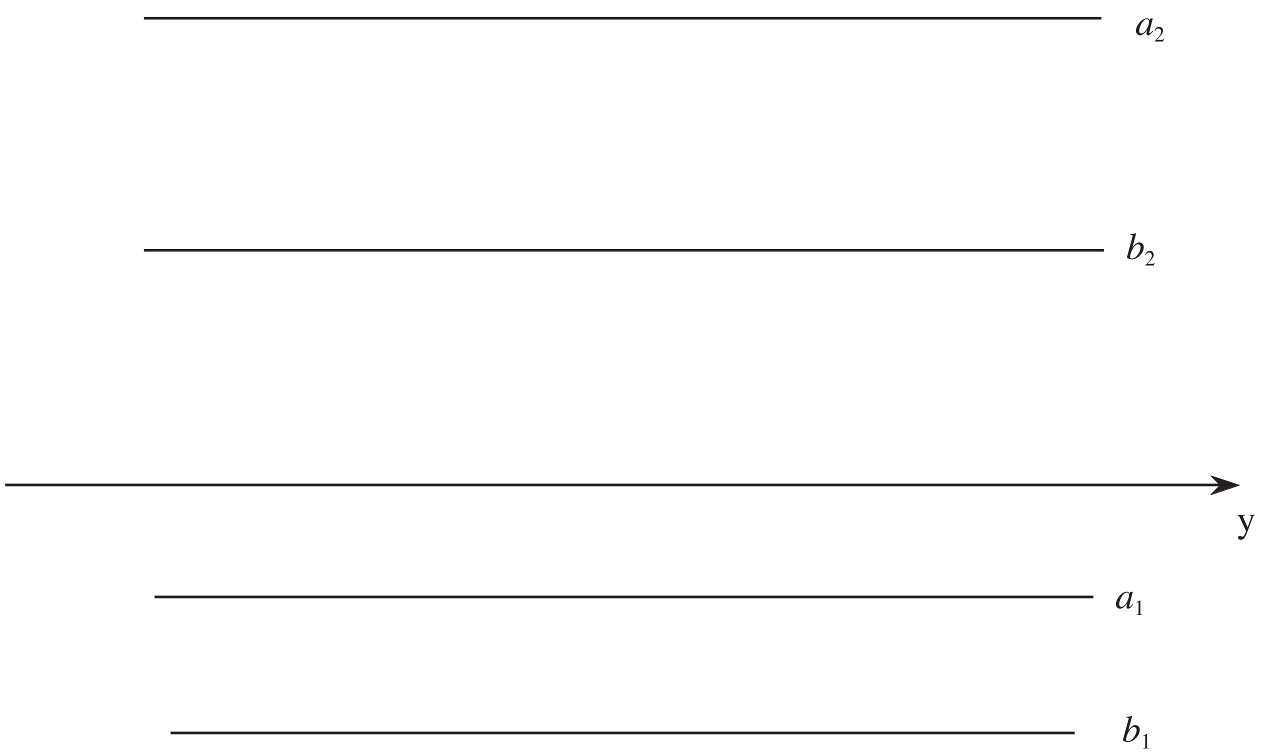
Esquisse 3D



Exercice 4.29:

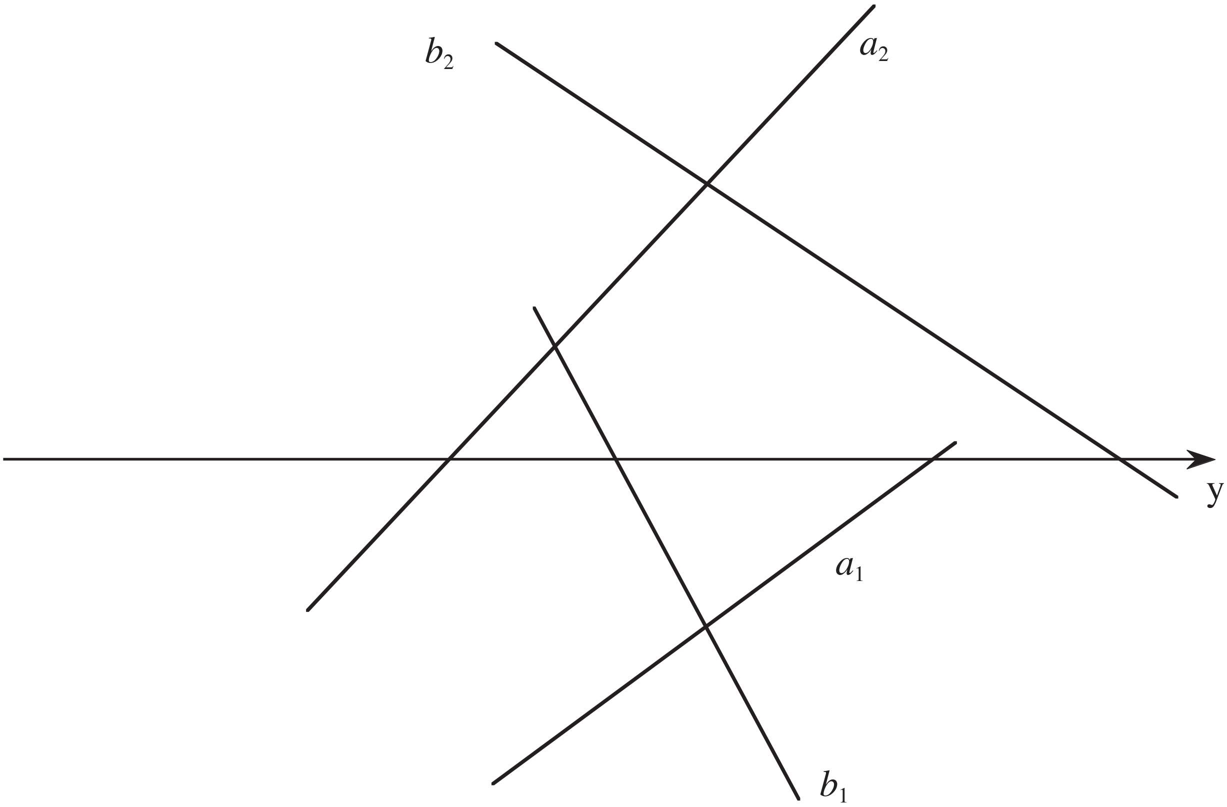
En s'aidant dans un premier temps d'une esquisse 3D représentant la situation, construire les traces du plan formé par les droites a et b

Esquisse 3D



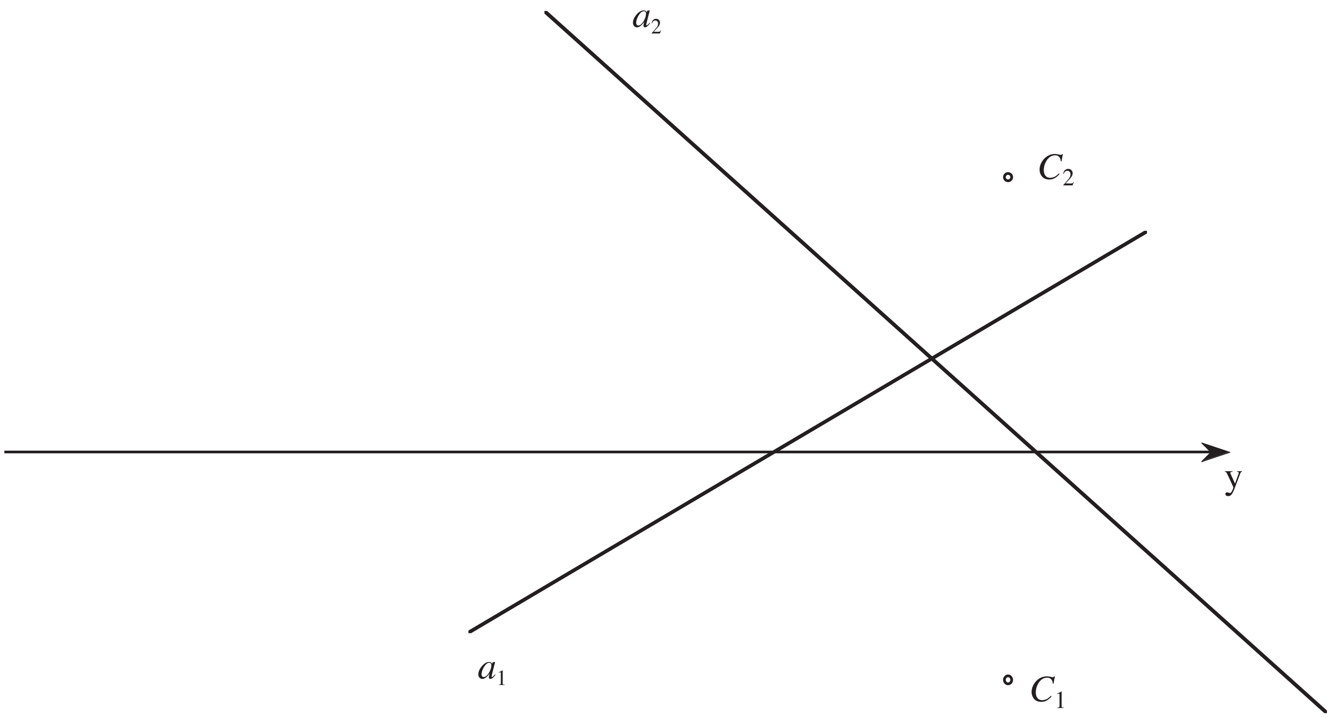
Exercice 4.30:

Construire les traces du plan formé par les deux droites *a* et *b*



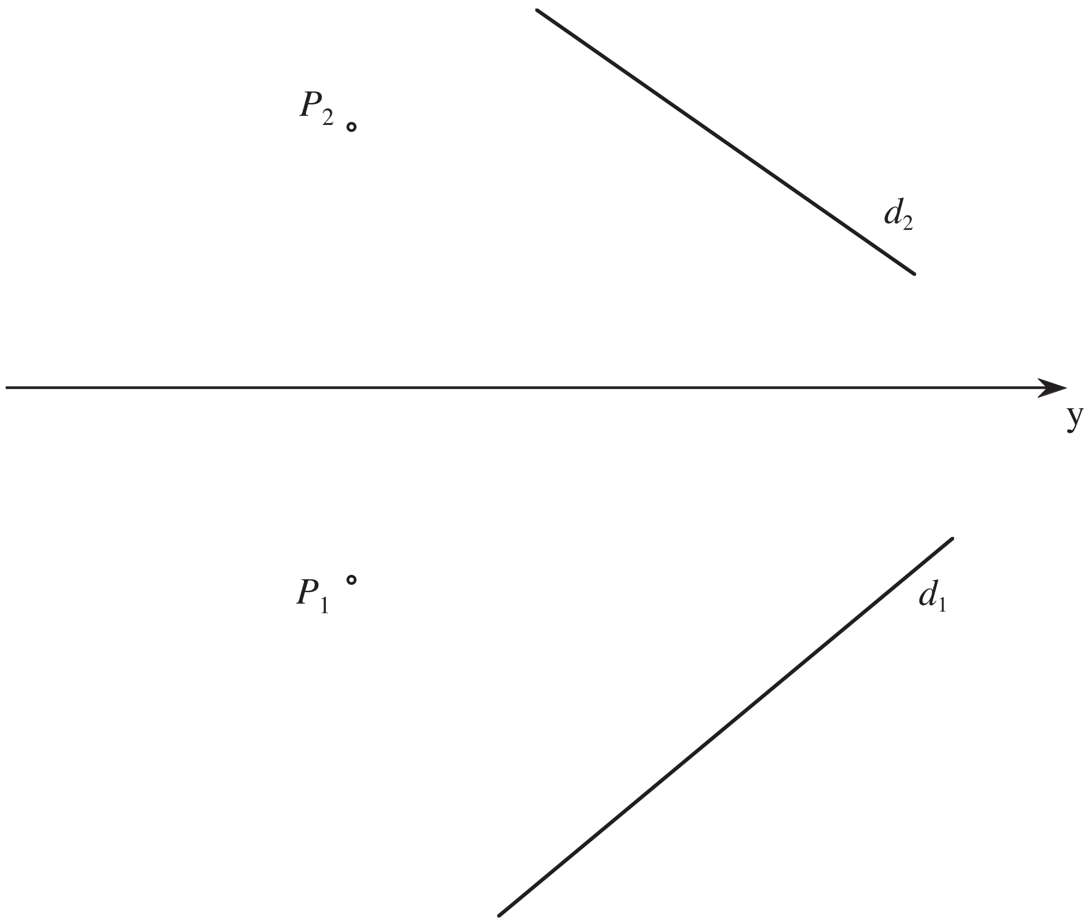
Exercice 4.31:

Construire les traces du plan formé par la droite *a* et le point *C*



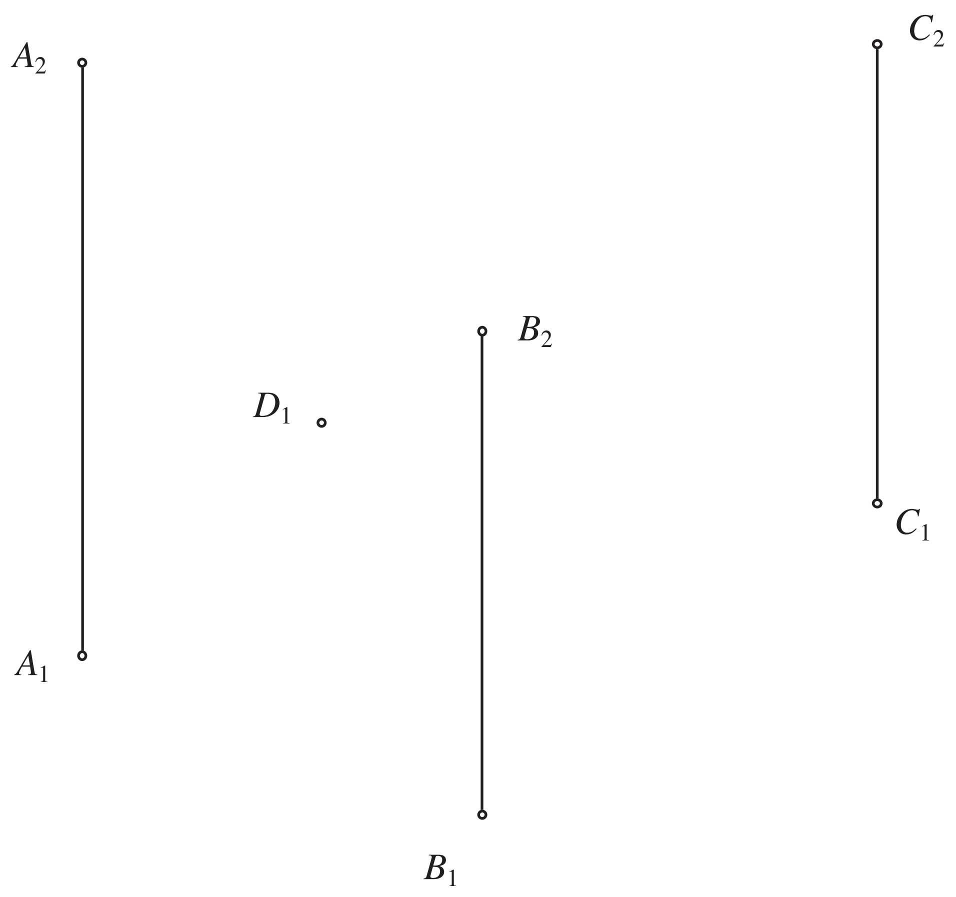
Exercice 4.32:

Construire les projections et les traces des droites h et f passant par P et coupant d, si l'on sait que h est horizontale et f frontale



Exercice 4.33:

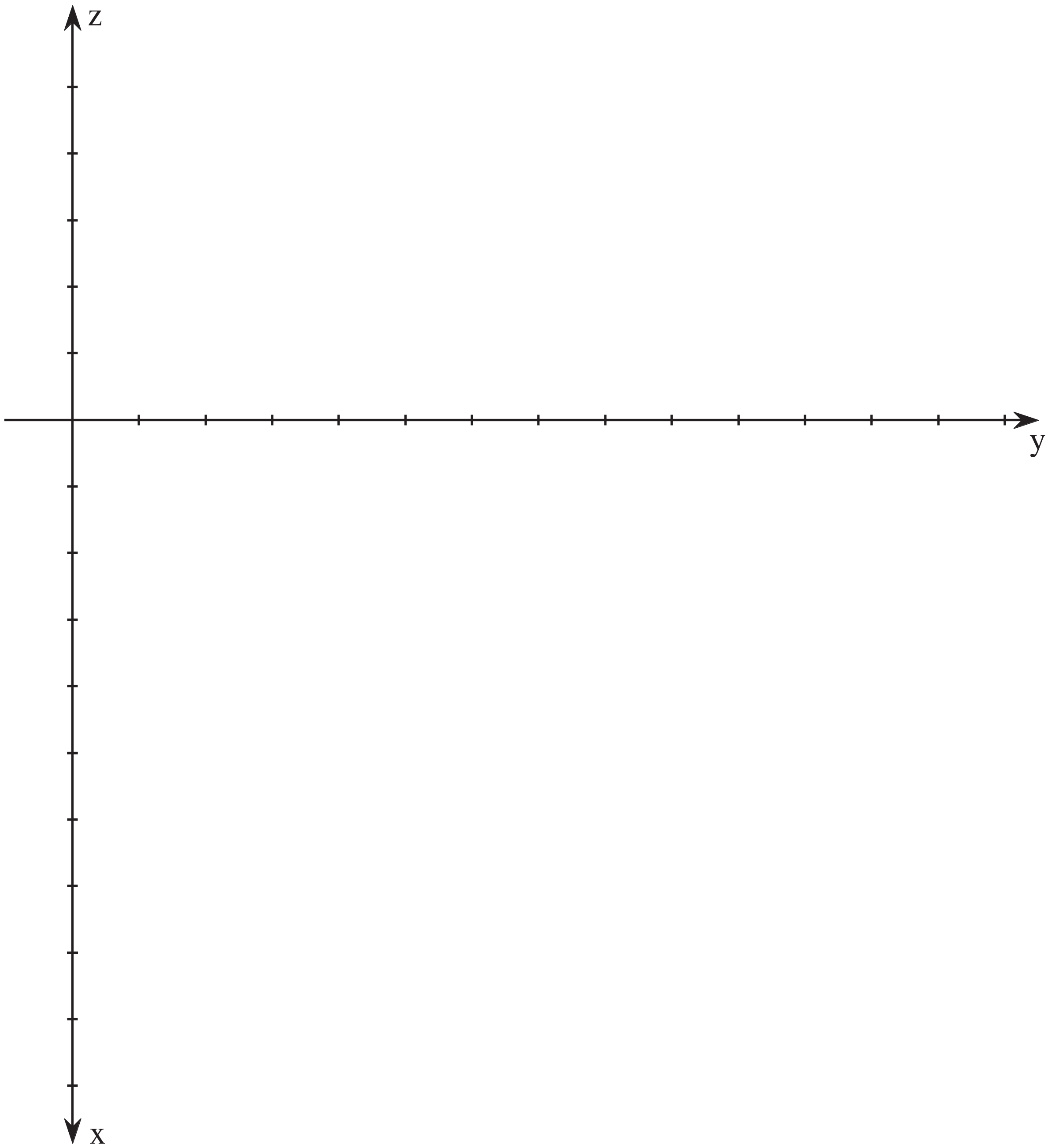
Construire D_2 sachant que A, B, C et D sont coplanaires



Exercice 4.34:

On donne les points $A(9 ; 1 ; 3)$, $B(10 ; 3 ; 1)$, $C(5 ; 6 ; 4)$, $D(? ; 5 ; 8)$, $E(? ; 2 ; 7)$ et $S(11 ; 13 ; 2)$

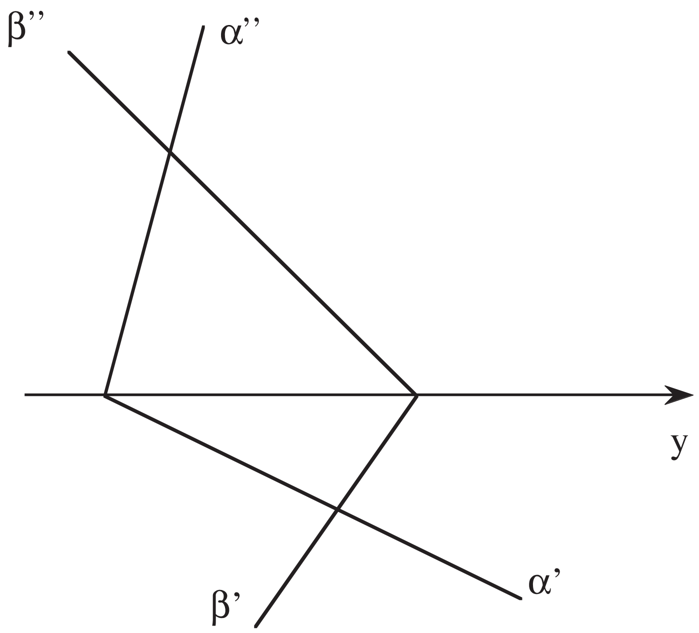
a) Construire la première projection des points D et E sachant que les points $ABCDE$ sont coplanaires
b) Construire avec visibilité les deux projections de la pyramide $SABCDE$ de sommet S



Exercice 4.35:

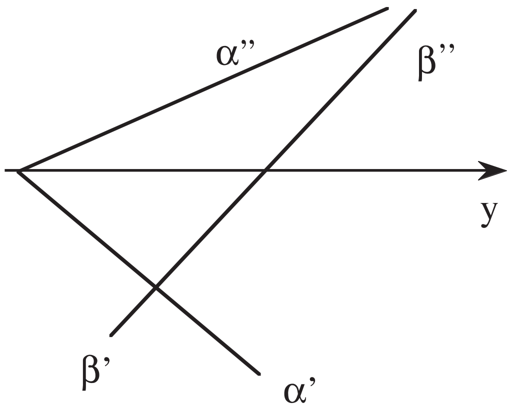
En s'aidant dans un premier temps d'une esquisse 3D représentant la situation, construire l'intersection des plans α et β donnés par leurs traces

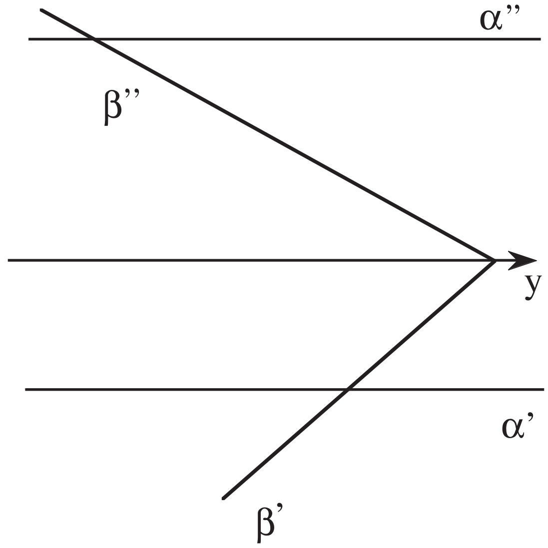
Esquisse 3D

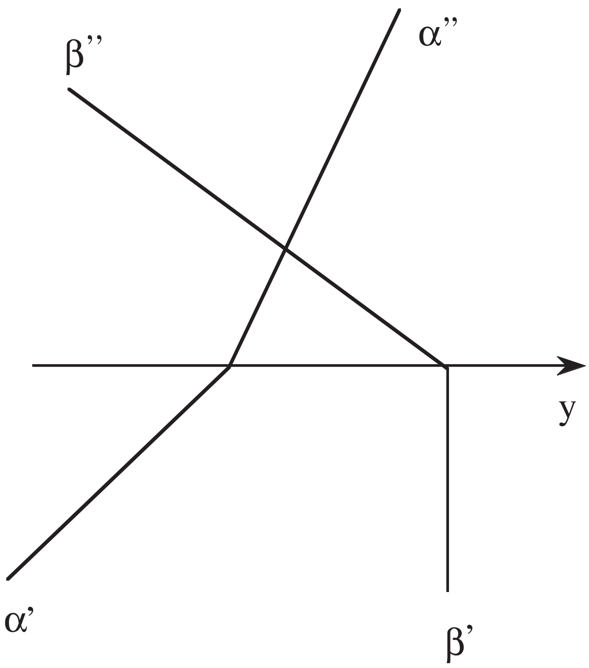


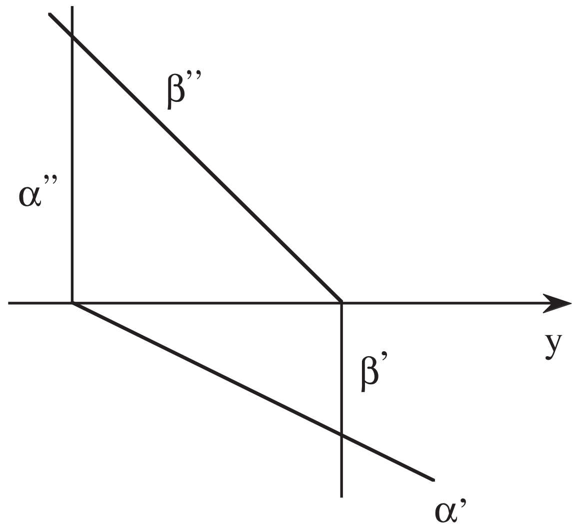
Exercice 4.36:

Construire l'intersection des plans α et β donnés par leurs traces



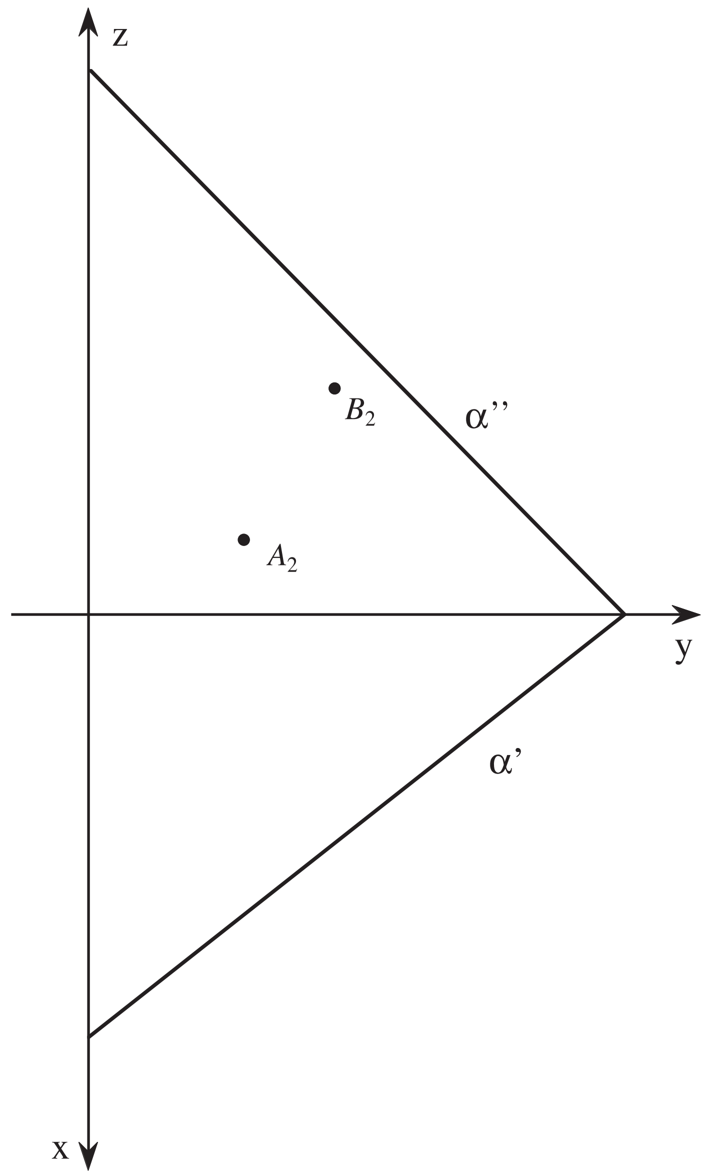


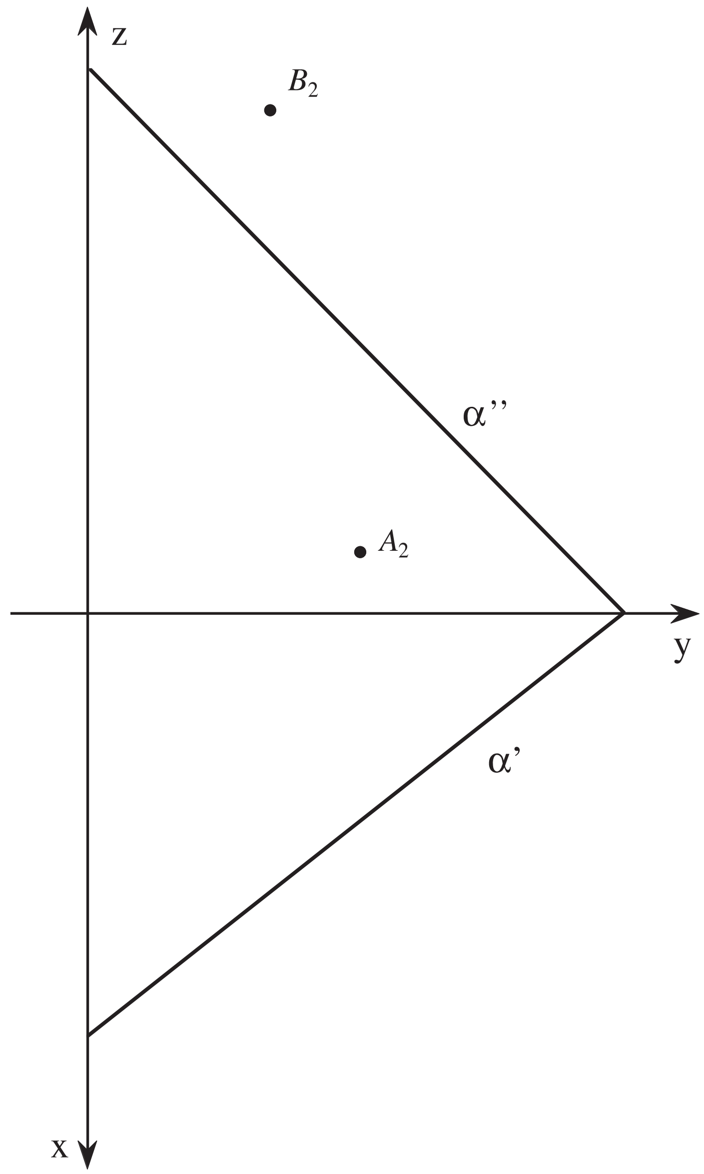




Exercice 4.37 (début):

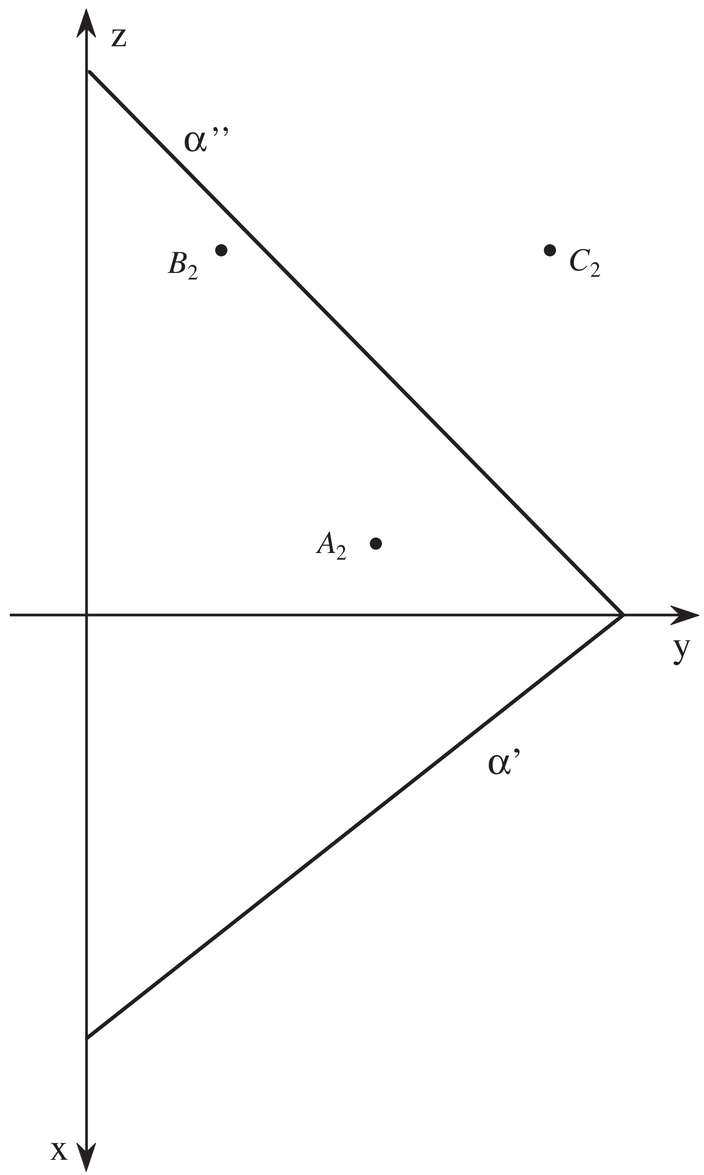
Dans les 2 figures suivantes, on donne la deuxième projection des points *A* et *B* situés dans le plan α donné par ses traces.
Construire la 1ère projection de ces 2 points.

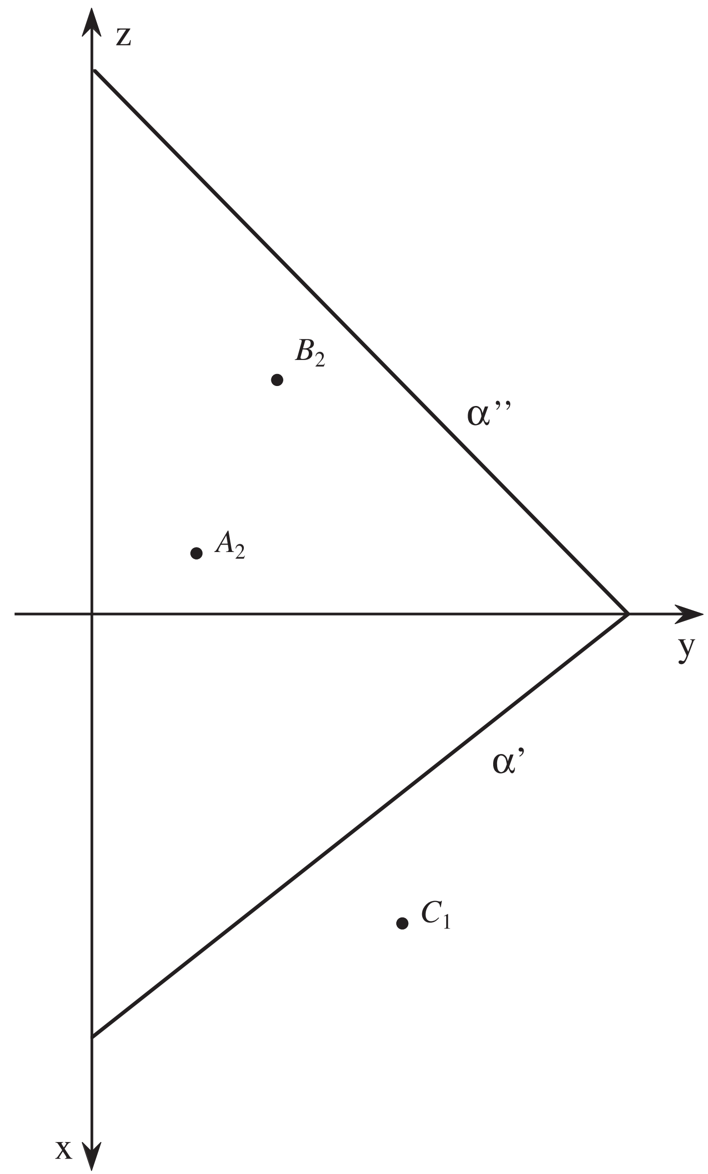




Exercice 4.37 (suite):

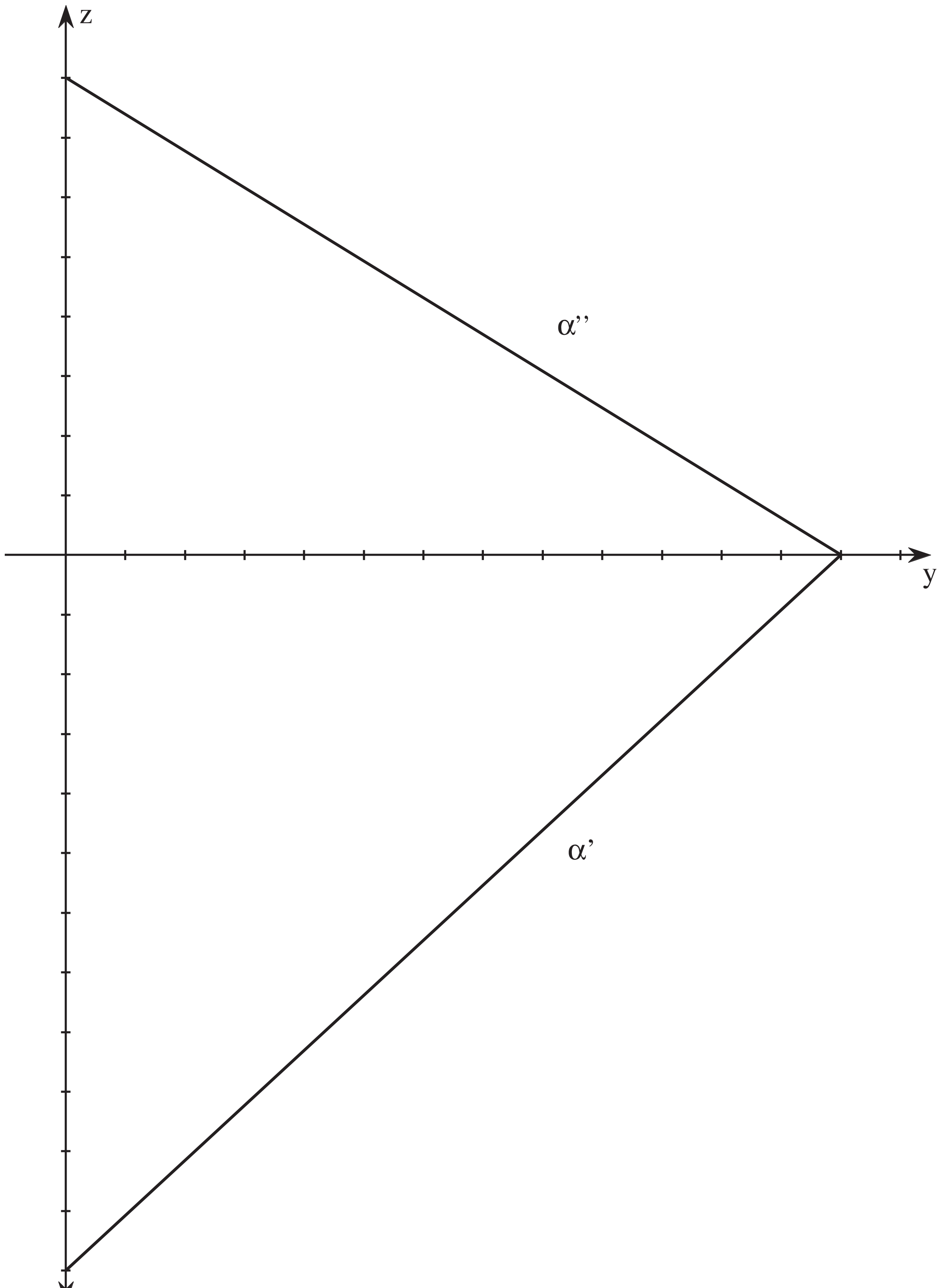
Dans les 2 figures suivantes, on donne une des 2 projections des sommets A, B et C d'un triangle situés dans le plan α donné par ses traces.
Construire la projection manquante de ces 3 sommets puis les projections du triangle.





Exercice 4.37 (fin):

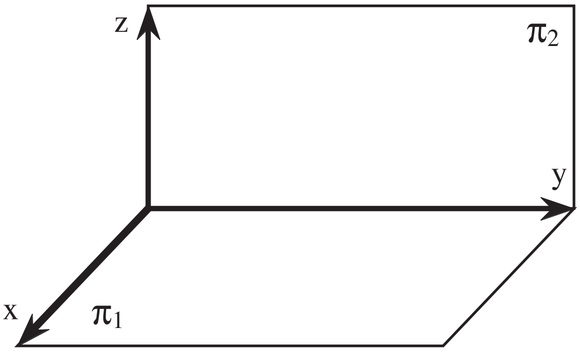
On donne les points $A(? ; 1 ; 3)$, $B(? ; 3 ; 5{,}5)$, $C(? ; 6 ; 7)$, $D(? ; 9 ; 2)$, $E(? ; 5 ; -2)$.
Construire les deux projections du polygone *ABCDE* compris dans le plan α donné par ses traces.

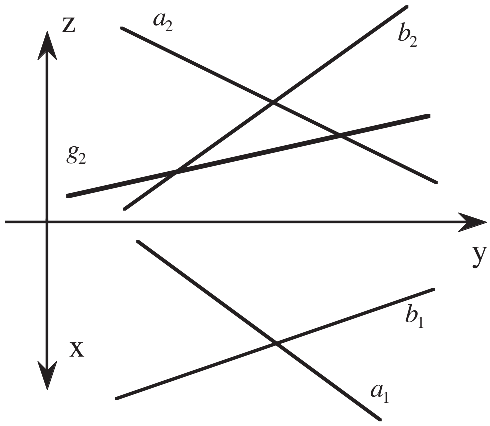


Exercice 4.38:

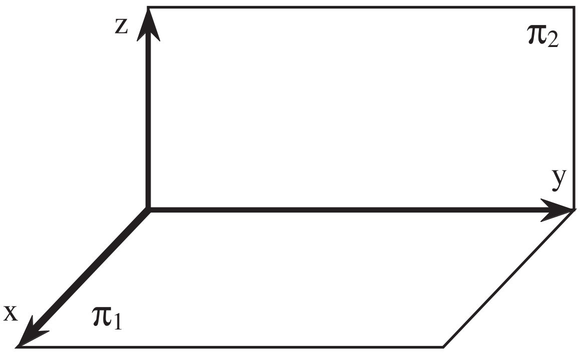
En vous aidant de l'esquisse 3D, construire la 1ère projection g_1 d'une droite g, sachant que g est contenu dans le plan formé par les droites a et b

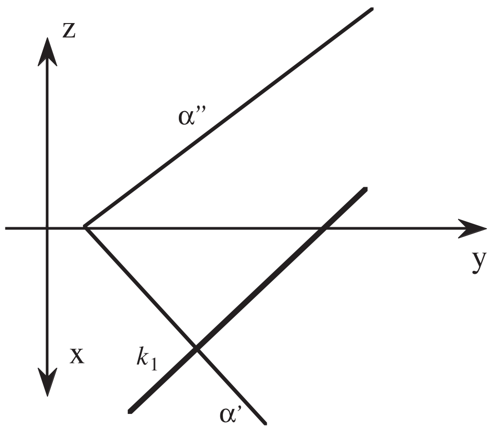
Une des difficultés principales de cet exercice est de rendre cohérent les deux représentations.





En vous aidant de l'esquisse 3D, construire la 2ème projection k_2 d'une droite k, sachant que k est contenu dans le plan α





En vous aidant de l'esquisse 3D, construire la 2ème projection P_2 d'un point P, sachant que P est contenu dans le plan formé par les droites a et b