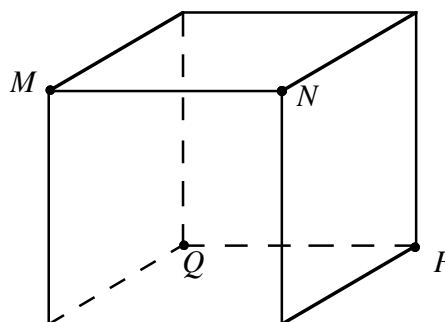
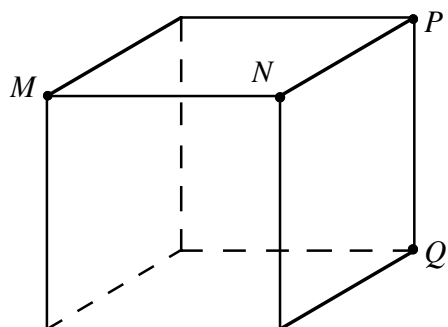


CHAPITRE 2: L'esquisse en 3D

§1. Les constructions dans le cube

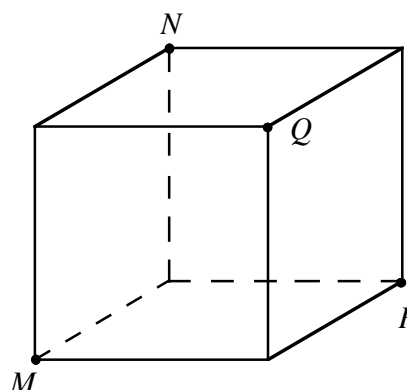
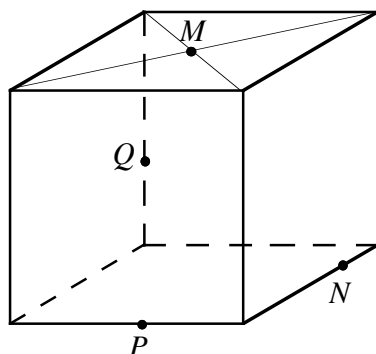
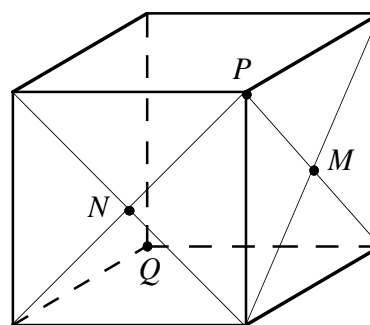
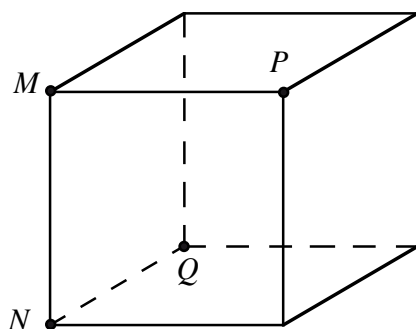
Exercice 2.1 :

Combien de plans différents sont formés par les points M, N, P et Q ?
Quel est le nom de la figure formée par ces 4 points ?



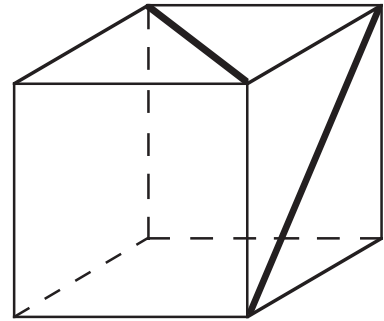
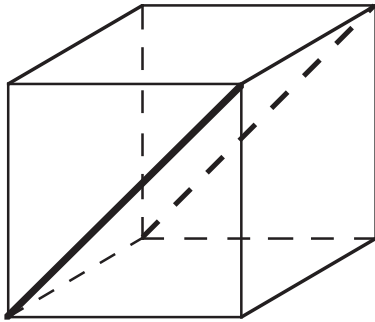
Remarques:

- Trois points non alignés définissent un plan.
- Quatre points sont dits coplanaires s'ils sont contenus dans un même plan.



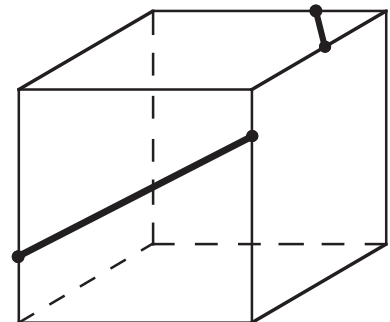
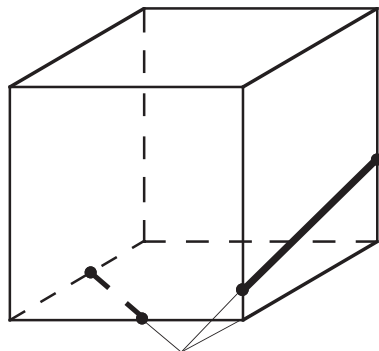
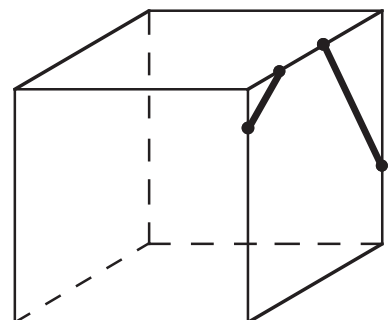
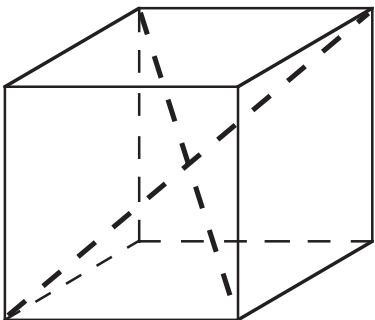
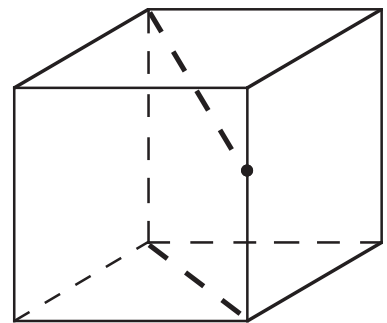
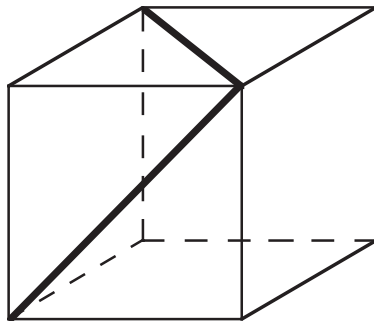
Exercice 2.2 :

Dans quels cas les droites portées par les segments sont-elles coplanaires ? et préciser dans ce cas si elle sont parallèles ou sécantes.



Remarques:

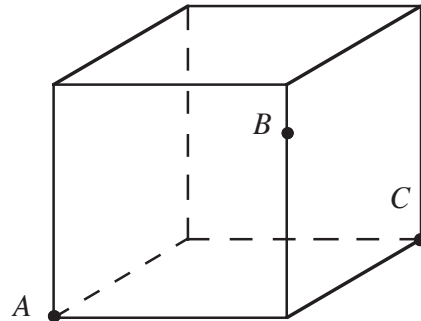
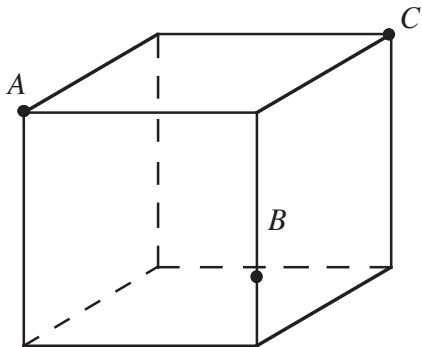
- Deux droites sont coplanaires $\Leftrightarrow$ elles sont confondues ou sécantes ou parallèles.
- Deux droites sont dites gauches si elles ne sont pas contenues dans un même plan.



Exercice 2.3:

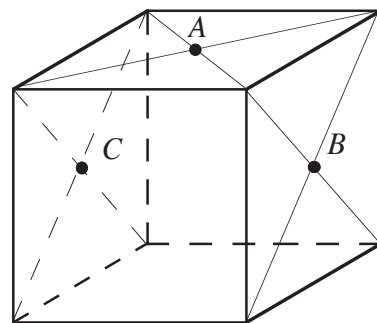
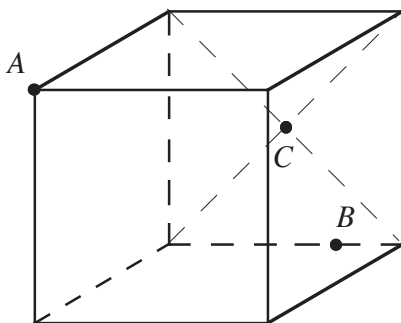
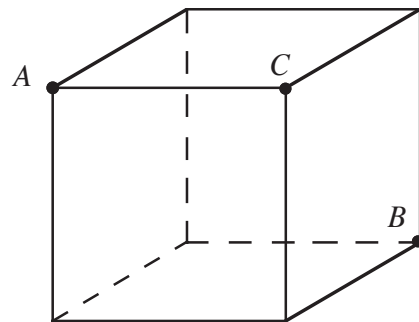
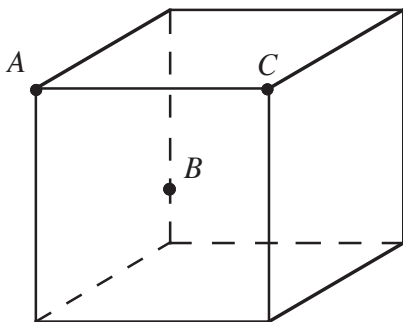
Construire l'intersection P de la droite AB avec le plan de base du cube.

De même construire $P' = BC \cap \text{plan de base}$.



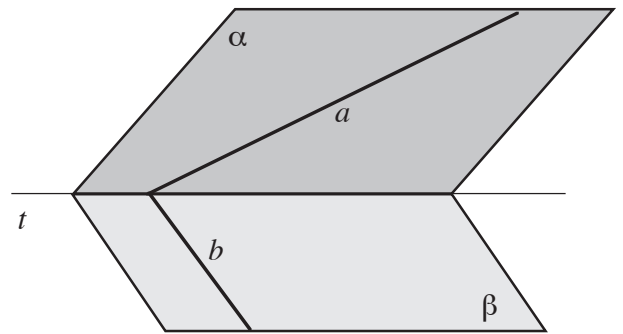
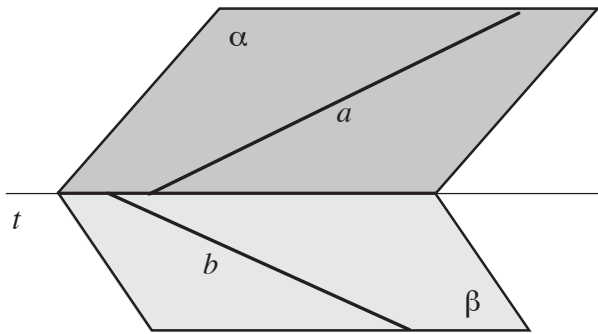
Remarques:

- Le point P s'appelle la **trace de AB sur le plan de base**.
- De même P' est la **trace de BC sur le plan de base**.
- La droite PP' , qu'il s'agit également de représenter, correspond à l'intersection du plan formé par les points ABC avec le plan de base.
Cette droite s'appelle la **trace du plan ABC sur le plan de base**.



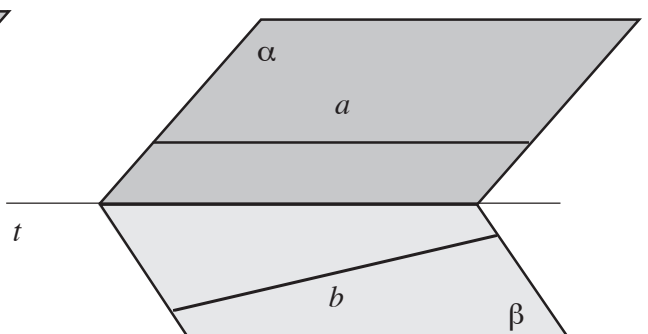
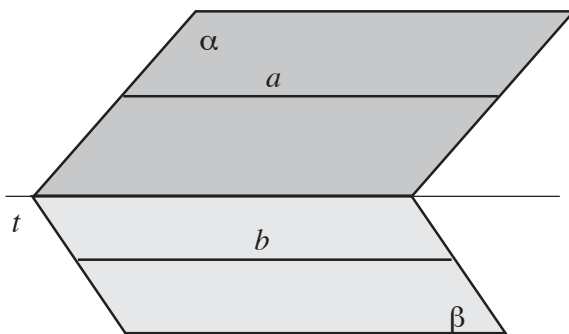
Exercice 2.4:

Dans quels cas (justifier) les 2 droites a et b sont-elles coplanaires ?



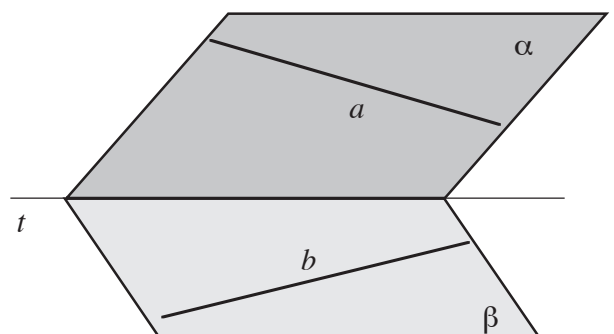
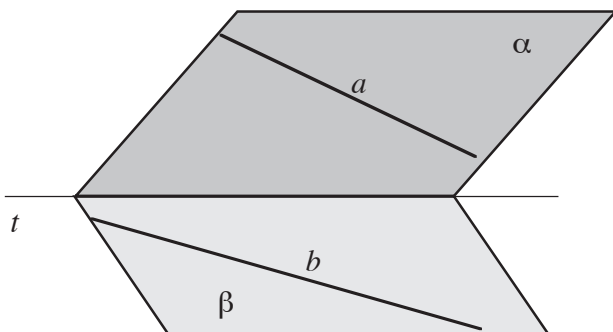
Remarque:

- Si a et b sont sécantes alors le point P d'intersection se situe sur la trace $t = \alpha \cap \beta$ car:



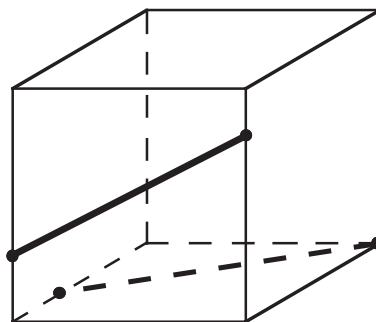
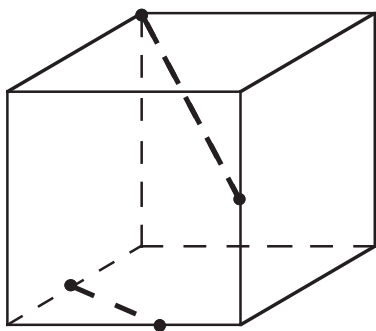
Remarque:

- Si a et b sont parallèles alors elles sont parallèles à t car:

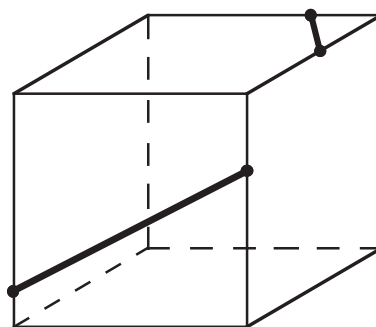
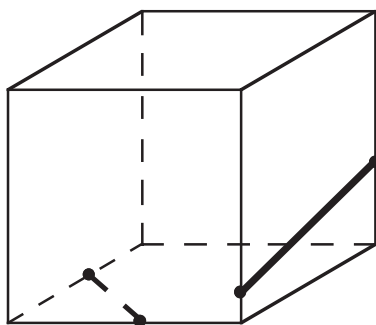


Exercice 2.5:

Dans quels cas les droites portées par les segments sont-elles coplanaires ? Justifiez par une phrase



justifications:

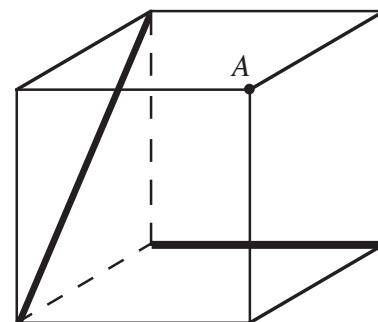
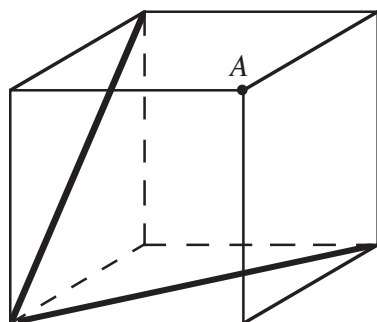
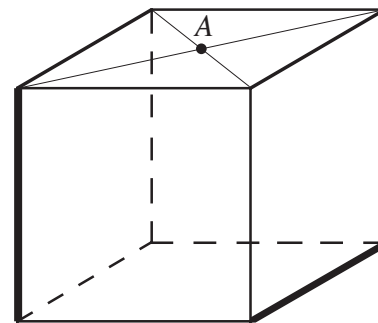
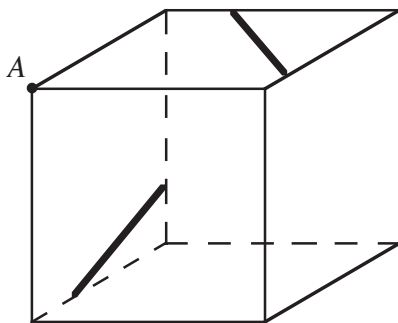
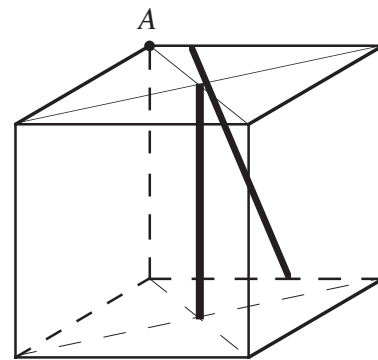
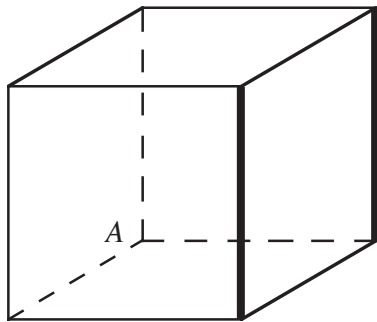
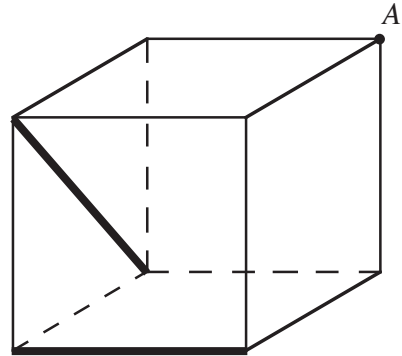
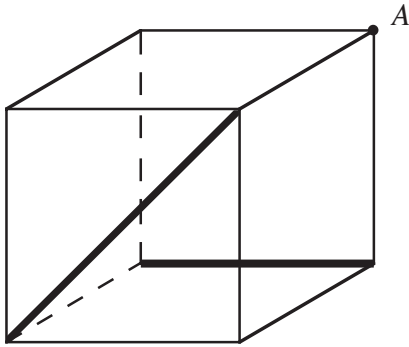


justifications:

Exercice 2.6:

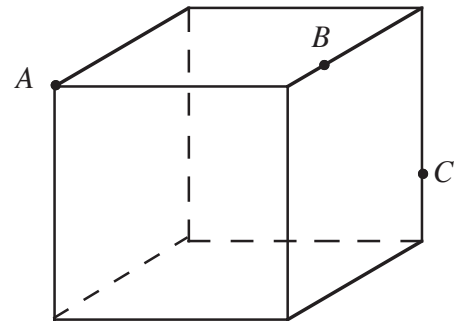
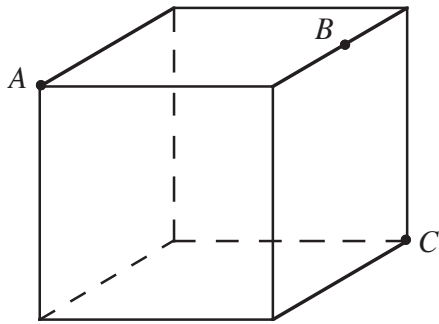
Construire en rouge l'intersection des 2 plans $\alpha(A, d)$ et $\beta(A, d')$ où d et d' sont données par leur trace sur le cube

Convention: $\alpha(A, d)$ signifie le plan α passant par le point A et contenant d .



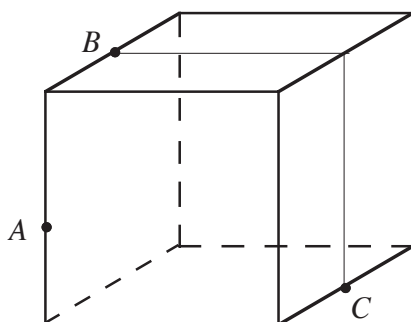
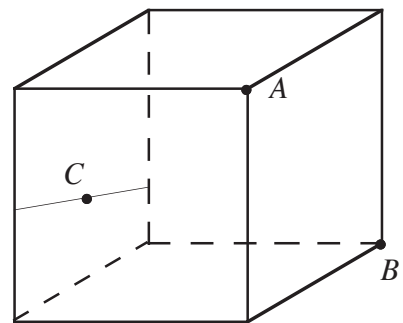
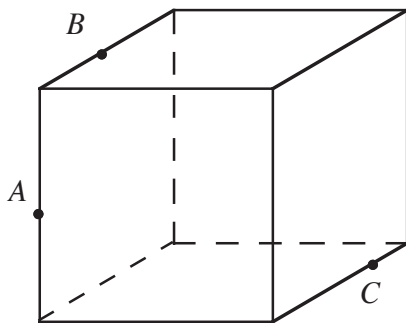
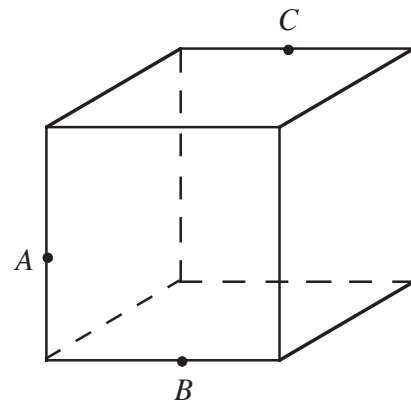
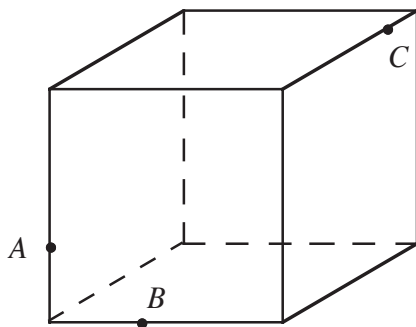
Exercice 2.7:

Dessiner l'intersection du plan ABC avec le cube.



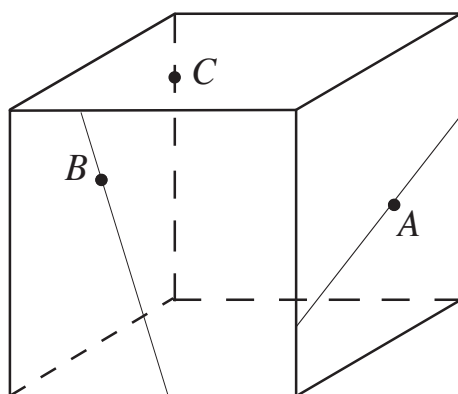
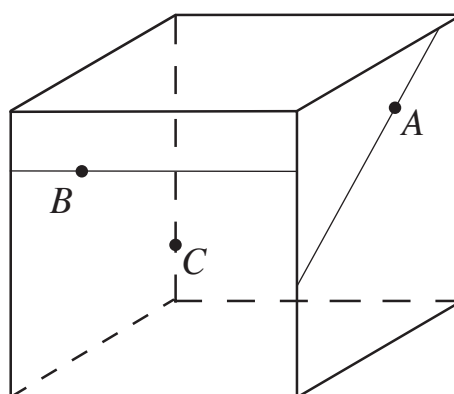
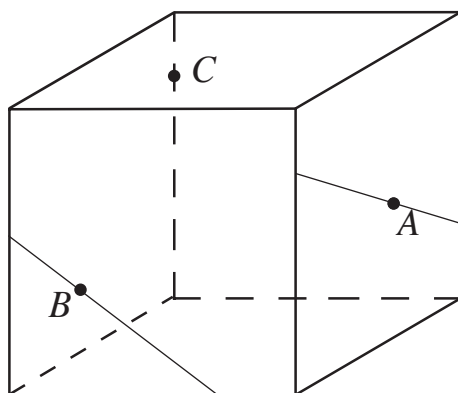
Remarques:

- Tout plan coupant deux plans parallèles y détermine des droites d'intersection parallèles.
- Respectez la visibilité dans le codage des traces du plan ABC sur les faces du cube.



Exercice 2.7 (fin):

Dessiner l'intersection du plan ABC avec le cube.



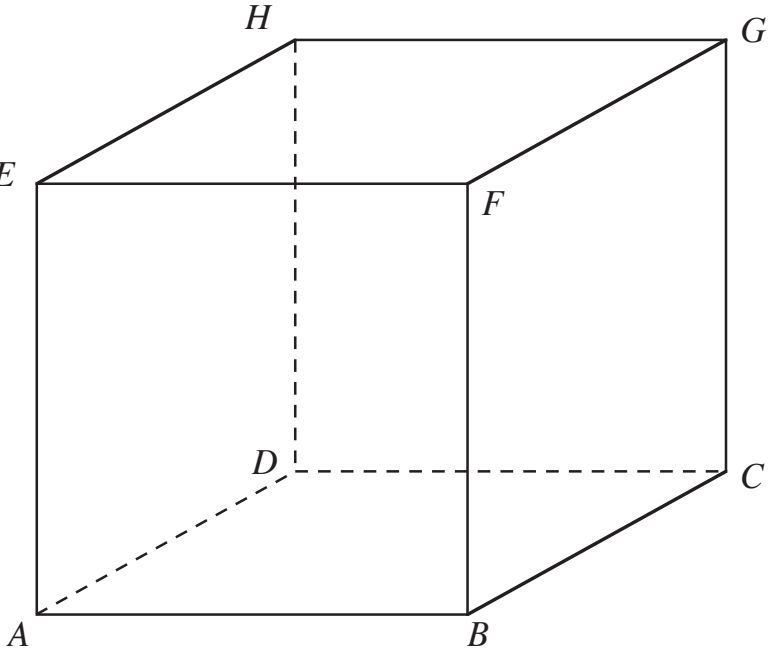
Exercice 2.8 (début):

Construire l'intersection entre le cube et le **triangle** GLK , sachant que L et K appartiennent au plan $ABCD$.
Marche à suivre + justification.

Indications:

Commencer par construire l'intersection
du cube avec le plan GLK .

$L \circ$

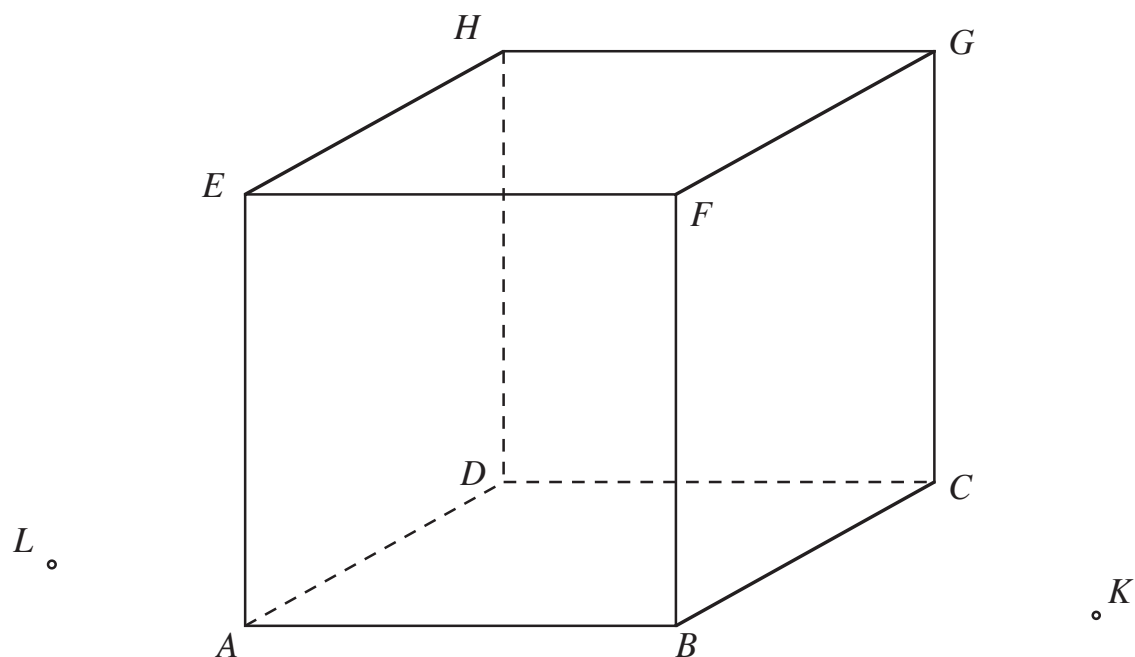


$K \circ$

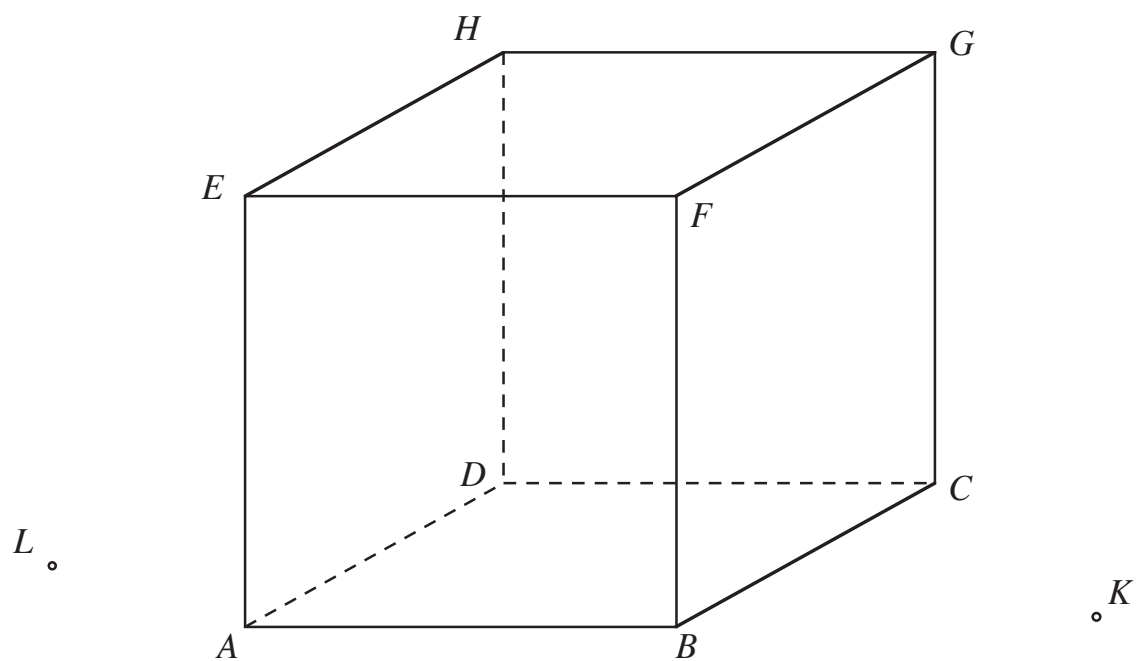
Marche à suivre:

Exercice 2.8 (fin):

Construire l'intersection entre le cube et le triangle GLK, sachant que L et K appartiennent au plan ABCD.

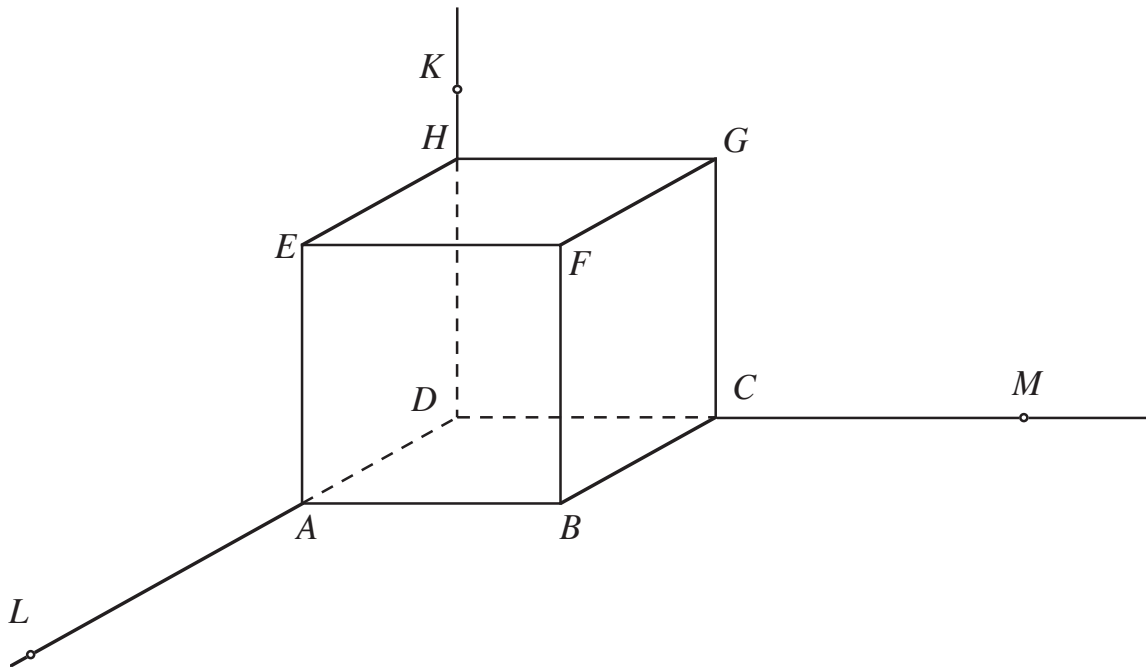


Construire l'intersection entre le cube et le triangle GLK, sachant que L et K appartiennent au plan ABEF.



Exercice 2.9:

On pose un cube dans un coin de chambre. Construire avec visibilité l'intersection du cube avec le plan KLM



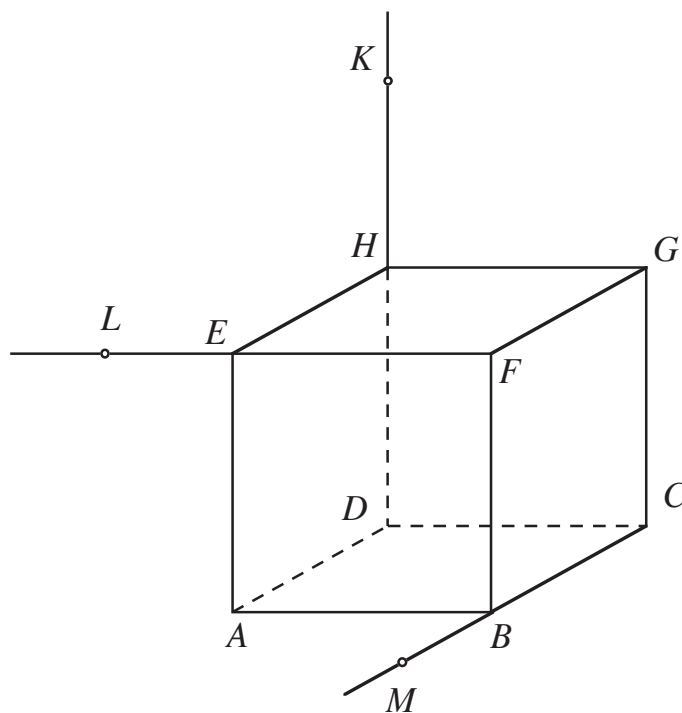
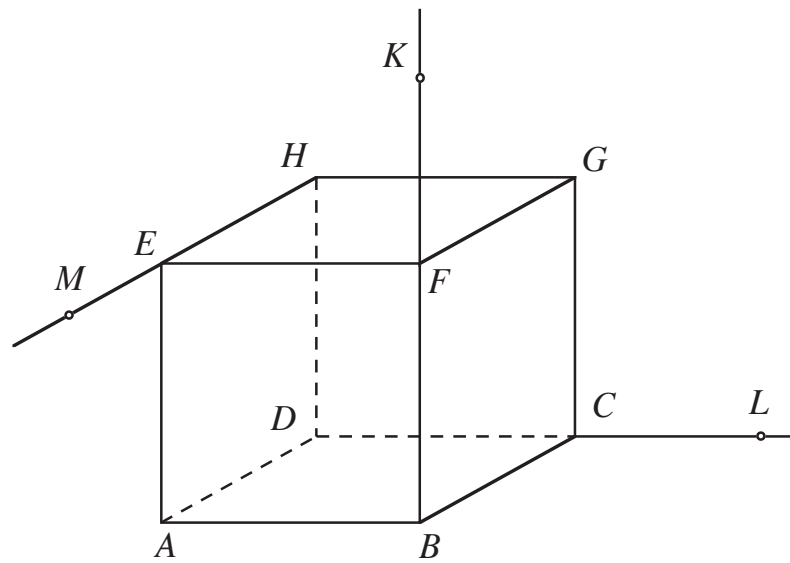
Construire ci-dessous les 2 morceaux obtenus en coupant effectivement le cube de départ le long du plan KLM

1 ^{er} morceau:

2 ^{ème} morceau:

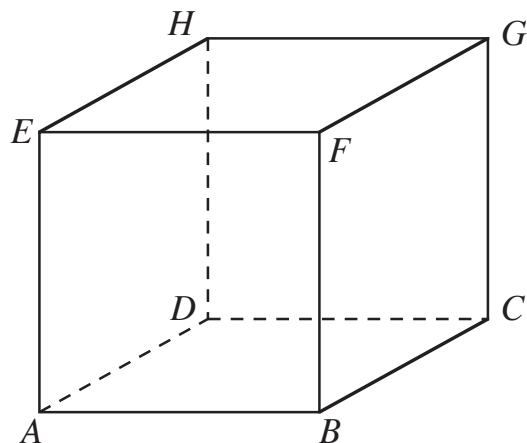
Exercice 2.10:

Construire avec visibilité l'intersection du cube avec le plan KLM .



Exercice 2.11:

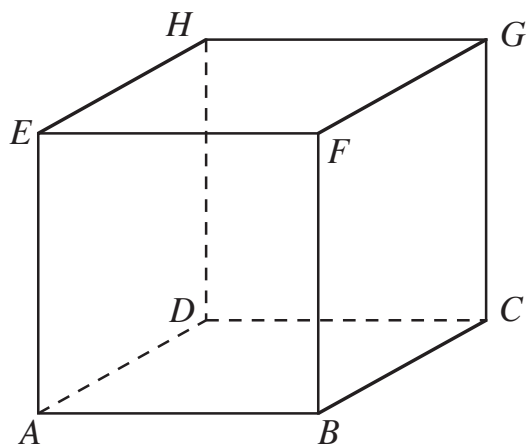
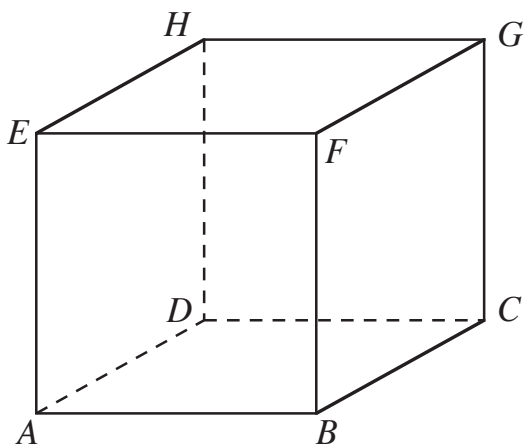
Construire l'intersection I de la diagonale DF avec le plan BEG



Remarques:

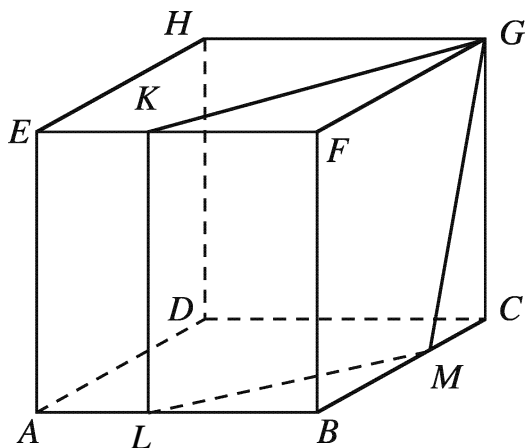
- Il faut choisir un plan π auxiliaire contenant la droite DF . Le point I cherché se trouvera à l'intersection de DF et de la trace de BEG sur π

Reprendre la même démarche en choisissant dans chaque cas un autre plan auxiliaire



Exercice 2.12:

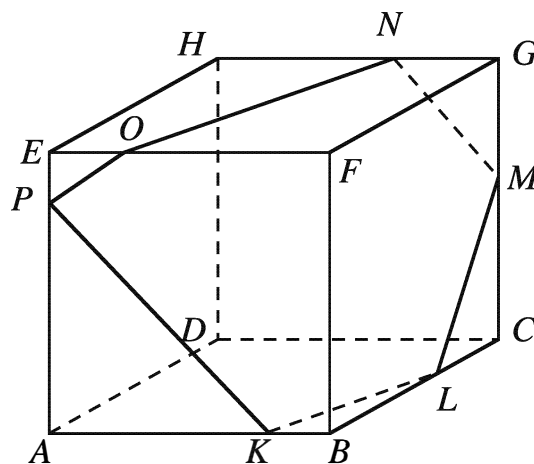
Le cube $ABCDEFGH$ est coupé par le plan α selon la section $GKLM$. Vrai ou Faux ?
Justifier la réponse.



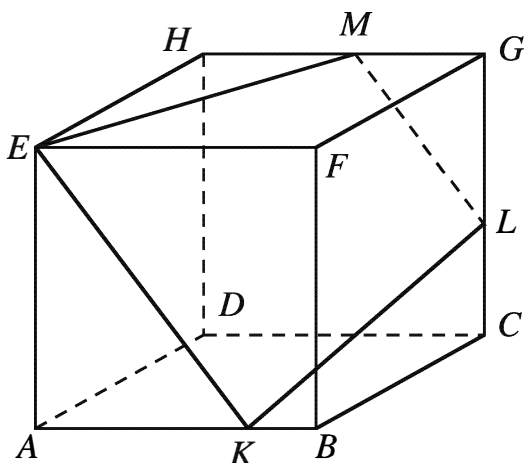
Justification:

Que faut-il penser de cette section plane du cube $ABCDEFGH$ où $PK \parallel MN$ et $KL \parallel ON$?
Justifier la réponse.

Justification:



Idem où $ML \parallel KE$.

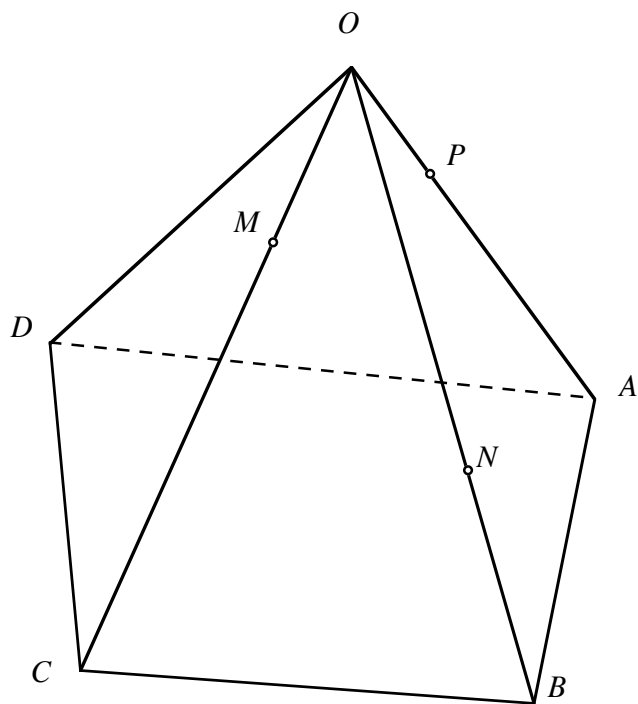


Justification:

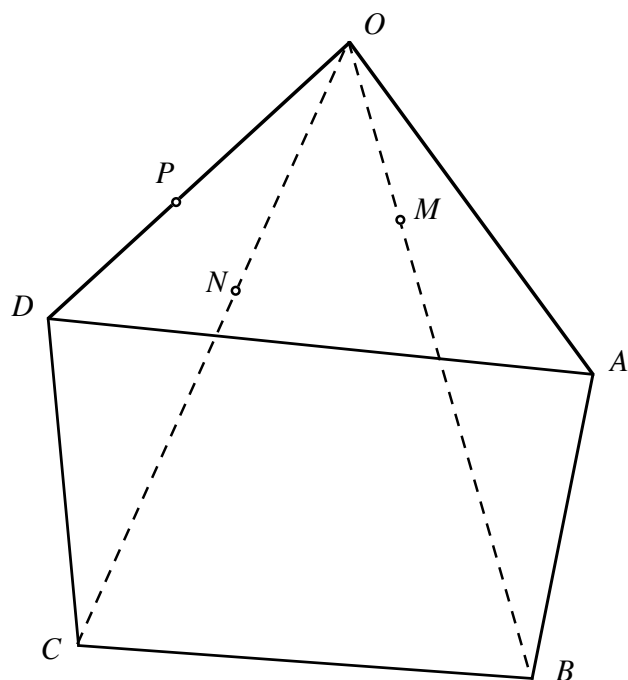
§2. Constructions dans les pyramides et les prismes

Exercice 2.13:

Construire l'intersection du plan MNP avec la quatrième arête puis construire en rouge l'intersection de la pyramide et du plan (trace du plan MNP sur la pyramide).

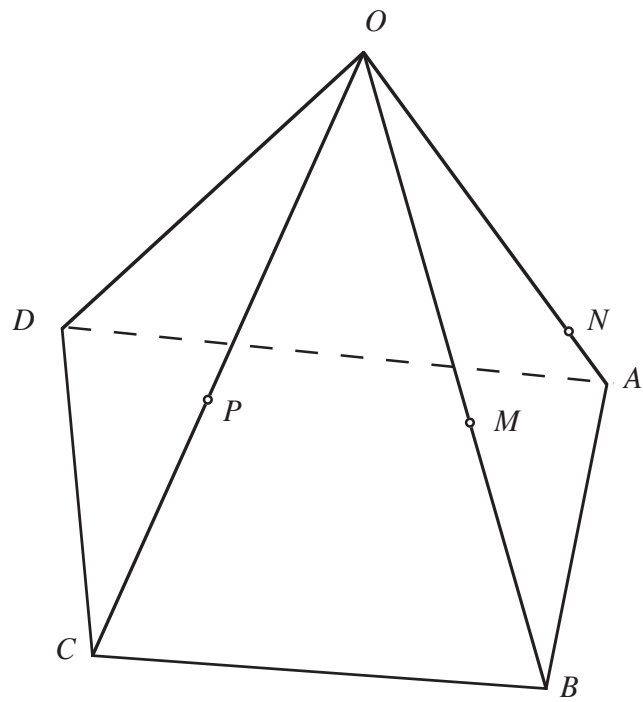
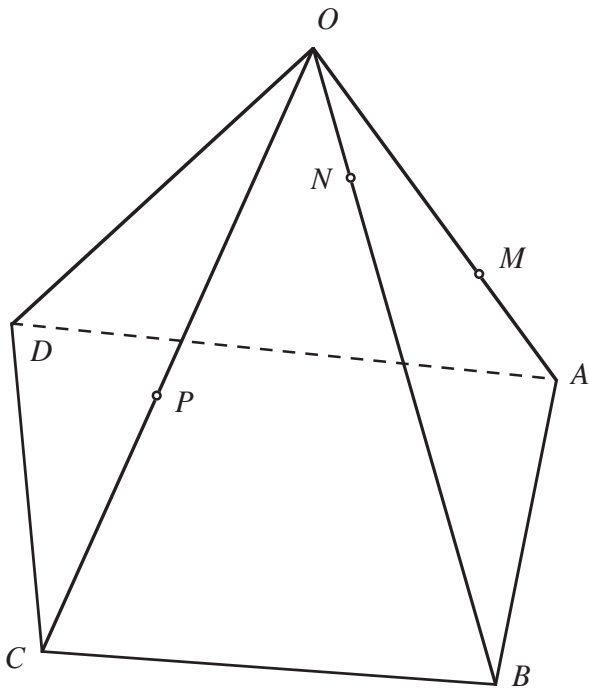


Idem



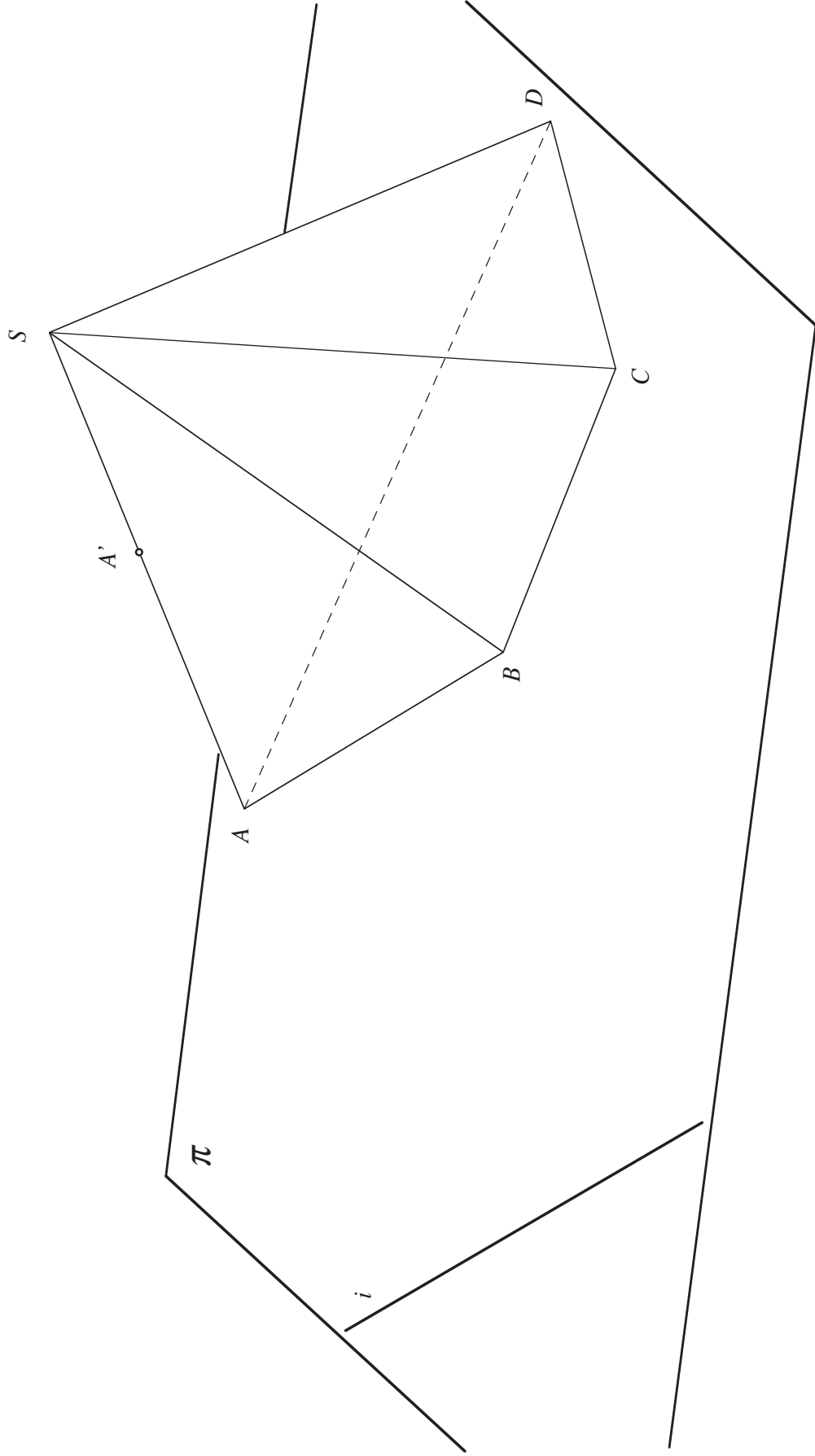
Exercice 2.14:

Construire la trace du plan MNP sur la pyramide.



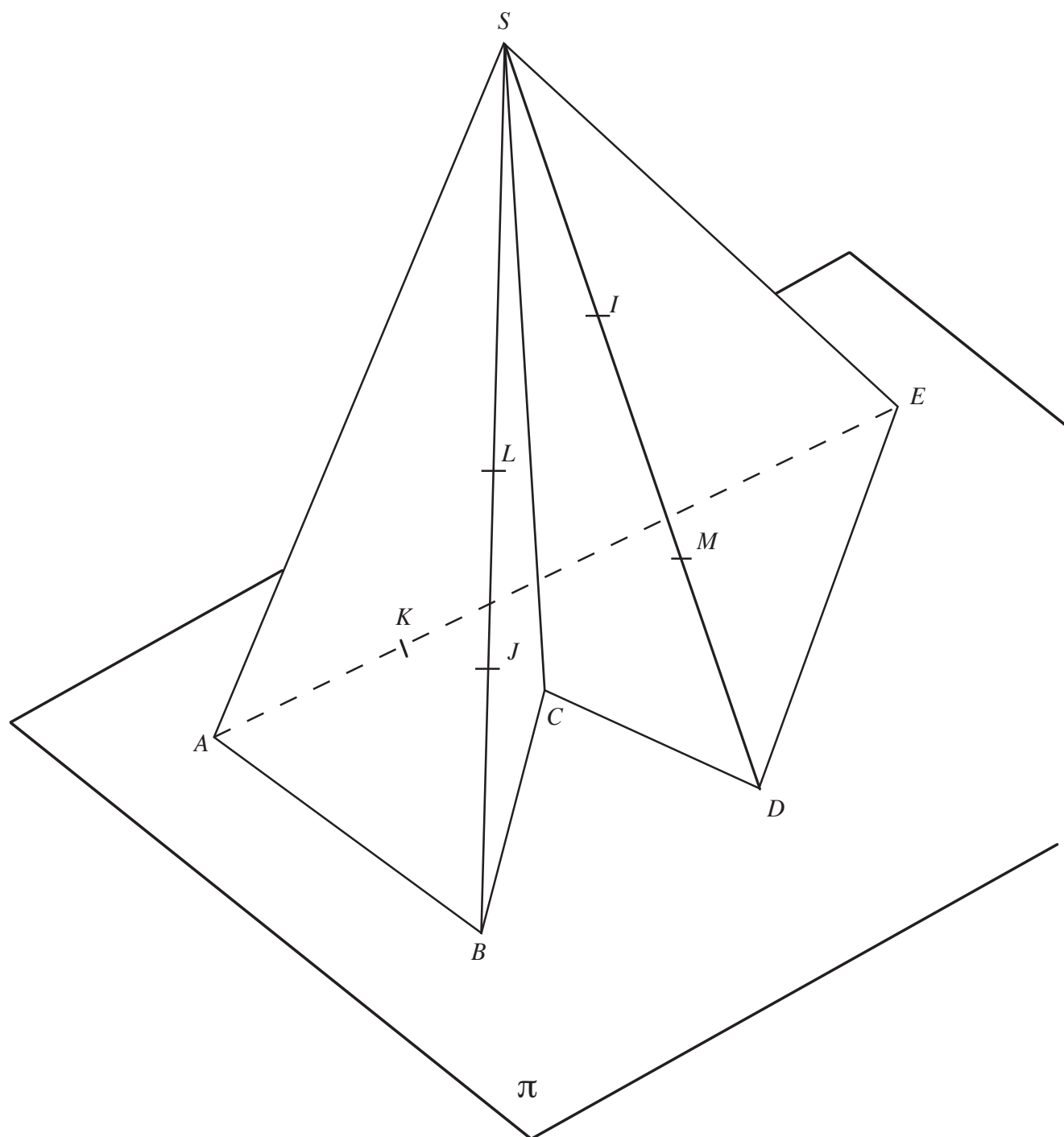
Exercice 2.15:

On donne une pyramide $SABCD$ dont la base $ABCD$ est située dans un plan π ainsi qu'un plan α tel que $\alpha \cap \pi = i$, et $A' = \alpha \cap SA$. Construire l'intersection de α et de la pyramide.



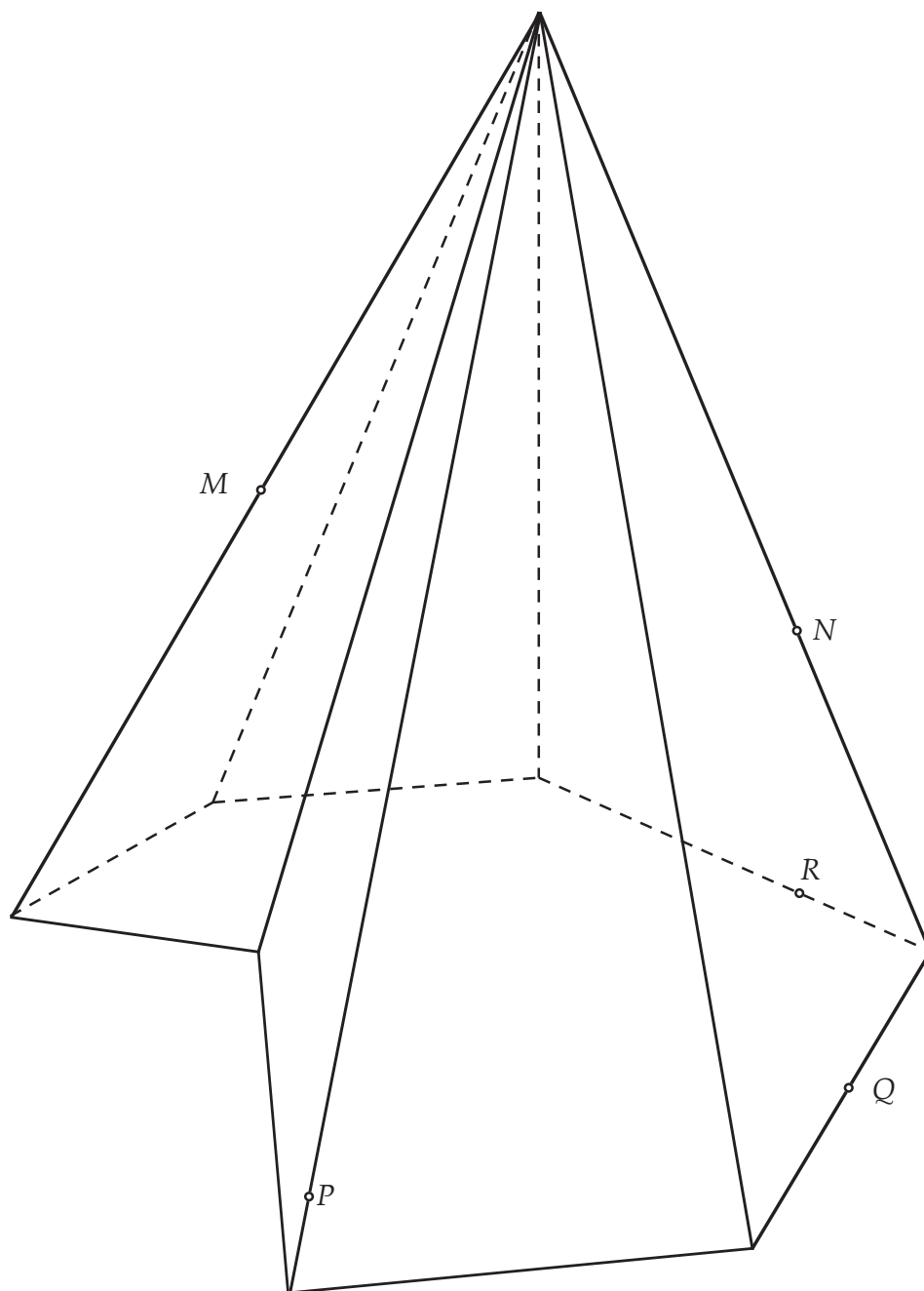
Exercice 2.16:

- Soit la pyramide non convexe $SABCDE$.
- $ABCDE$ coplanaires (plan π) et I, J, K, L, M situés sur les arêtes (cf. dessin).
- Déterminer: a) $\{P\} = IJ \cap \pi$.
b) $\text{plan } KLM \cap \text{pyramide}$.



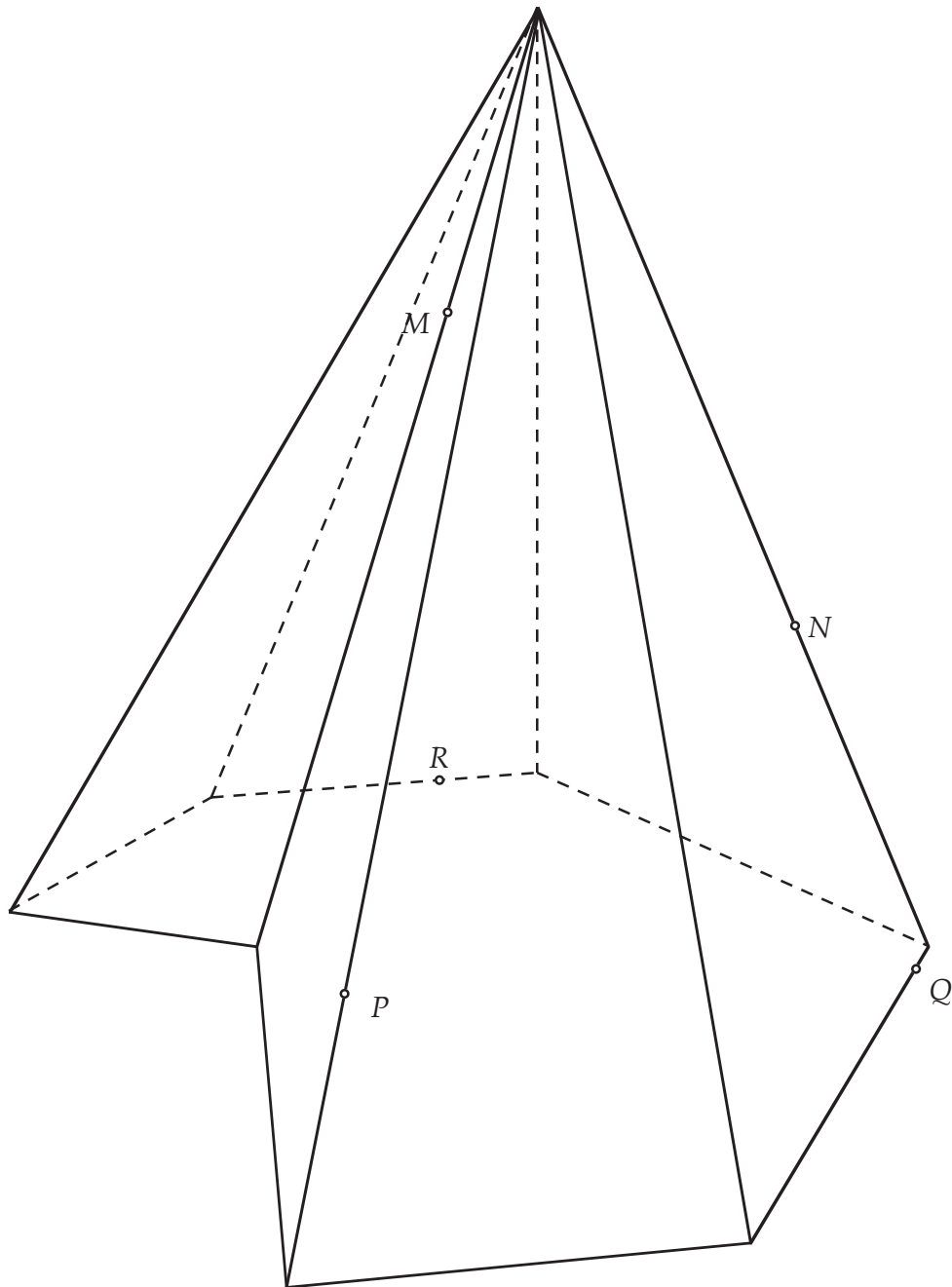
Exercice 2.17:

Construire la trace du plan MNP sur la pyramide.
Idem avec le plan MQR .



Exercice 2.18:

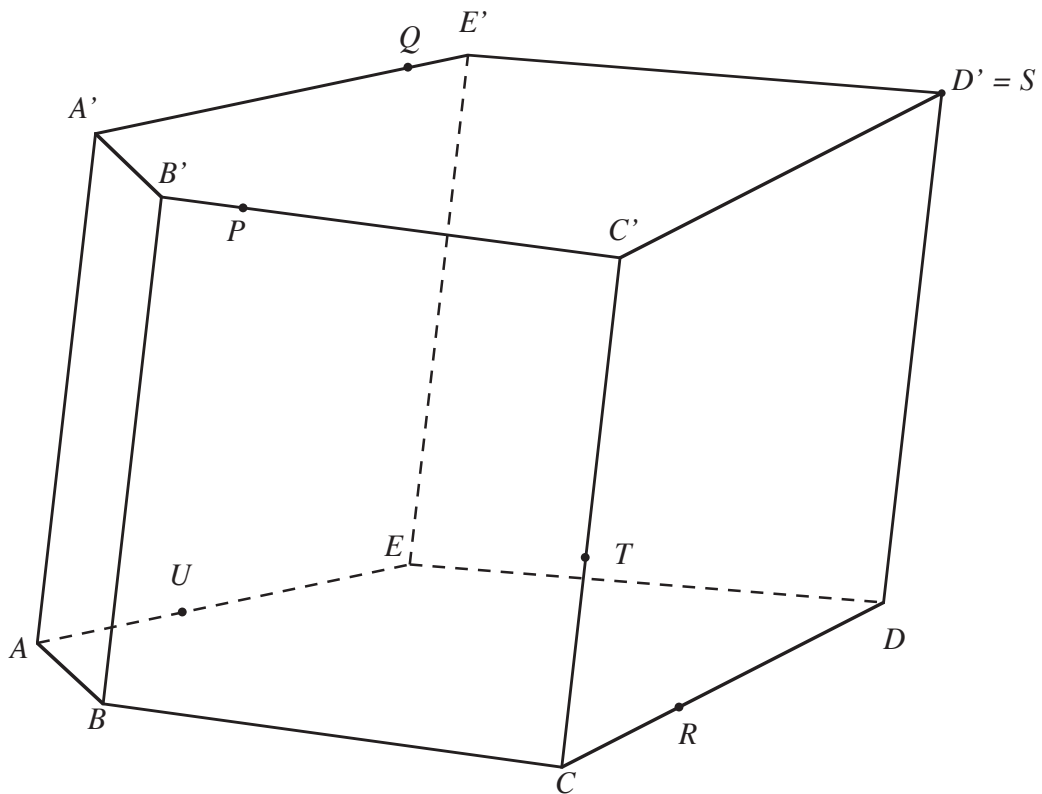
Construire la trace du plan MNP sur la pyramide.
Idem avec le plan MQR .



Exercice 2.19:

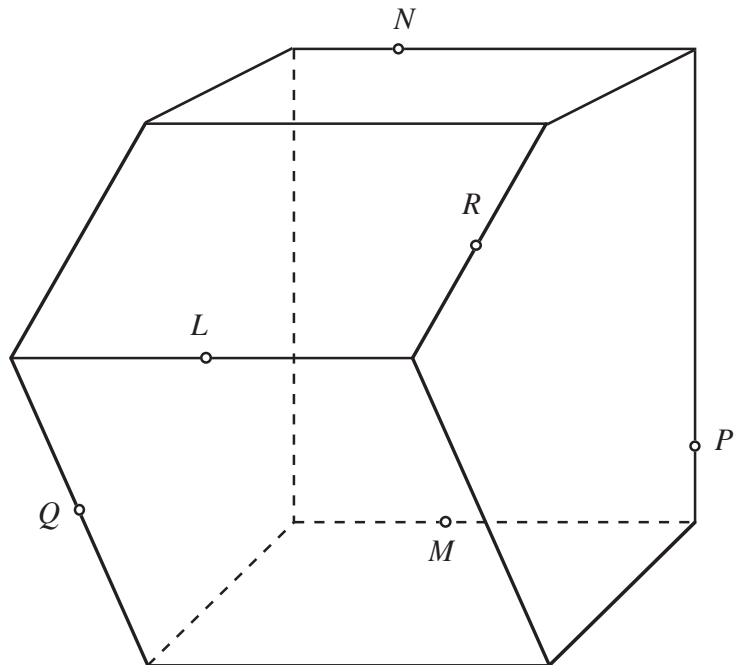
L'intersection d'un prisme $ABCDEA'B'C'D'E'$ avec 2 plans:

- (a) Construire avec visibilité les traces du plan PQR sur les faces du prisme.
- (b) Construire avec visibilité les traces du plan STU sur les faces du prisme.
- (c) Construire d la trace du plan PQR sur le plan STU .
- (d) Colorier avec visibilité à l'intérieur du prisme le plan PQR en rouge et le plan STU en vert.



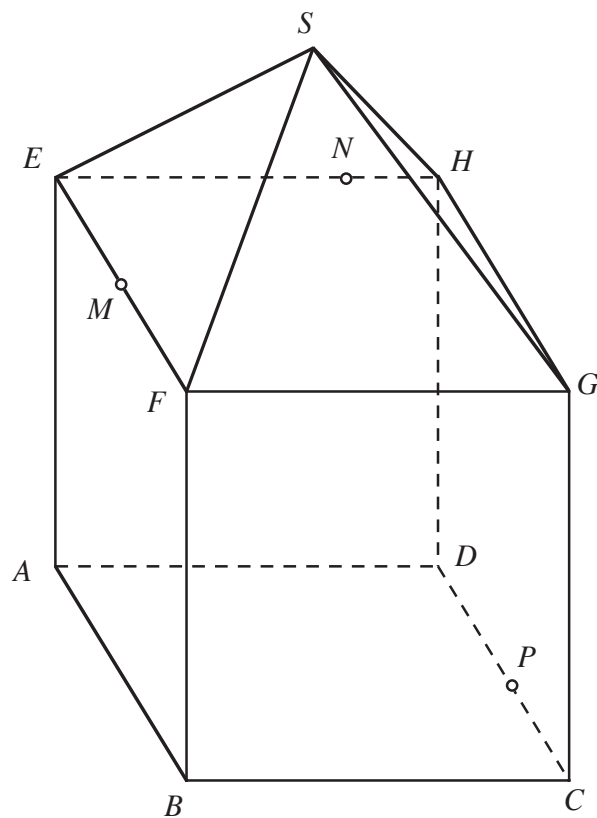
Exercice 2.20:

- Construire la trace du plan PQR sur le prisme droit.
- Construire la trace du plan MNL sur le prisme droit.
- Représenter en couleurs et en visibilité ces 2 plans de coupe.



Exercice 2.21:

Ce solide est formé d'un cube $ABCDEFGH$ surmonté d'une pyramide régulière $SEFGH$.
Représenter l'intersection de ce solide avec le plan MNP .

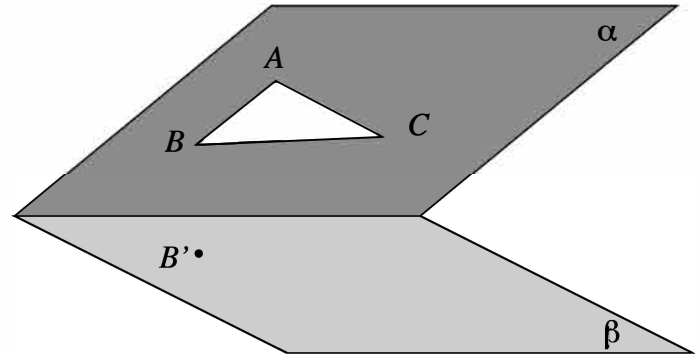


§3. Les ombres

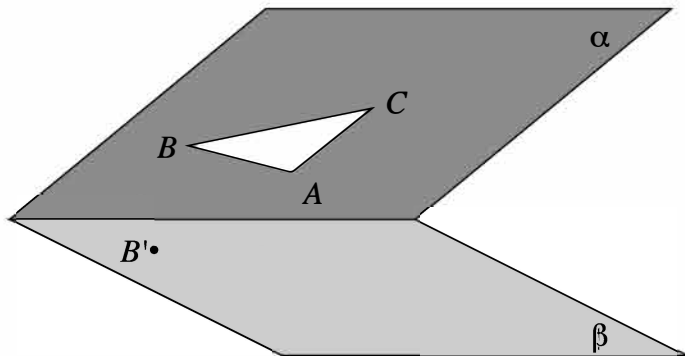
Exercice 2.22:

Soit O un point lumineux, α un plan dans lequel on a découpé un triangle ABC , B' "l'ombre" sur un plan sécant β de B . Déterminer A' et C' et construire le triangle $A'B'C'$ "ombre" du triangle ABC par le point O .
(donner la marche à suivre, ainsi qu'une justification.)

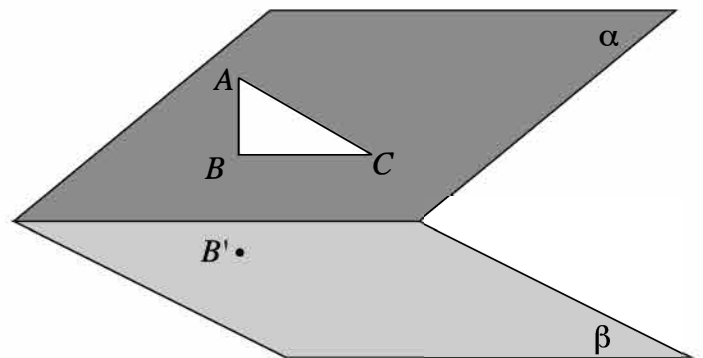
• O



• O



• O

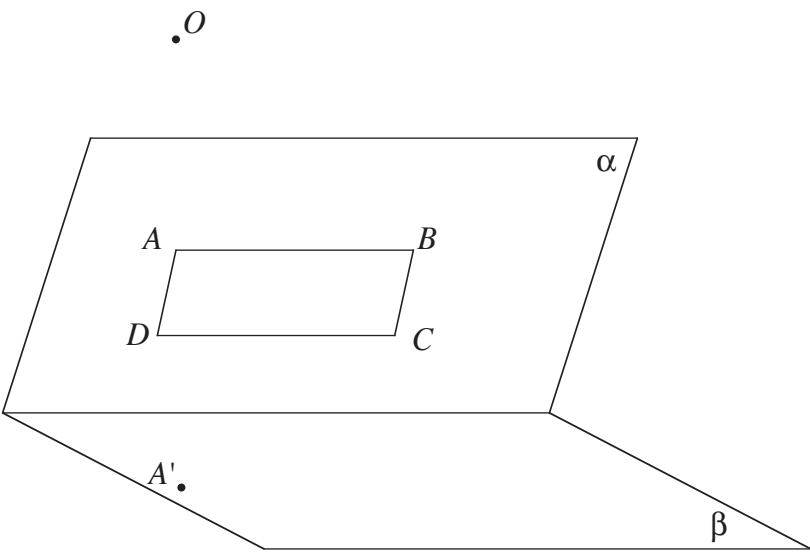
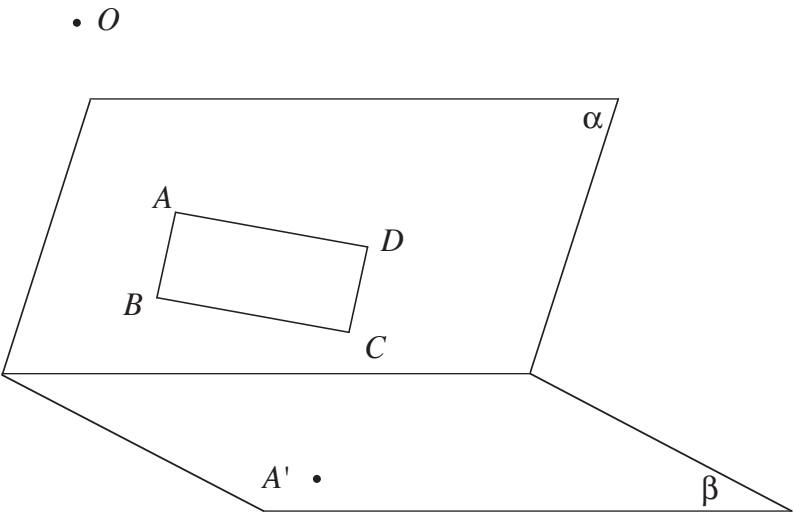
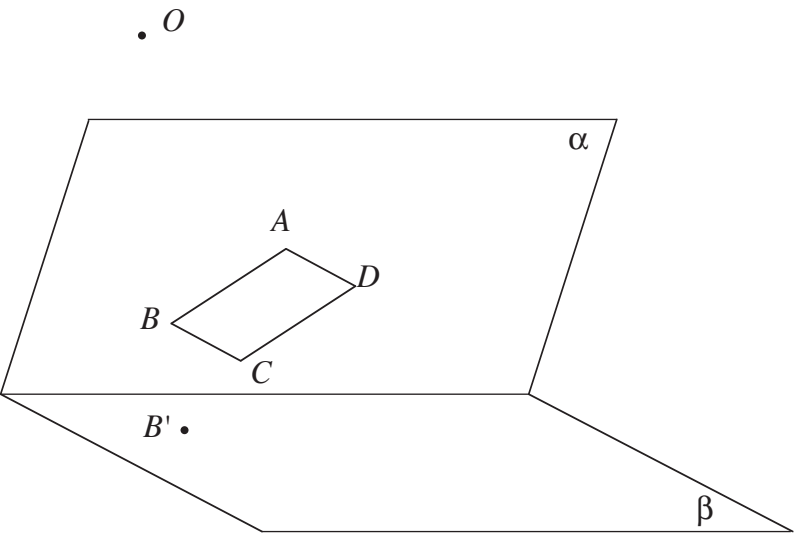


Marche à suivre:

Justification

Exercice 2.23:

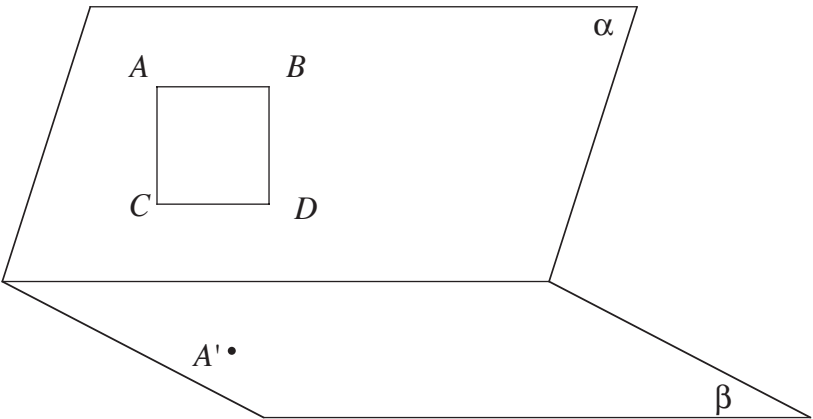
Même exercice que le précédent, où le triangle est remplacé par un quadrilatère.



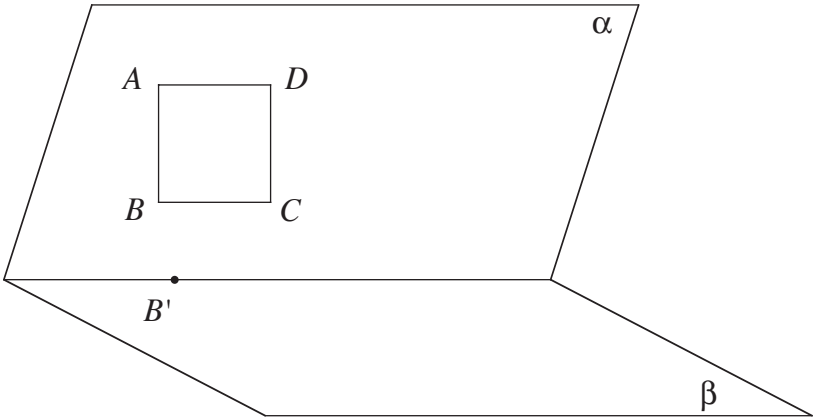
Exercice 2.24:

Même exercice que le précédent, discuter dans les 2 derniers cas de la position de O .

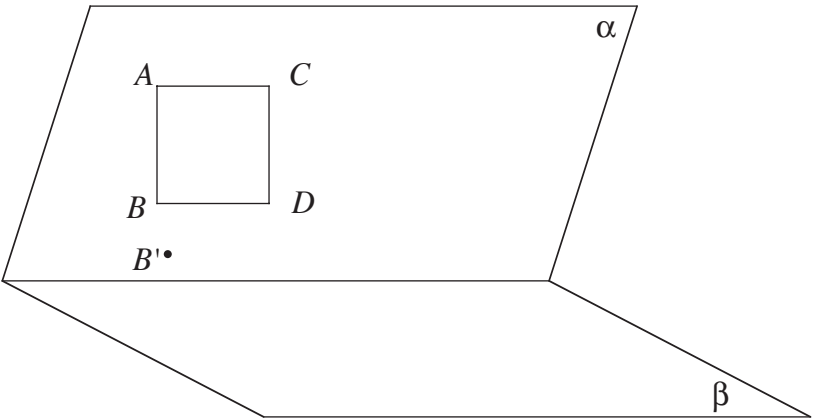
• O



O •



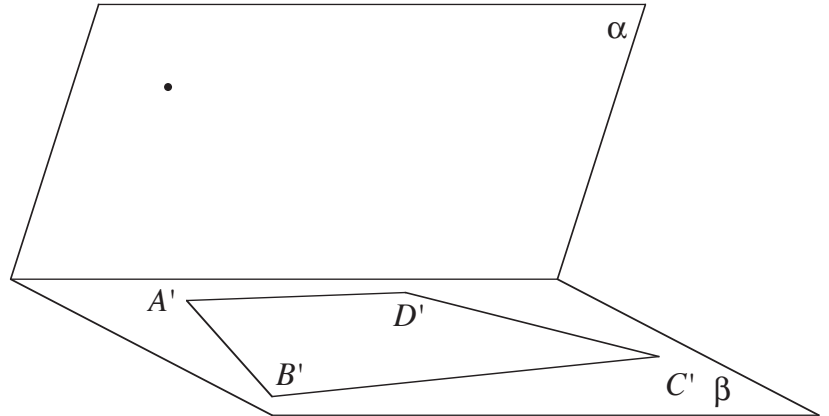
• O



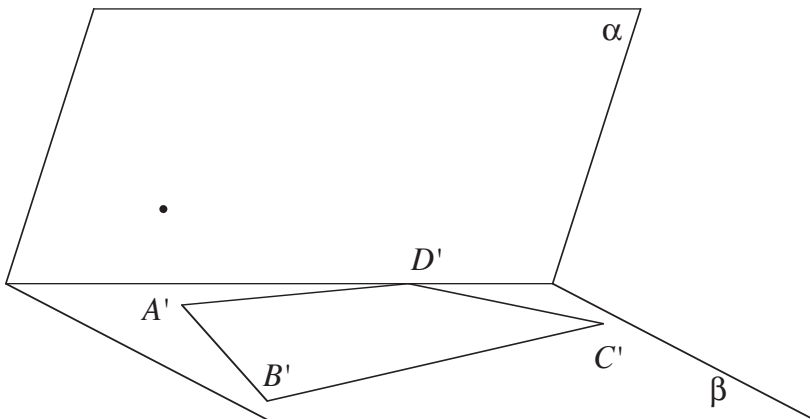
Exercice 2.25:

Même exercice que le précédent, mais cette fois-ci on donne $A'B'C'D'$, le point O et un des sommets du quadrilatère correspondant dans le plan α .

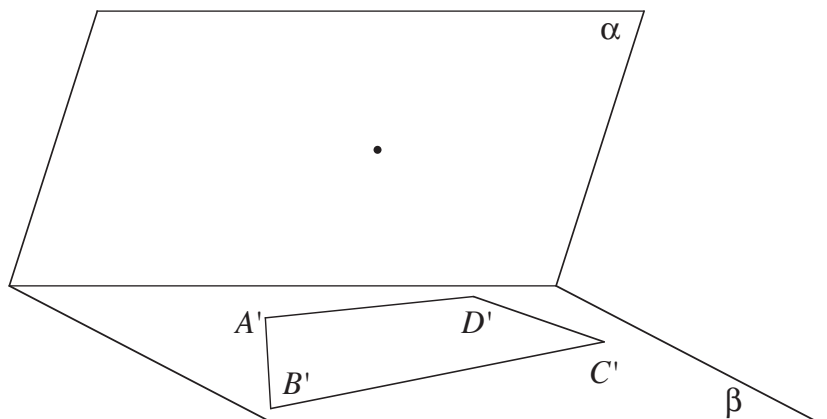
O .



. O



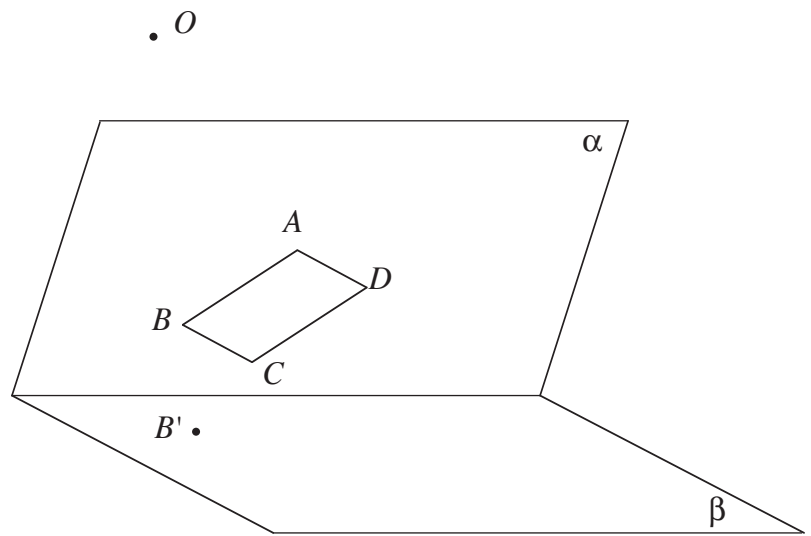
O .



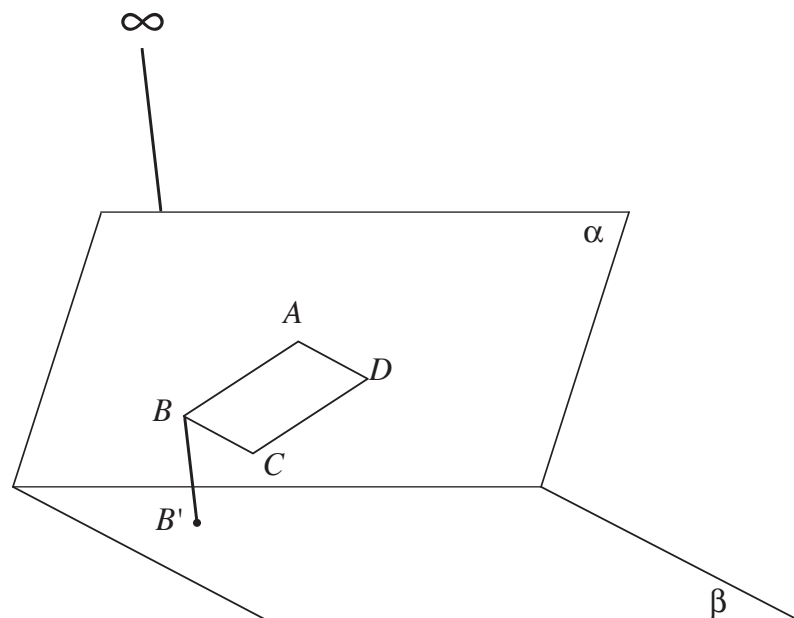
Exercice 2.26:

Le but de cet exercice est de comparer les “ombres” en fonction de la position de la source de la lumière

1er cas: la source de lumière est à une distance finie



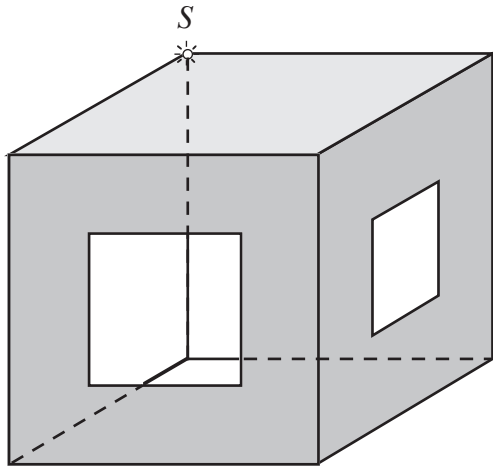
2ème cas: la source de lumière est à une distance infinie (comme le soleil)



Constatations ?

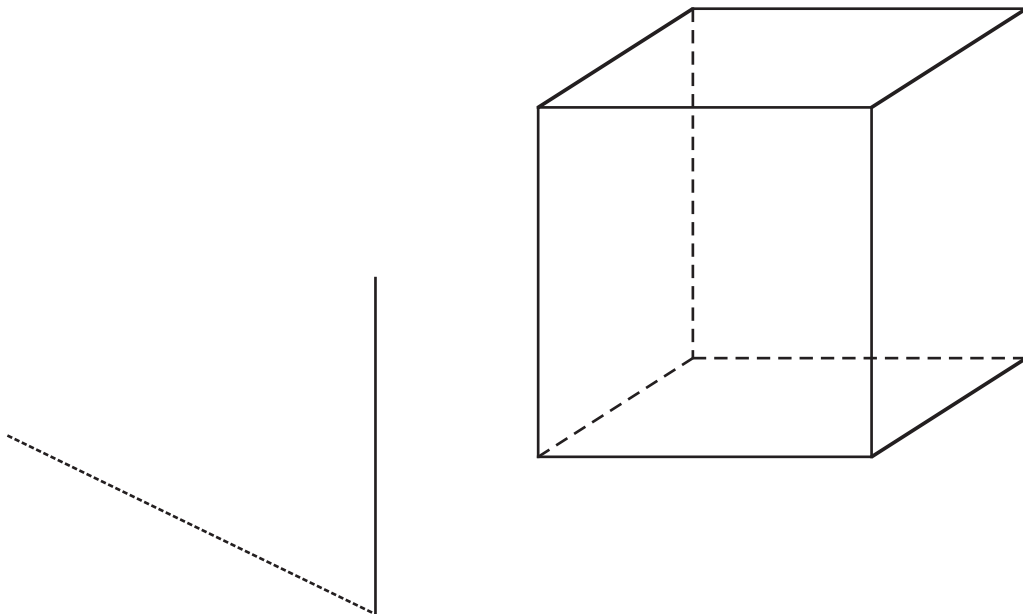
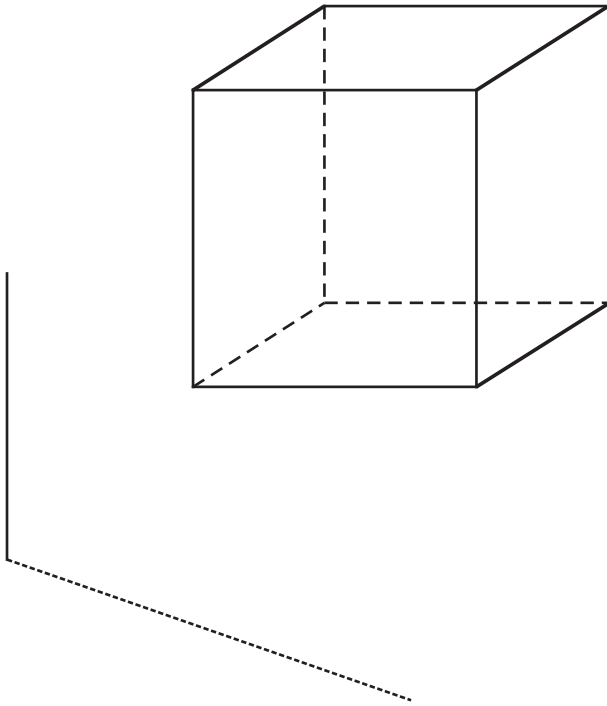
Exercice 2.27:

On a placé au coin d'un cube une source de lumière S et on a découpé 2 lucarnes sur ses faces. Construire les “taches de lumière” apparaissant alors sur le sol



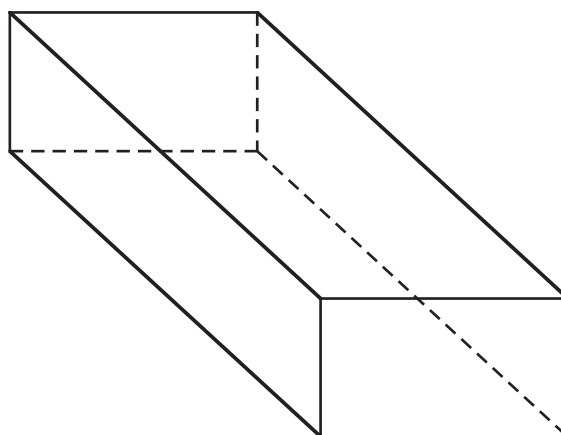
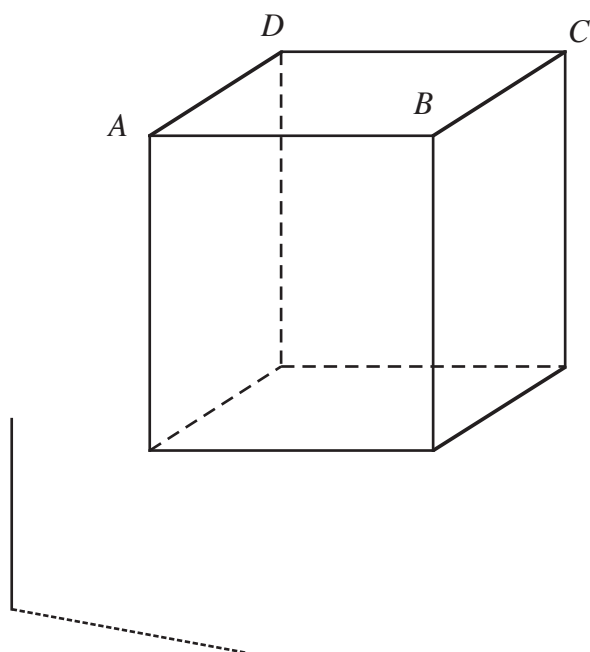
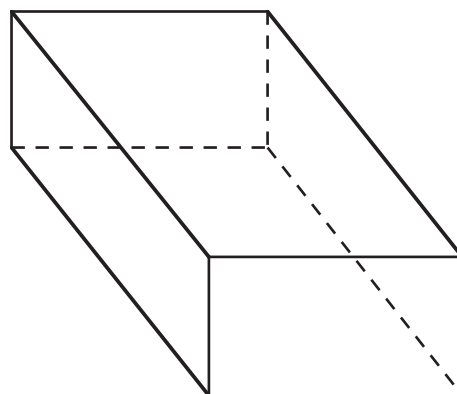
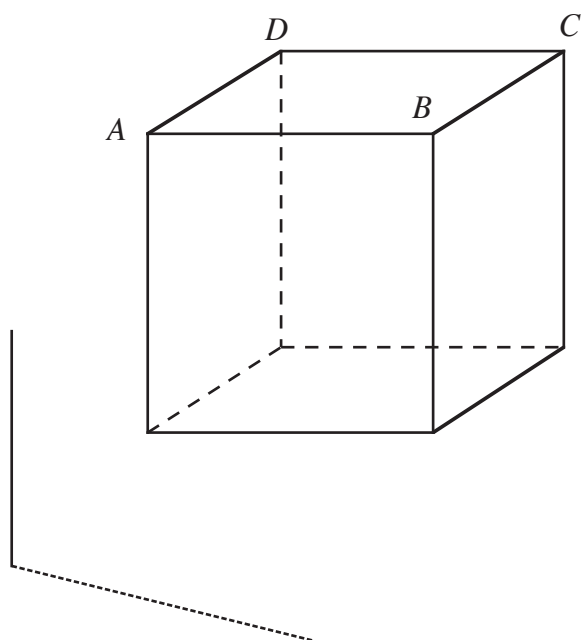
Exercice 2.28:

Un cube et un piquet vertical sont posés sur le sol. En utilisant l'ombre au soleil du piquet, compléter l'ombre du cube.



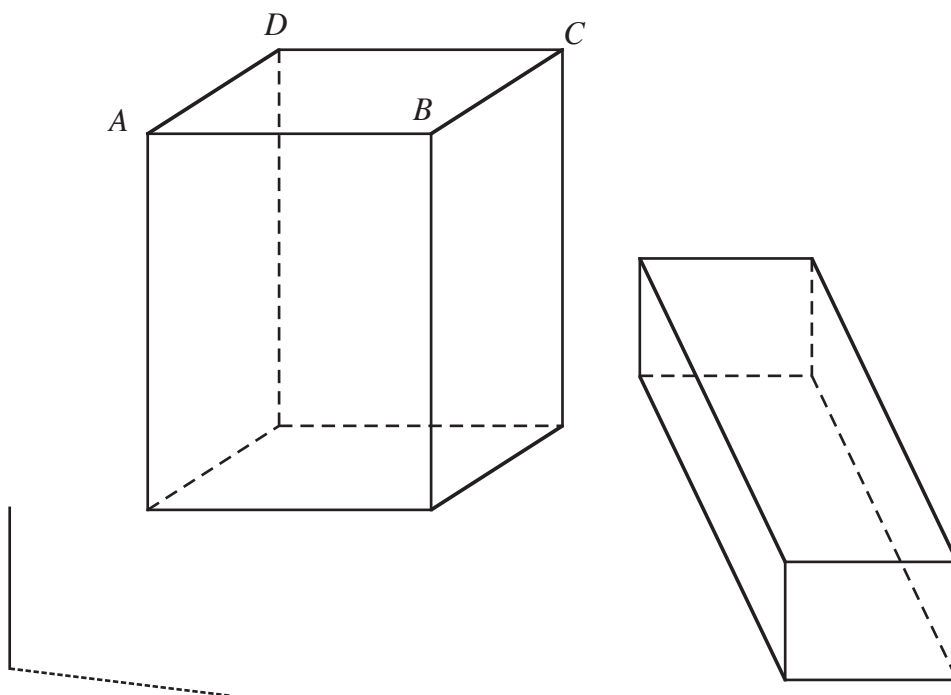
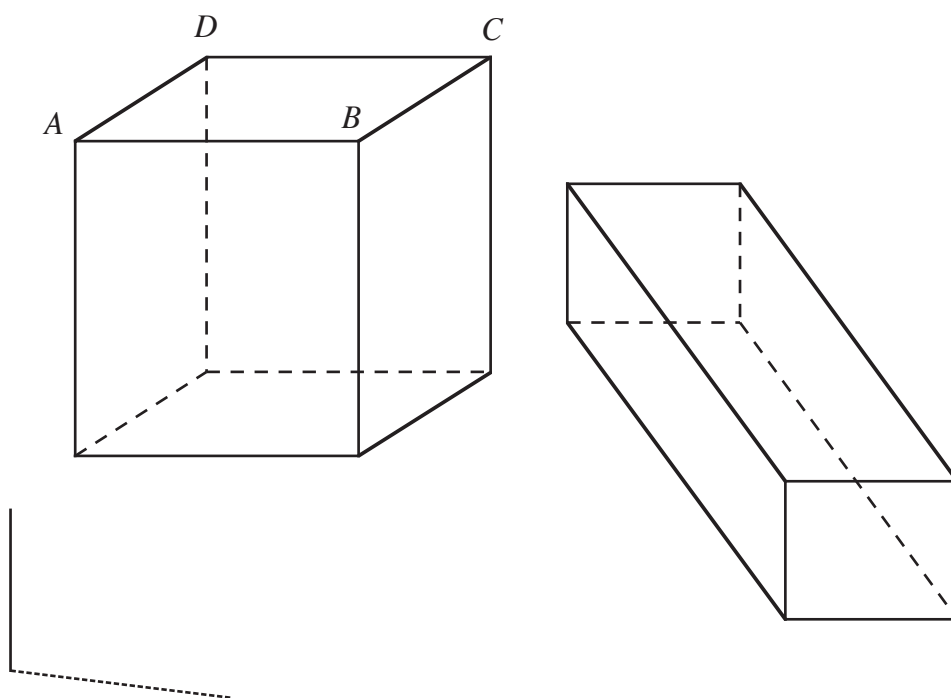
Exercice 2.29 (début):

En utilisant l'ombre au soleil du piquet, compléter l'ombre du parallélépipède et du cube sur le plan de base ainsi que l'ombre du cube sur les faces du parallélépipède.



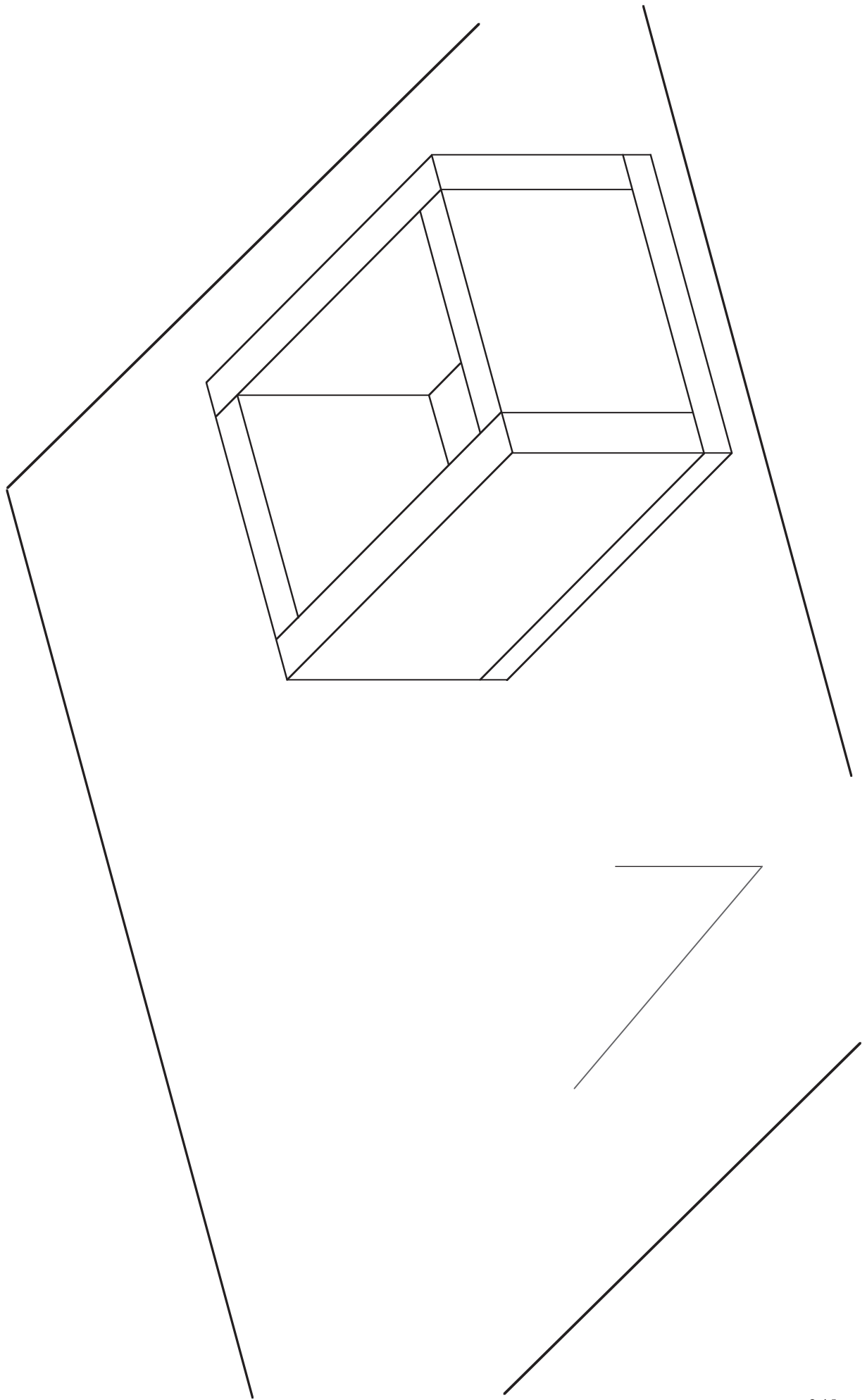
Exercice 2.29 (fin):

En utilisant l'ombre au soleil du piquet, compléter l'ombre du parallélépipède et du cube sur le plan de base ainsi que l'ombre du cube sur les faces du parallélépipède.



Exercice 2.30:

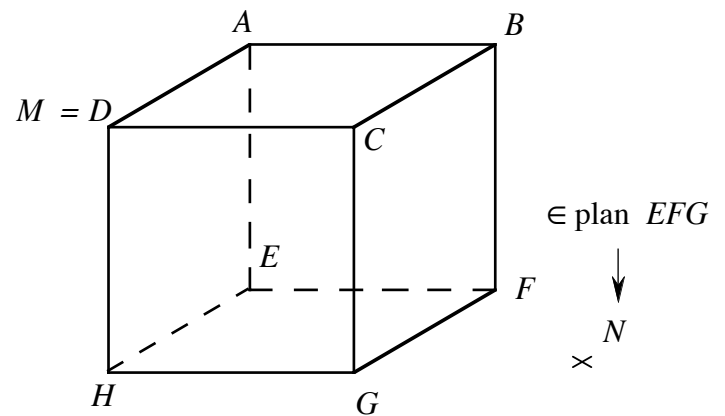
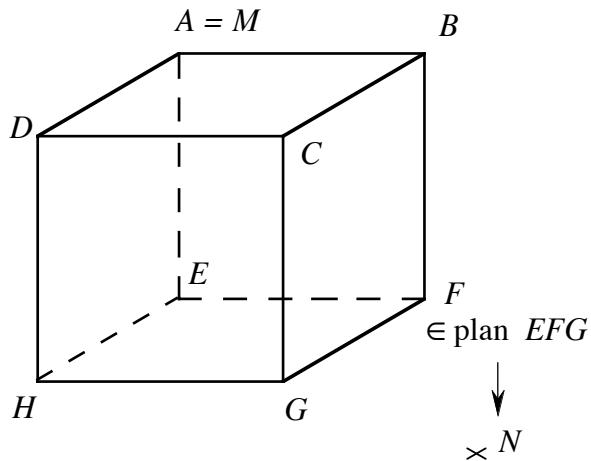
En utilisant l'ombre du piquet, construire puis hachurer (ou colorier) toutes les ombres de cette figure.



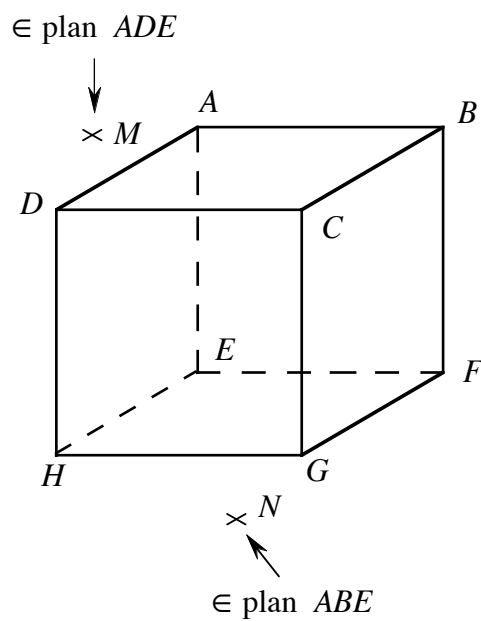
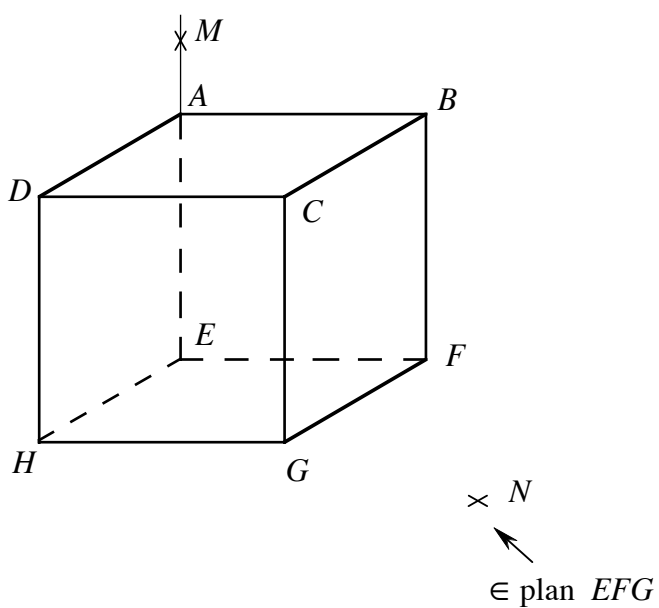
§4. Les intersections de polyèdres

Exercice 2.31:

Construire l'intersection de la droite MN avec le cube.

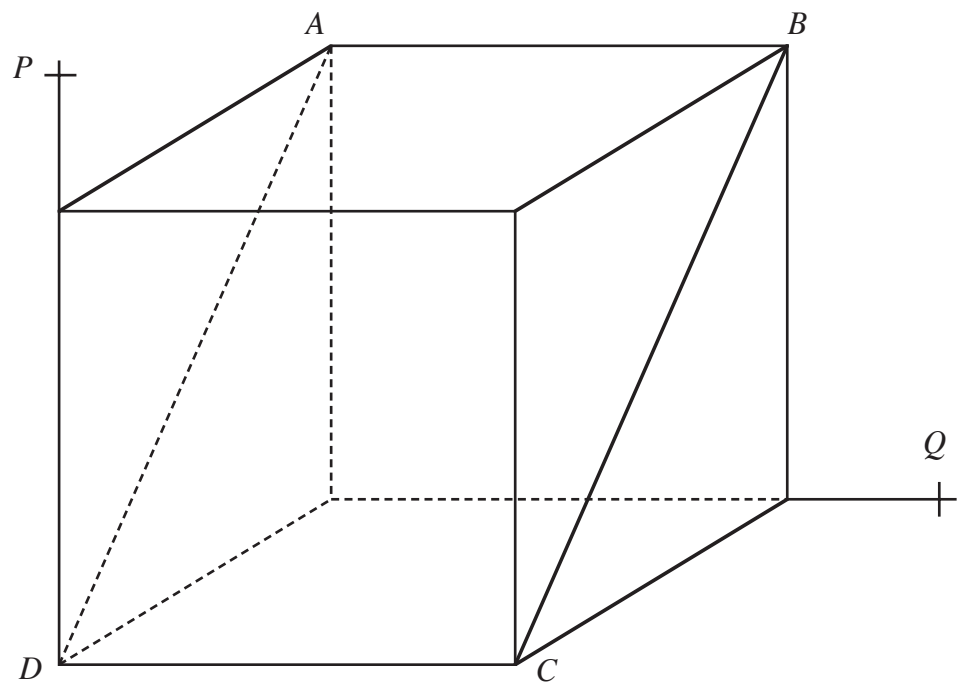


Remarques:



Exercice 2.32:

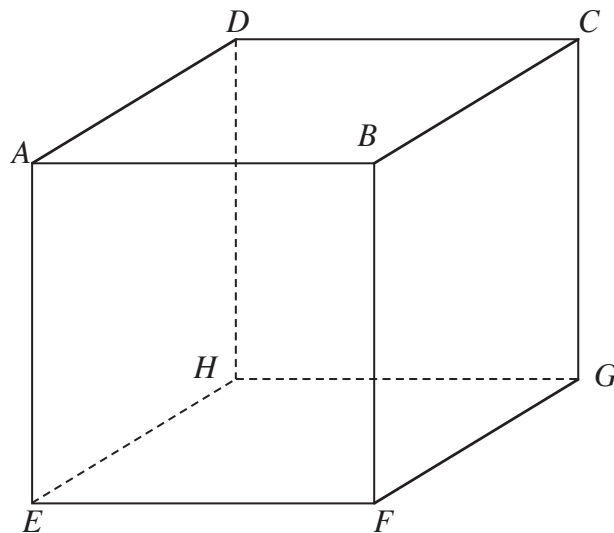
Tracer l'intersection de la droite QP avec le cube et avec le plan $ABCD$. (les traits de construction doivent être visibles et la construction doit être précise avec visibilité par rapport au cube et au plan $ABCD$.)



Exercice 2.33:

Soit $ABCDEFGH$ un cube de côté 8 cm.

- (1) Poser M milieu de AB , N milieu de BC et O milieu de CG .
- (2) Construire (avec visibilité) plan $MNO \cap$ faces du cube.
- (3) Construire $DF \cap \text{plan } MNO \equiv \{S\}$.

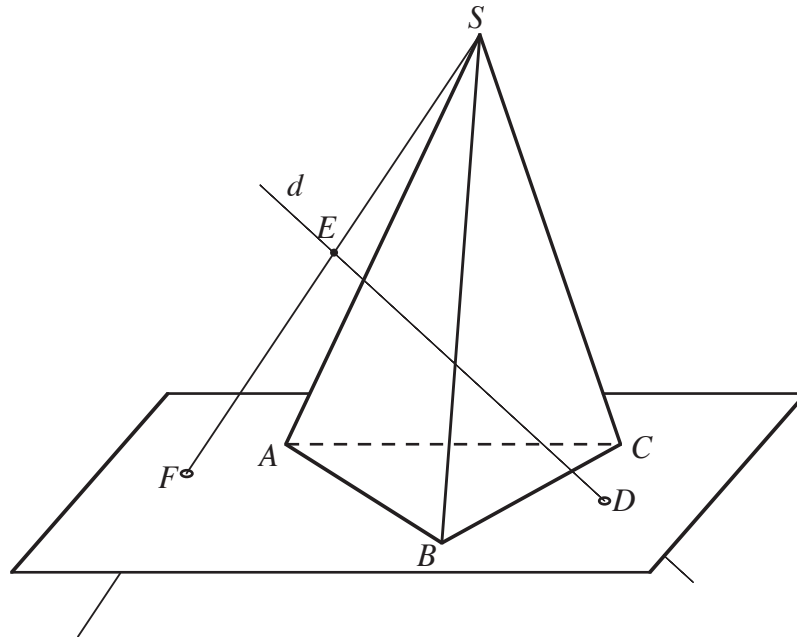


Exercice 2.34:

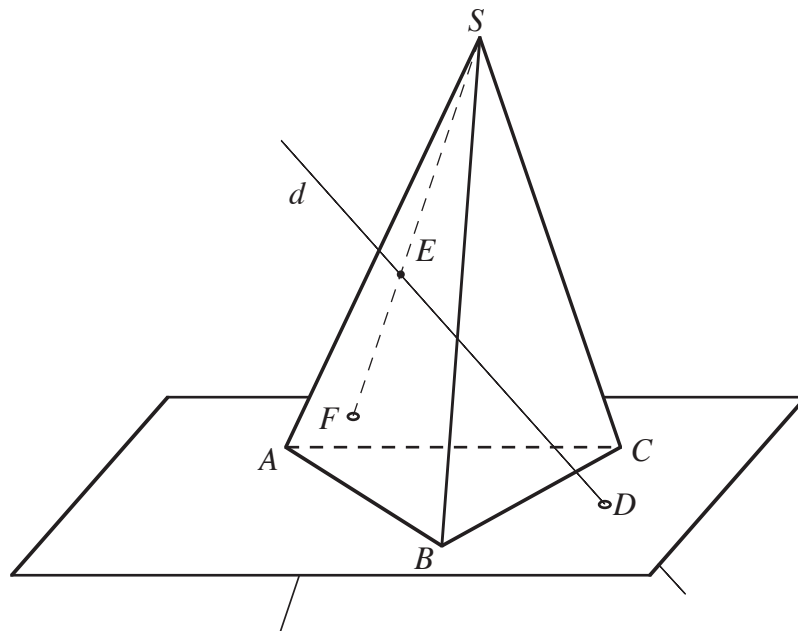
Le but de cet exercice est de construire l'intersection de la pyramide $SABC$ avec la droite d .

On sait que d coupe le plan ABC en D . La droite SE , où E est un point de d , coupe le plan ABC en F .

A l'aide de ces informations, construire la visibilité de la droite d "plongeant" dans la pyramide

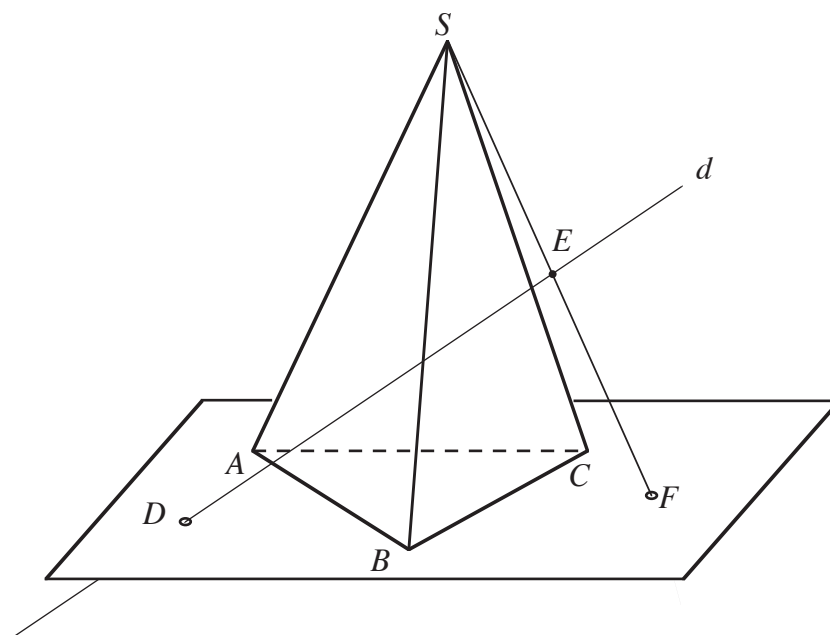
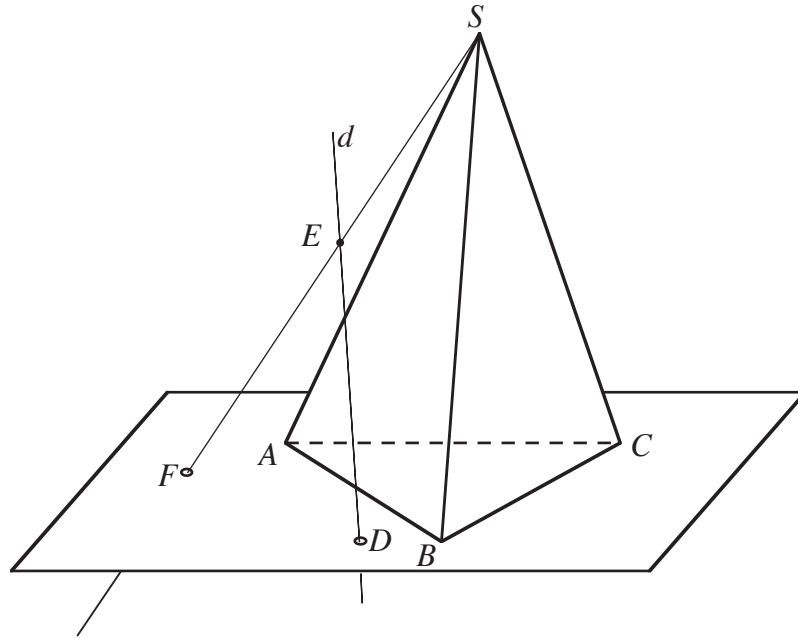


Même consigne



Exercice 2.35:

Même consigne que l'exercice précédent

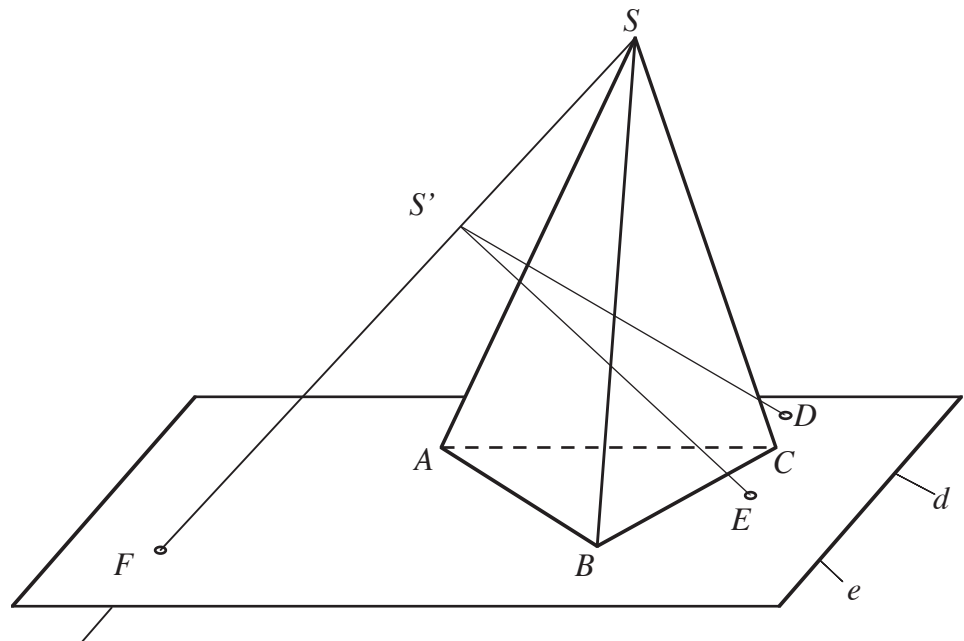
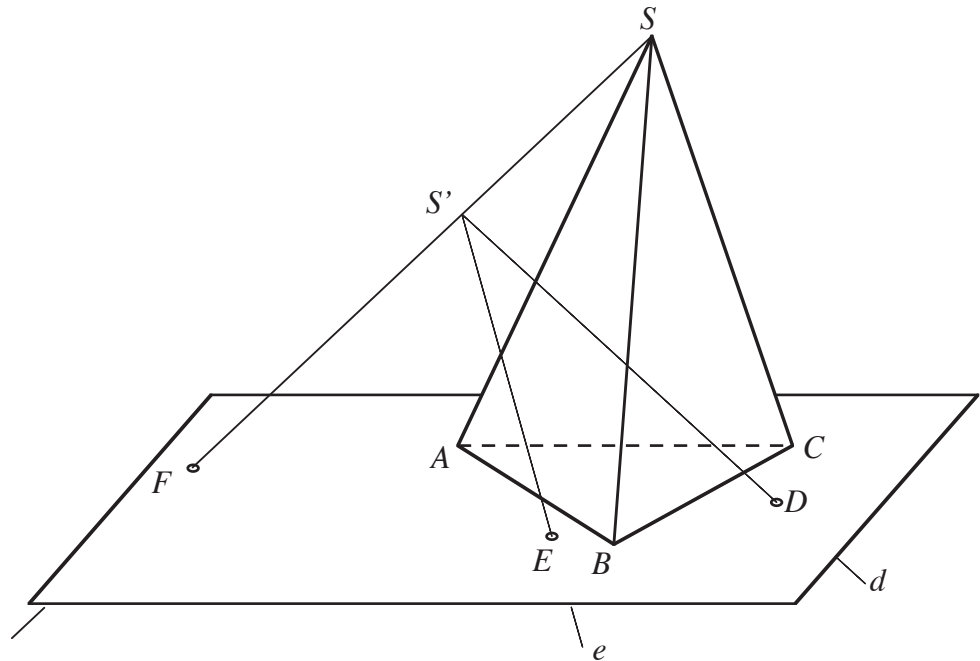


Exercice 2.36:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection de la pyramide $SABC$ avec les 2 droites d et e concourantes en S' .

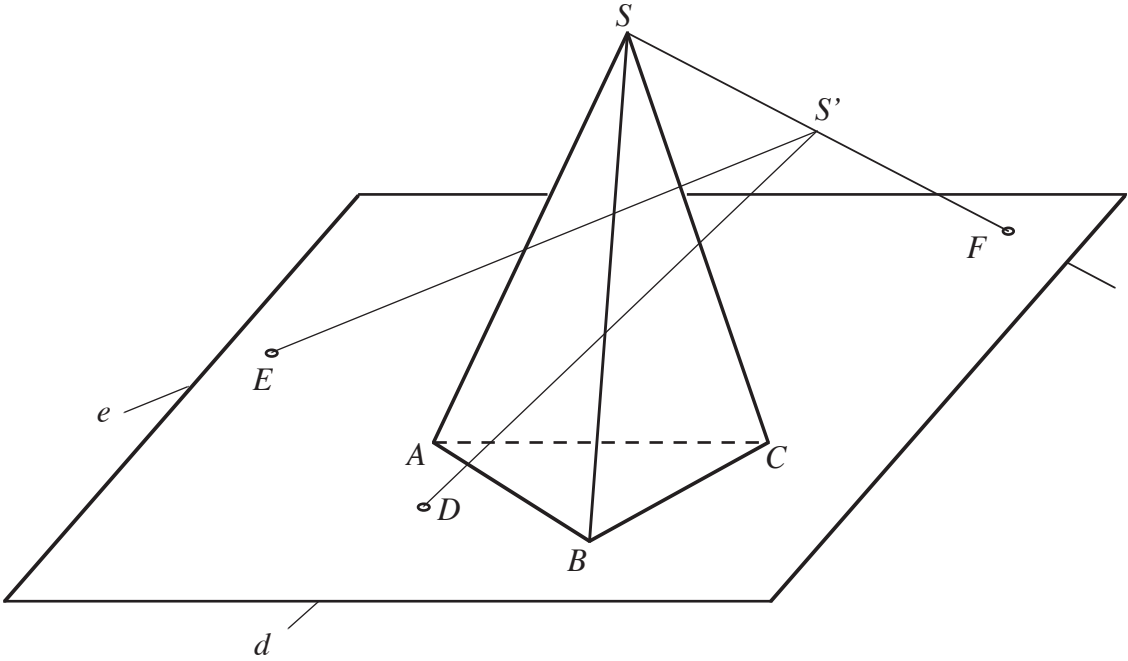
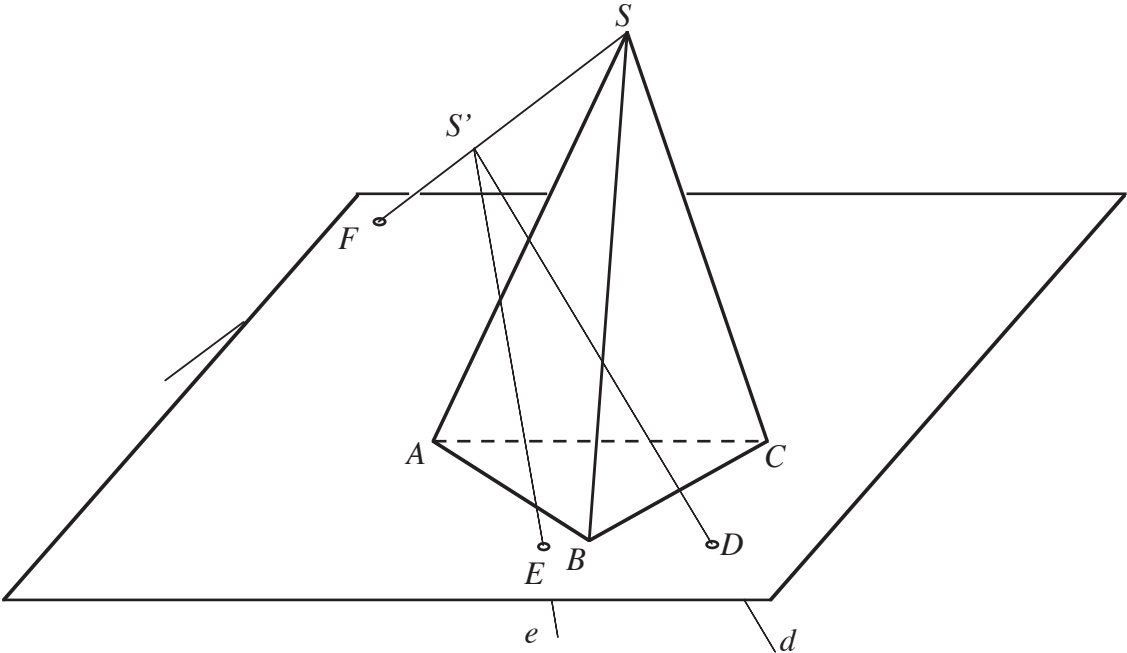
On sait que d coupe le plan ABC en D et e en E . La droite SS' coupe le plan ABC en F .

A l'aide de ces informations, construire la visibilité des droites d et e "plongeant" dans la pyramide



Exercice 2.37:

Mêmes consignes que l'exercice précédent

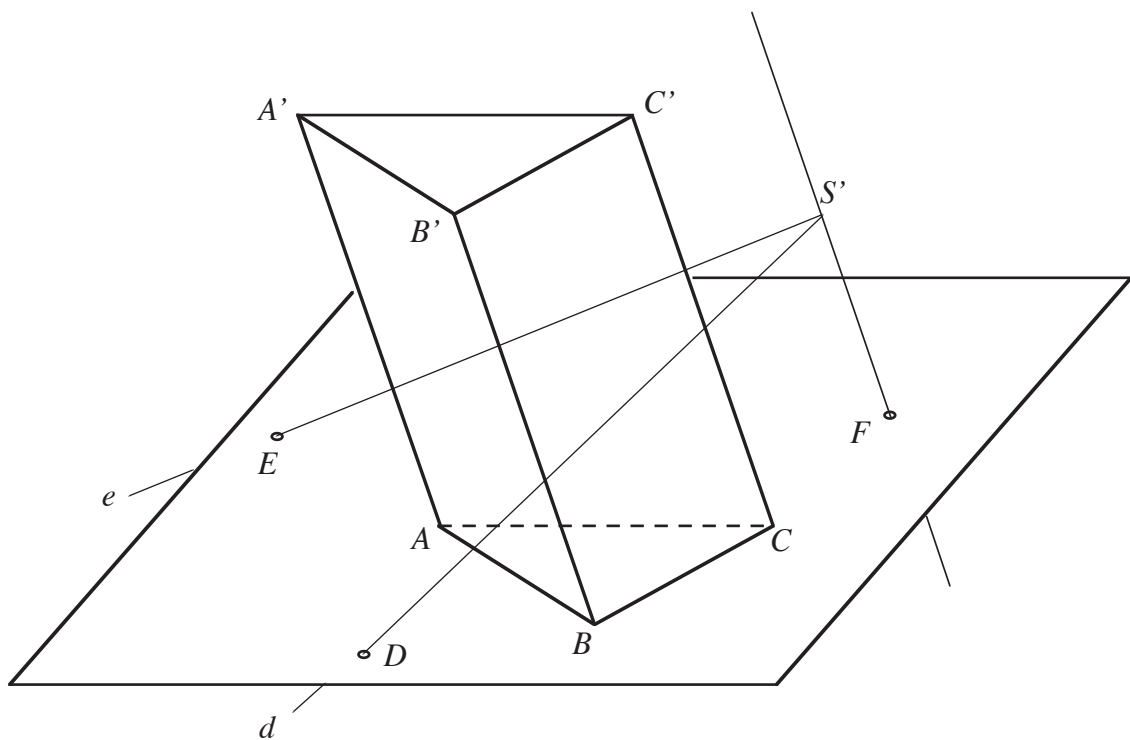
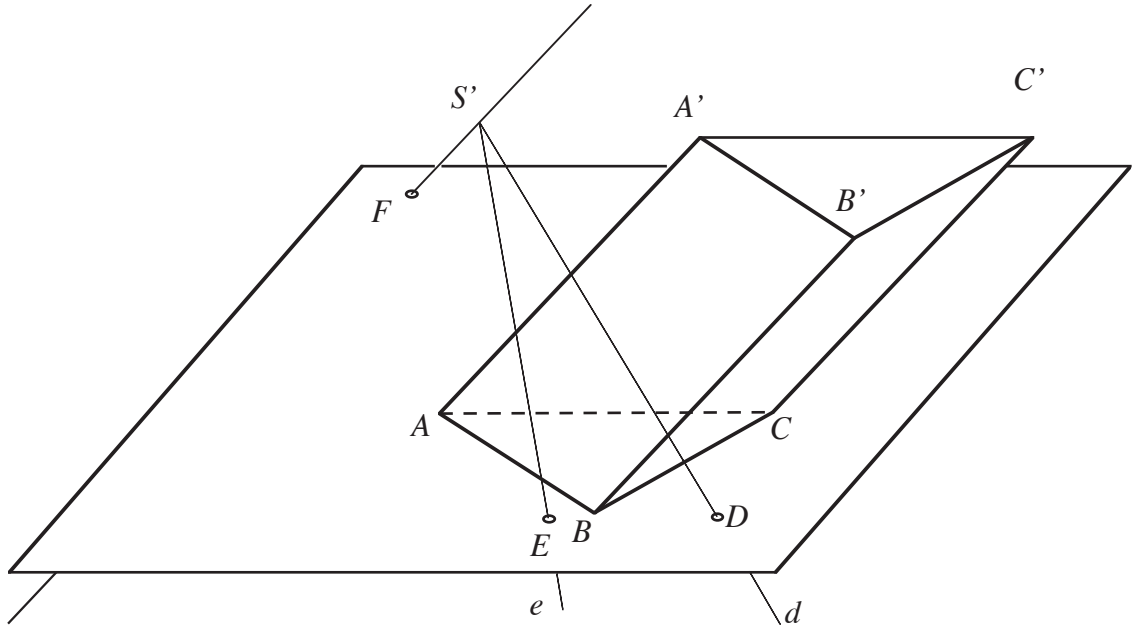


Exercice 2.38:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection du prisme $ABCA'B'C'$ avec les 2 droites d et e concourantes en S'

Par S' , on a tracé une parallèle aux arêtes du prisme qui recoupe le plan ABC en F

A l'aide de ces informations, construire la visibilité des droites d et e "plongeant" dans le prisme.

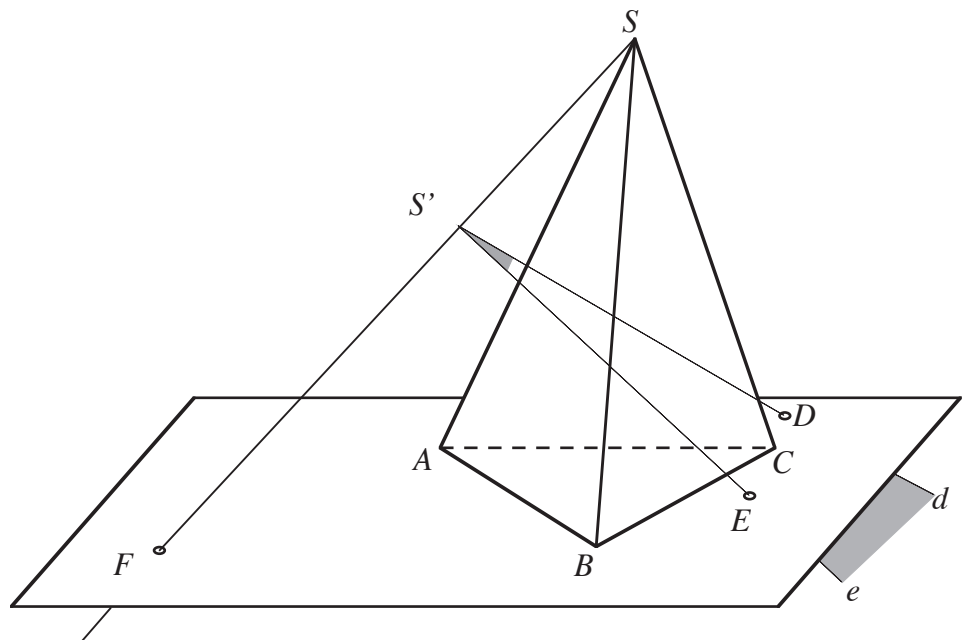
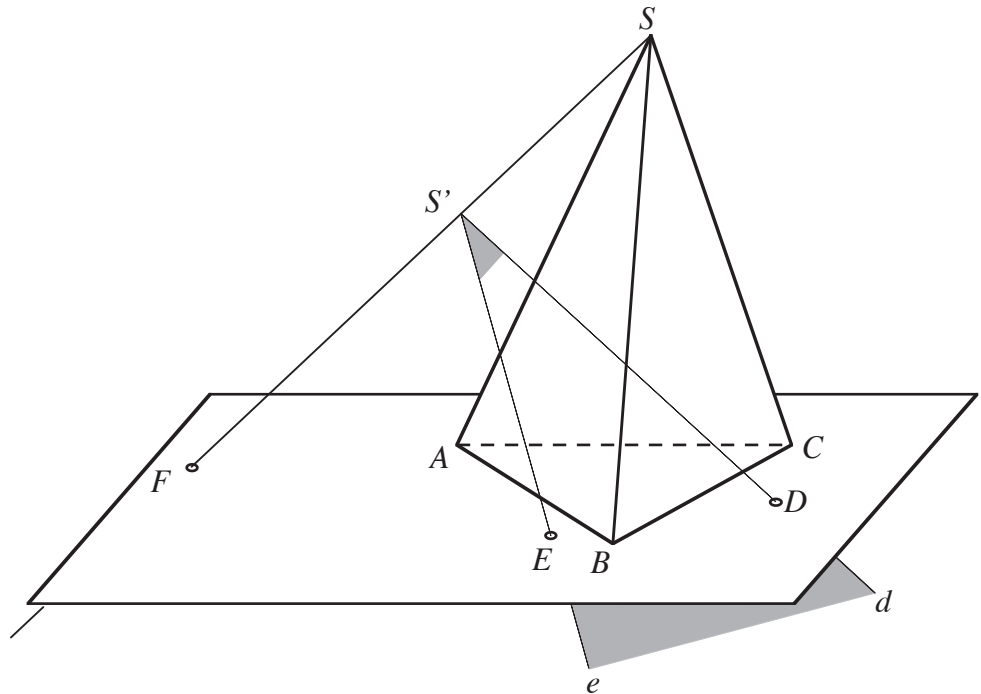


Exercice 2.39:

Le but de cet exercice est de construire l'intersection de la pyramide $SABC$ avec le triangle grisé formé des 2 droites d et e concourantes en S' .

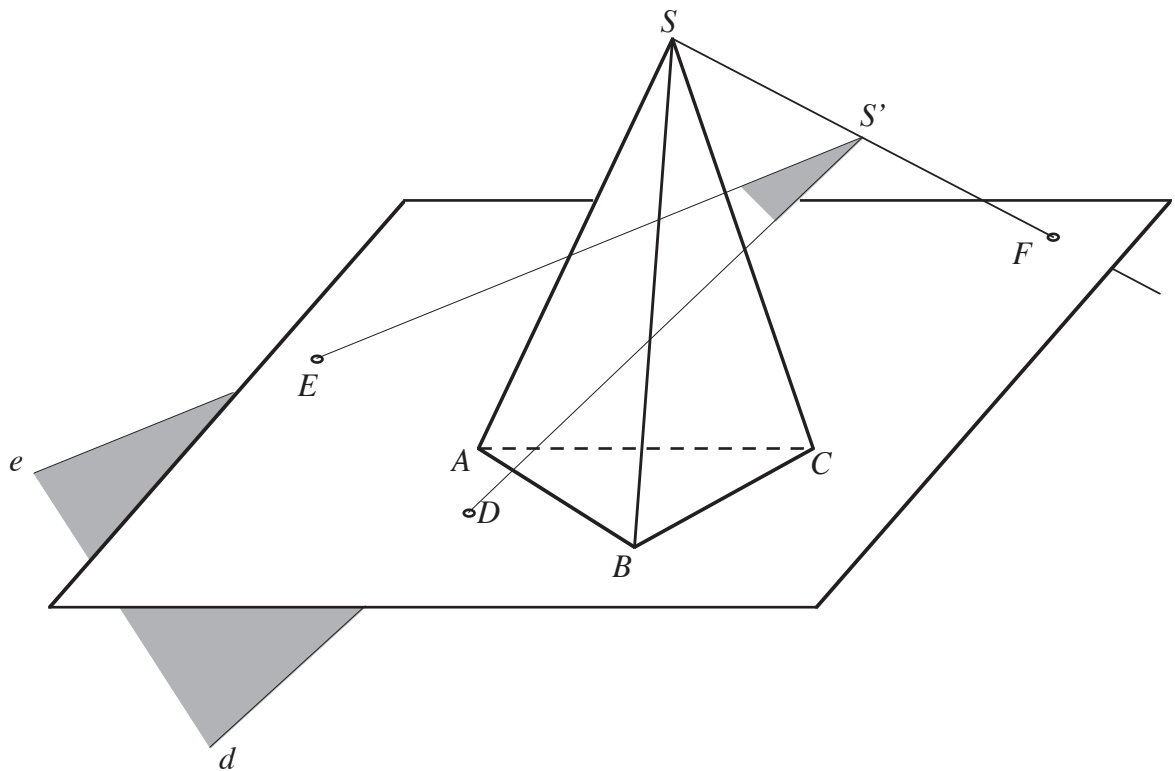
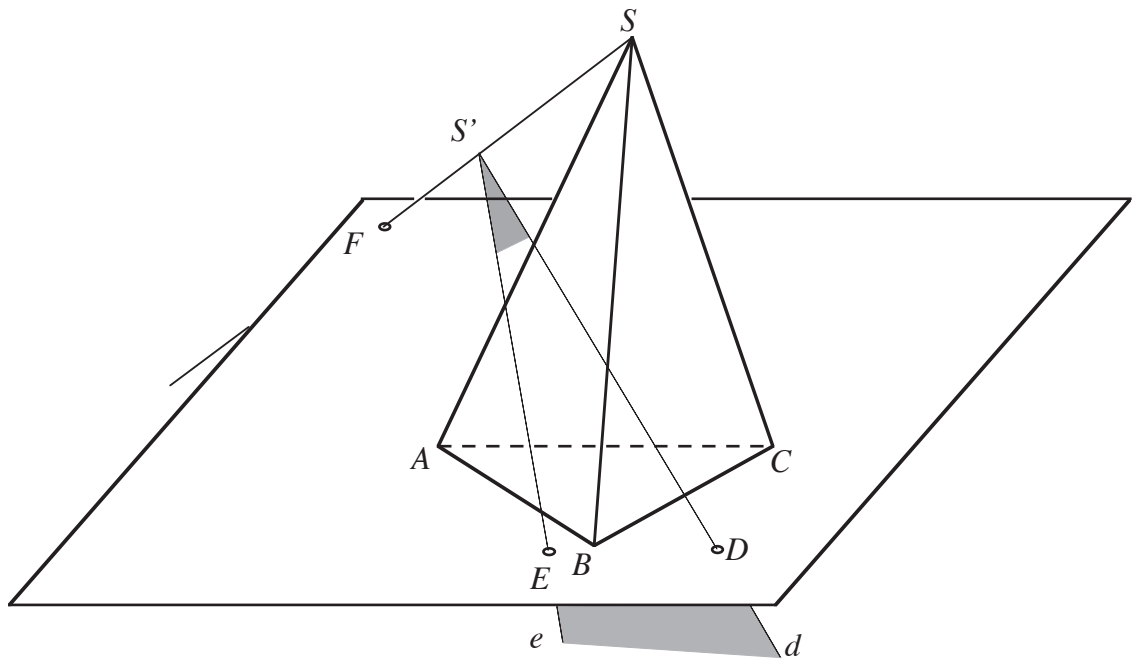
On sait que d coupe le plan ABC en D et e en E . La droite SS' coupe le plan ABC en F .

A l'aide de ces informations, construire et griser la visibilité du triangle "plongeant" dans la pyramide



Exercice 2.40:

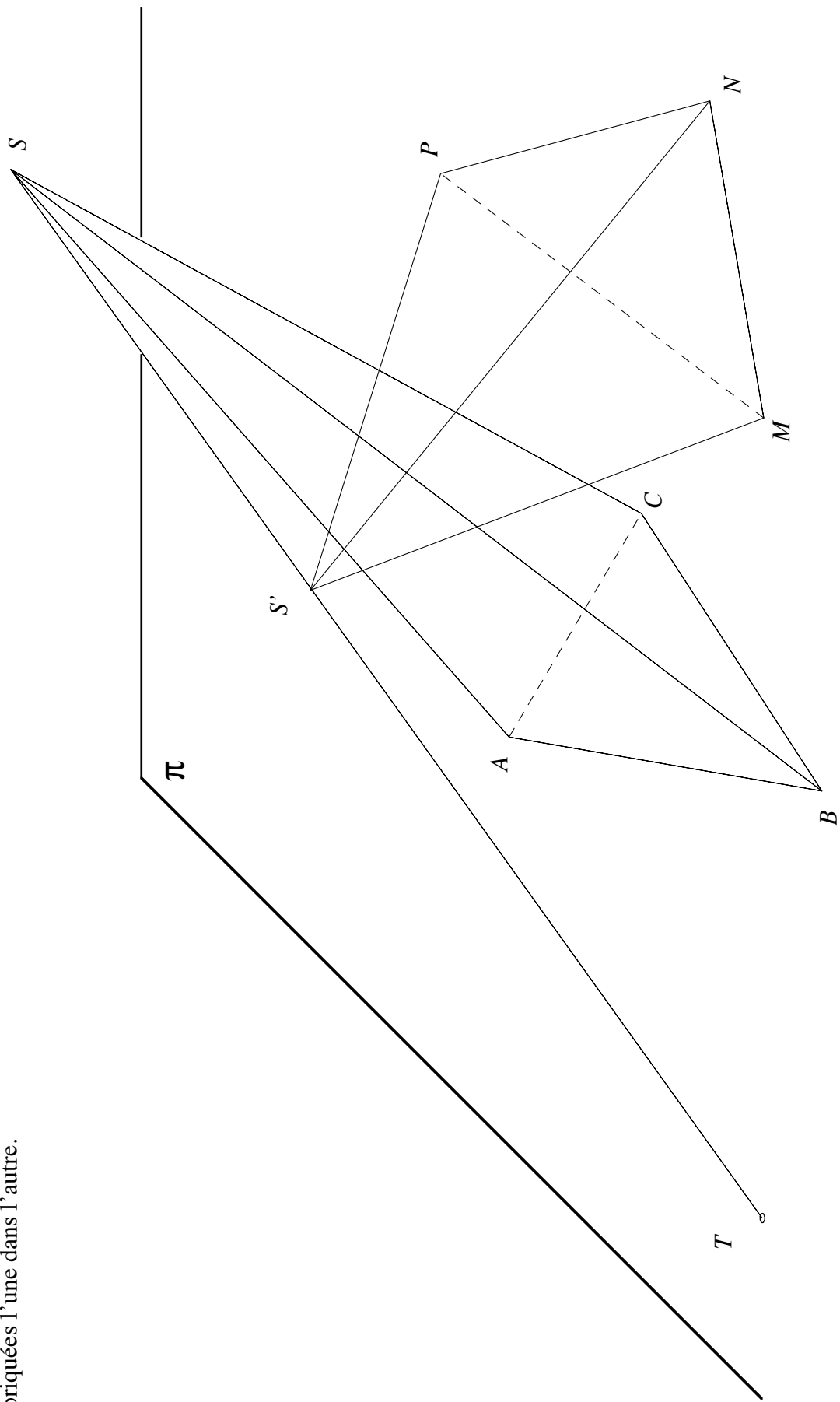
Mêmes consignes que l'exercice précédent



Exercice 2.41 + calque:

Déterminer l'intersection des pyramides $SABC$ et $S'MNP$ sachant que les bases ABC et MNP de ces pyramides sont situés dans le même plan π et que la trace de la droite SS' sur π est le point T .

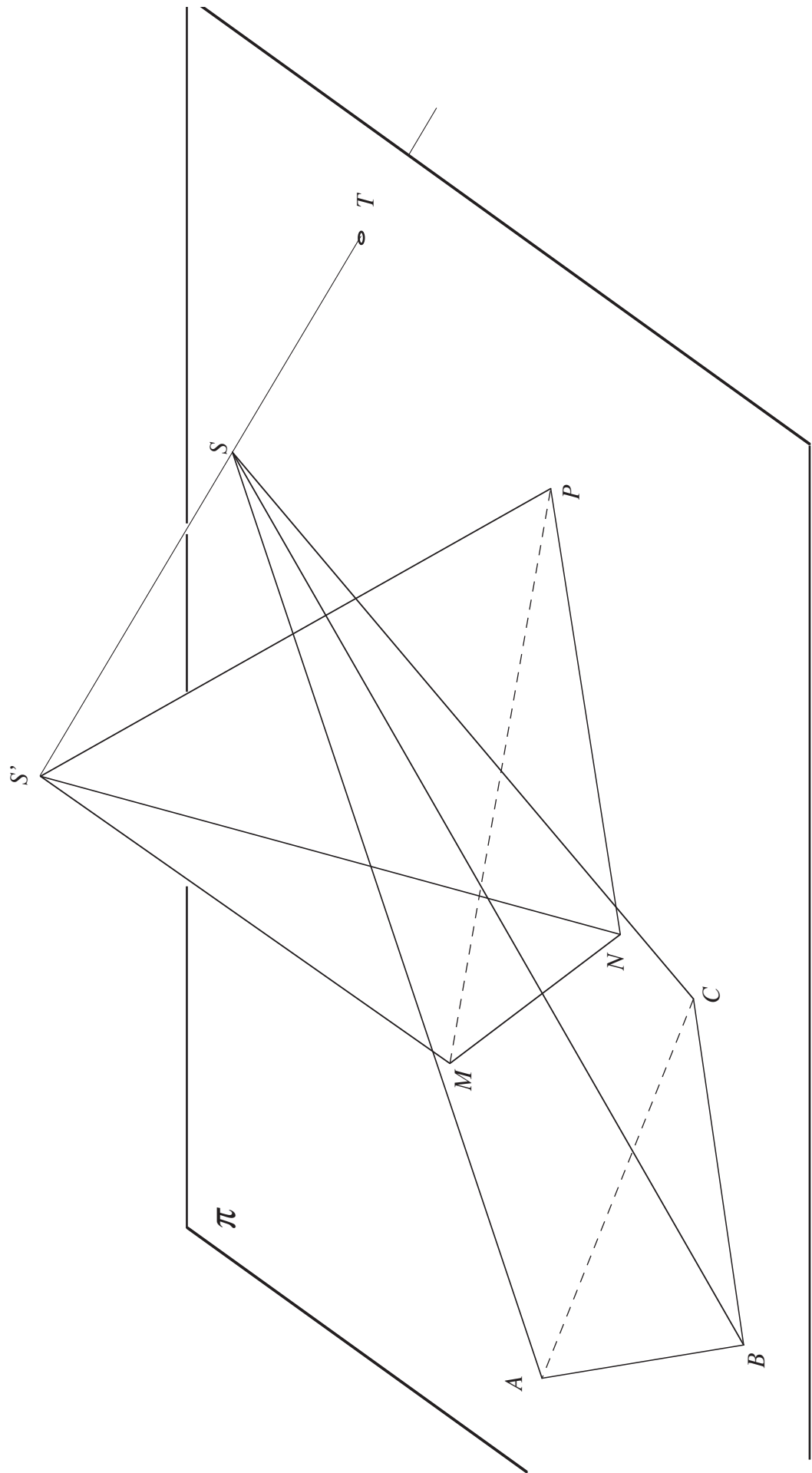
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 pyramides imbriquées l'une dans l'autre.



Exercice 2.42 + calque:

Déterminer l'intersection des pyramides $SABC$ et $S'MNP$ sachant que les bases ABC et MNP de ces pyramides sont situés dans le même plan π et que la trace de la droite SS' sur π est le point T .

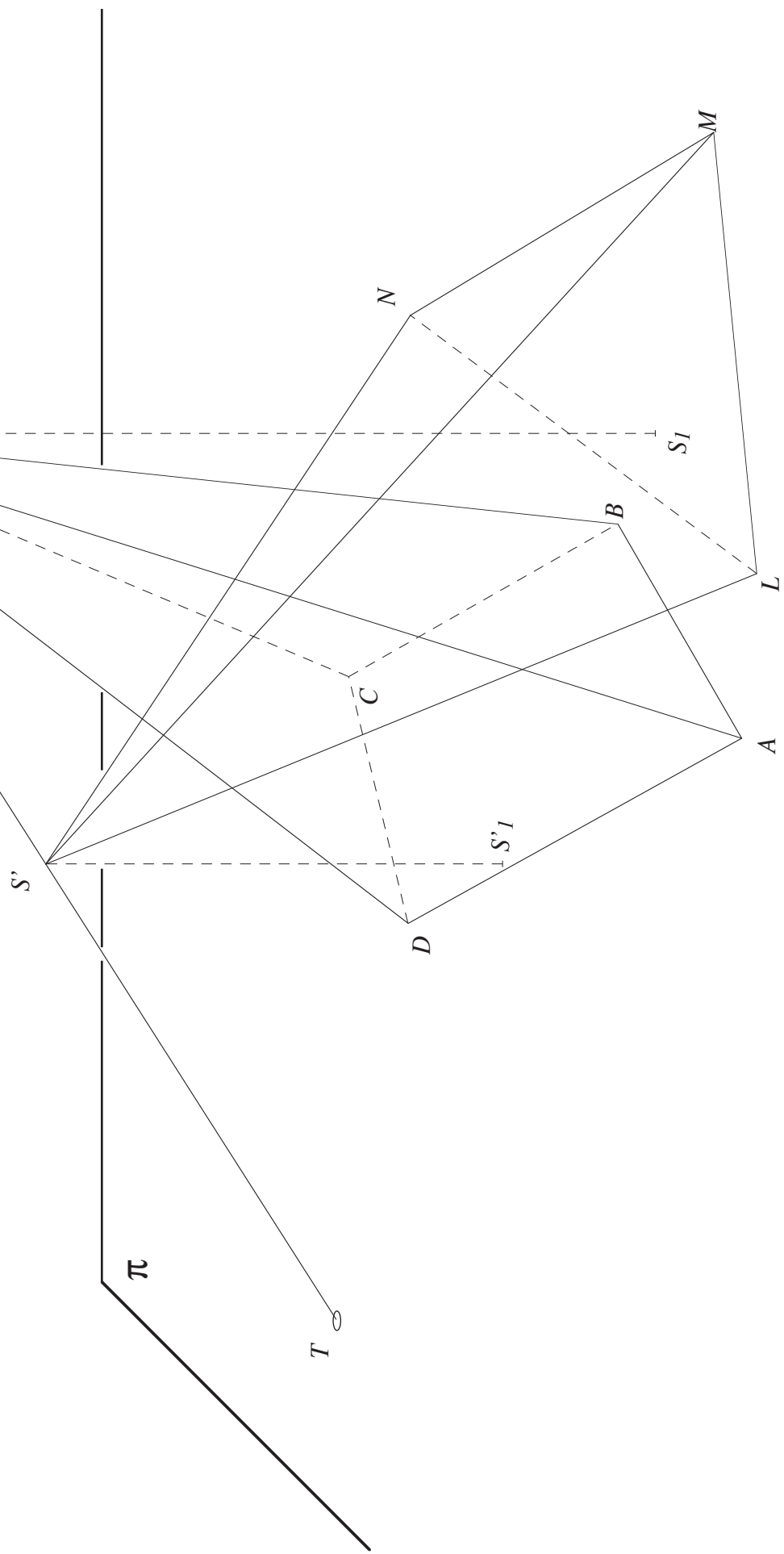
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 pyramides imbriquées l'une dans l'autre.



Exercice 2.43 + calque:

Déterminer l'intersection des pyramides $SABCD$ et $S'LMN$ sachant que les bases $ABCD$ et LMN de ces pyramides sont situées dans le même plan π et que la trace de la droite SS' sur π est le point T . On donne encore S_I et S'_I les projections orthogonales des sommets S et S' sur π .

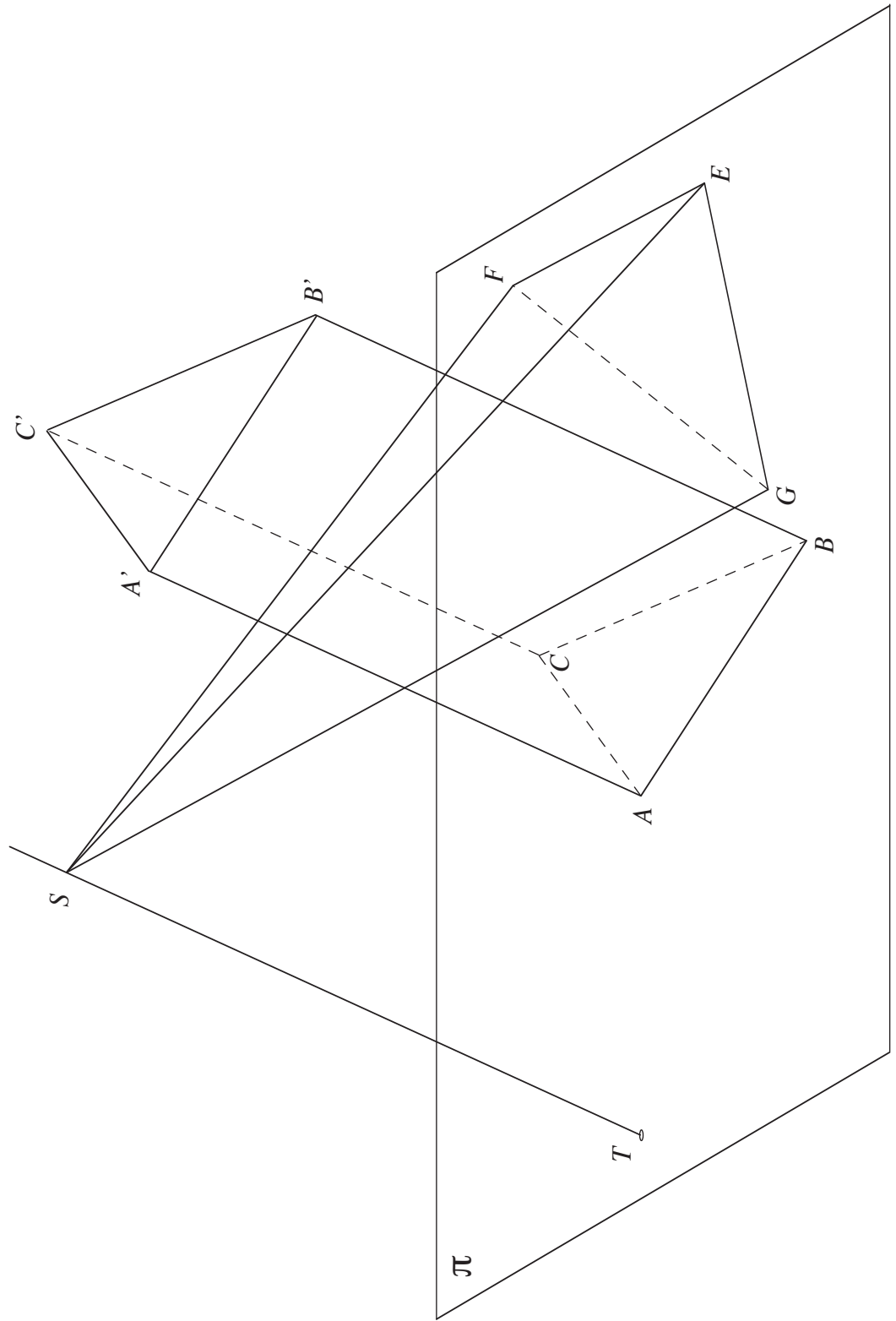
Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 pyramides imbriquées l'une dans l'autre.



Exercice 2.44 + calque:

Déterminer l'intersection du prisme $ABCA'B'C'$ et de la pyramide $SEFG$ sachant que les bases ABC et EFG sont situés dans le même plan et π que la trace de la parallèle aux arêtes du prisme par S sur π est le point T .

Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 polyèdres imbriqués l'une dans l'autre.



Exercice 2.45 + calque:

Déterminer l'intersection du prisme $ABCD A' B' C' D'$ et de la pyramide $SEFGH$ sachant que les bases $ABCD$ et $EFGH$ sont situés dans le même plan π et que la trace de la parallèle aux arêtes du prisme par S sur π est le point T .

Sur le papier calque, reproduire toutes les parties d'arêtes et de faces visibles de ces 2 polyèdres imbriqués l'une dans l'autre.

