

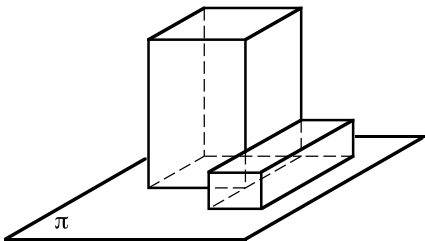
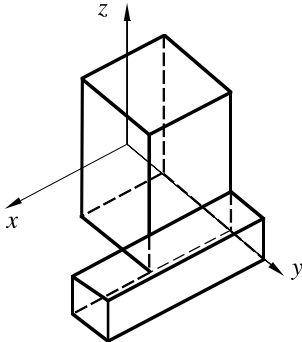
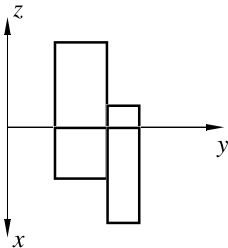
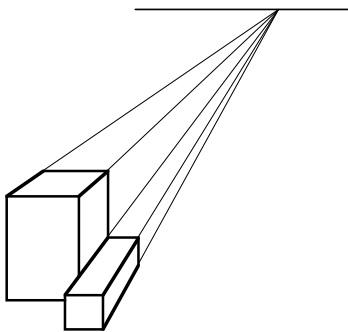
CHAPITRE 1: Introduction

Objectifs du cours

Pour décrire et étudier des objets spatiaux, on commence généralement par en faire un dessin. Ces images, qui sont alors des représentations planes de ces objets, peuvent être conçues de diverses manières: illustrations d'artiste, épures d'architecte, plans de mécanicien ...

Ce polycopié se veut une introduction aux méthodes de la géométrie descriptive, ou constructive, méthodes qui ont pour but de construire des représentations d'objets spatiaux au moyen de projections géométriques. Il a notamment pour objectifs:

- de vous faire connaître les concepts et les principales constructions en géométrie de l'espace, en particulier en introduisant les méthodes :

① L'esquisse en 3D 	② L'axonométrie 
③ La projection de MONGE 	④ La perspective 

- de mettre en évidence l'utilité de ces méthodes en tant que moyen de communication indispensable dans de nombreux domaines des professions d'architecte et d'ingénieur (en particulier dans les domaines suivants: chimie, génie civil, résistance des matériaux, informatique...);
- de vous familiariser avec quelques propriétés fondamentales de la géométrie de l'espace;
- d'améliorer ainsi votre aptitude à « voir dans l'espace » et à réaliser des croquis d'objets spatiaux qui soient faciles à lire;
- de montrer enfin en quoi les représentations traitées se distinguent de ce que nous sommes habitués à voir.

Exercice 1.1:

1. Représenter la figure formée par trois plans ayant:

- a) aucun point commun
- b) un seul point commun
- c) une droite commune

a)	b)	c)
-----------	-----------	-----------

2. Représenter la figure formée par :

- a) une droite coupant un plan
- b) une droite parallèle à un plan
- c) une droite perpendiculaire à un plan

a)	b)	c)
-----------	-----------	-----------

3. Représenter la figure formée par :

- a) une droite coupant deux plans sécants
- b) une droite parallèle à deux plans sécants
- c) une droite ne coupant qu'un des deux plans sécants

a)	b)	c)
-----------	-----------	-----------

Exercice 1.2 : Les propriétés suivantes sont, pour la plupart, des théorèmes. Le but ici n'est pas de les prouver, mais plutôt de les visualiser

- 1) Une droite passant par deux points d'un plan est entièrement contenue dans ce plan.
- 2) Si deux plans se coupent, ils se coupent suivant une droite appelée **trace**.
- 3) Si deux droites se coupent et sont contenues dans des plans distincts, leur point d'intersection appartient à la trace des deux plans.

1)	2)	3)

- 4) Tout plan coupant deux plans parallèles détermine deux traces parallèles.
- 5) Deux plans sont parallèles si l'un contient deux droites sécantes respectivement parallèle à deux droites sécantes de l'autre.
- 6) Soit une droite d parallèle à un plan π et soit un plan α passant par d et coupant π suivant une droite i . La droite i est parallèle à la droite d .

4)	5)	6)

- 7) La projection d'une droite sur un plan est une droite, sauf dans le cas où la droite est perpendiculaire au plan.
- 8) Si un segment est parallèle à un plan, la projection de ce segment sur le plan a même longueur que le segment; dans le cas contraire cette longueur est inférieure à celle du segment.
- 9) Si deux droites sont perpendiculaires entre elles, les projections sur un même plan de ces deux droites ne sont perpendiculaires que si l'une des droites au moins est parallèle au plan de projection.

7)	8)	9)

Exercice 1.3 : Quiz VRAI – FAUX

Les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Cochez les cases correspondantes et représenter les esquisses des affirmations fausses afin de justifier par un contre-exemple pourquoi elles sont fausses.

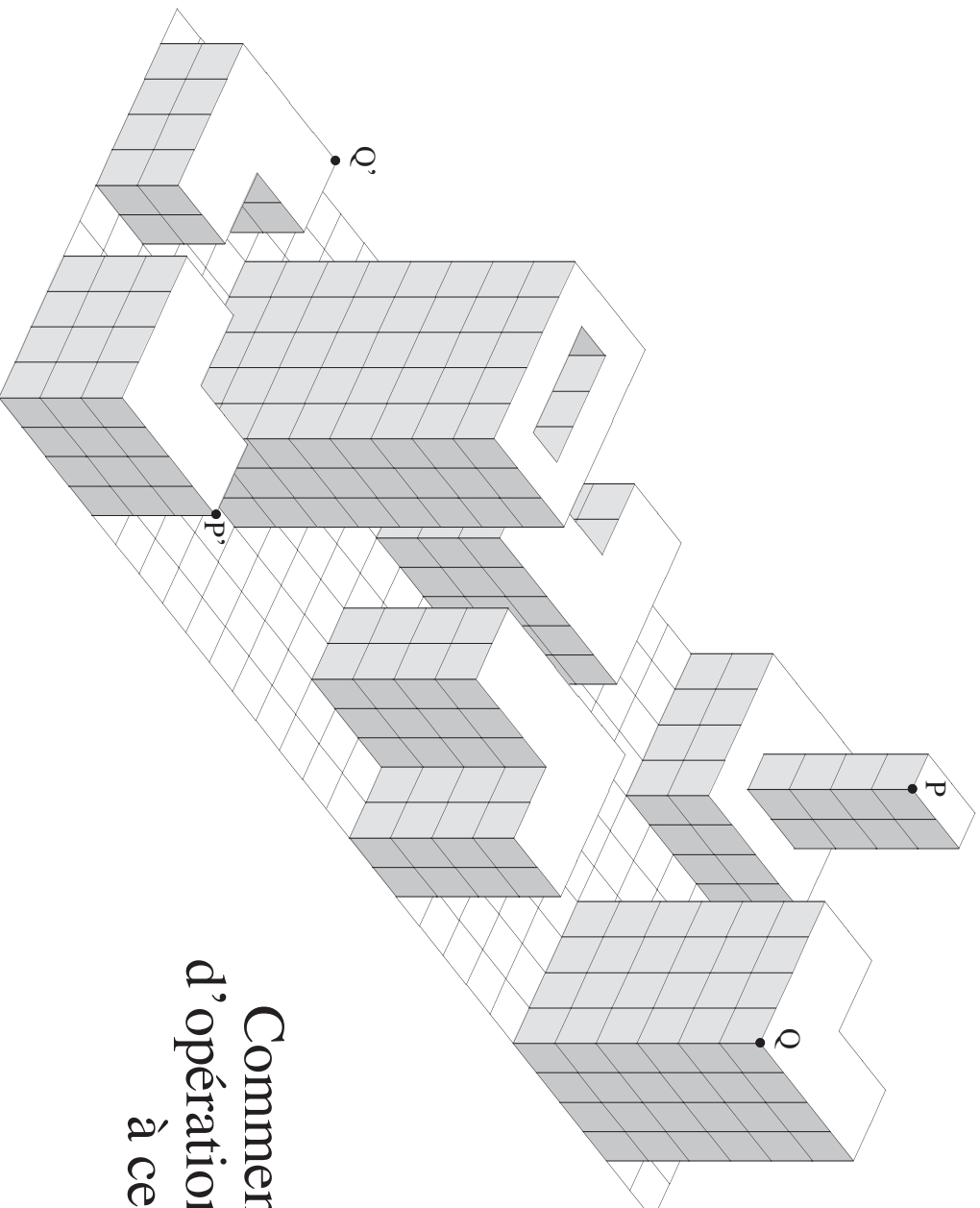
	Vrai	Faux
a) <i>Lorsqu'une droite est perpendiculaire à une droite d'un plan, elle est perpendiculaire au plan.</i>	☐	☐
b) <i>Lorsqu'une droite est orthogonale à deux droites d'un plan, elle est perpendiculaire au plan.</i>	☐	☐
c) <i>Un plan π est perpendiculaire à un plan α, s'il contient une seule perpendiculaire au plan α.</i>	☐	☐
d) <i>Lorsque deux plans sécants sont parallèles à une droite d, leur droite d'intersection est aussi parallèle à la droite d.</i>	☐	☐
e) <i>Une droite et un point sont contenus dans un et un seul plan.</i>	☐	☐
f) <i>Trois points déterminent un et un seul plan.</i>	☐	☐

Vos esquisses

Exercice 1.4 :

Roméo et Juliette revu et modernisé...

- Roméo se trouvant au sommet d'une tour en P, peut-il voir sa Juliette en P' ?
- La même question peut se poser à propos de Tristan en Q et Iseult en Q'.



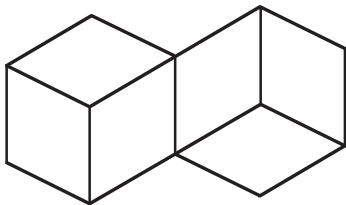
Comment, en un minimum
d'opérations, peut-on répondre
à ces 2 énigmes ?

Exercice 1.5: En chimie

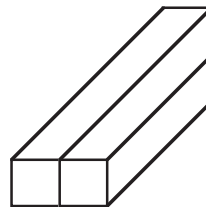
Vos figures d'étude:

Dans la molécule de méthane CH_4 , l'atome de carbone C est à la même distance des 4 atomes d'hydrogène H et les atomes d'hydrogène sont aussi à égale distance les uns des autres. Quelle est la forme de cette molécule ?

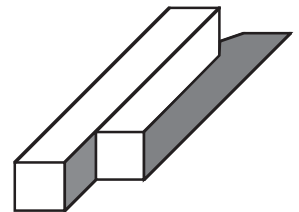
Exercice 1.6: En informatique



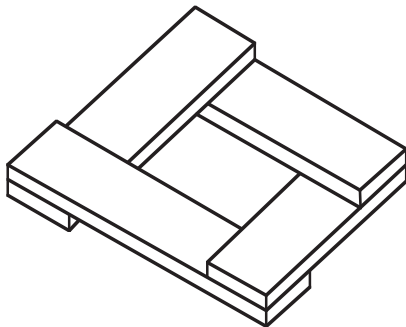
Ces deux cubes ne sont-ils pas placés curieusement



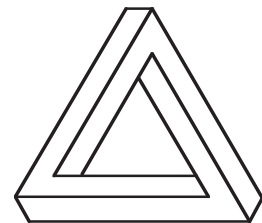
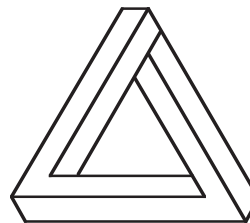
Côte à côte ou superposés ??



Ombre ou poutre ??



Un escalier perpétuel



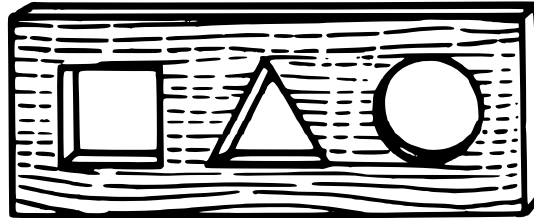
Expliquez pourquoi une de ces figure ne peut pas représenter une figure dans l'espace

En dehors de son aspect quelque peu ludique, ce dernier exercice voudrait attirer votre attention sur un domaine de recherches en pleine effervescence: **la reconnaissance automatique des formes**. Il s'agit de programmer un ordinateur de telle sorte que le résultat (output) soit une liste d'objets dressée sur la base d'une prise de vue vidéo (input). Il va sans dire que l'élaboration de tels programmes ne saurait s'envisager sans une connaissance approfondie des figures spatiales...

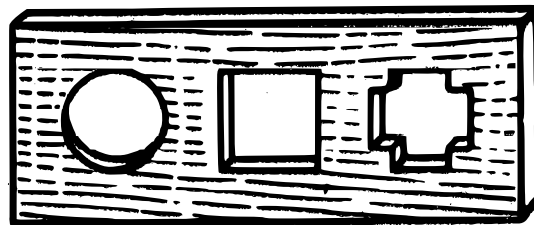
Ces études font d'ailleurs partie d'un domaine beaucoup plus vaste, l'intelligence artificielle (AI), dont les objectifs englobent la traduction automatique des langues (russe - anglais et vice-versa, ...), les jeux de stratégie (échecs, go, bridge, ...), la démonstration automatique de théorèmes (géométrie élémentaire, théorème des quatre couleurs, ...), le calcul symbolique (transformations de formules algébriques, recherche de primitives, ...), la créativité artistique (arts visuels, musique, poésie, ...), reconnaissance de la voix ou de l'écriture, systèmes experts (diagnostics médicaux, ...), robotique industrielle, et d'autres encore.

Exercice 1.7:

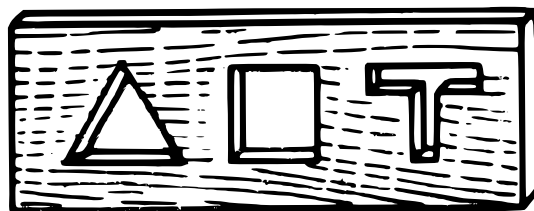
- 1) Voici une planchette à trois ouvertures, l'une carrée, l'autre triangulaire et la troisième circulaire. Déterminer, s'il existe, l'objet de volume maximum qui peut passer à travers ces 3 ouvertures



- 2) Qu'en est-il dans ce 2^{ème} cas ?



- 3) Un petit dernier pour les “cracs”



Le problème que nous étudions ici est fréquemment posé en dessin industriel où il s'agit de trouver une pièce de machine, connaissant ses trois projections.