

Logique formelle, algèbre de Boole et circuits logiques

Série A

Exercice 1. (3 pts)

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$\neg P \wedge Q$
faux	faux	vrai	vrai	faux
faux	vrai	vrai	vrai	vrai
vrai	faux	faux	faux	faux
vrai	vrai	faux	vrai	faux

Série B

P	Q	$\neg Q$	$\neg Q \vee P$	$\neg Q \wedge P$
faux	faux	vrai	vrai	faux
faux	vrai	faux	faux	faux
vrai	faux	vrai	vrai	vrai
vrai	vrai	faux	vrai	faux

Exercice 2. (1+2=3 pts)

a) $xz + xyz = xz(1 + y) = xz$

b) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz = xy + x\bar{z} = x(y + \bar{z})$

Table de Karnaugh :

$\begin{smallmatrix}yz \\ x\end{smallmatrix}$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1

$yz + xyz = yz(1 + x) = yz$

$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz = x\bar{y} + xz = x(\bar{y} + z)$

Table de Karnaugh :

$\begin{smallmatrix}yz \\ x\end{smallmatrix}$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0

Exercice 3. (2+2=4 pts)

a) $f(x; y; z) = \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$

b) Table de Karnaugh :

$\begin{smallmatrix}yz \\ x\end{smallmatrix}$	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1

$\Rightarrow f(x; y; z) = xz + y\bar{z}$

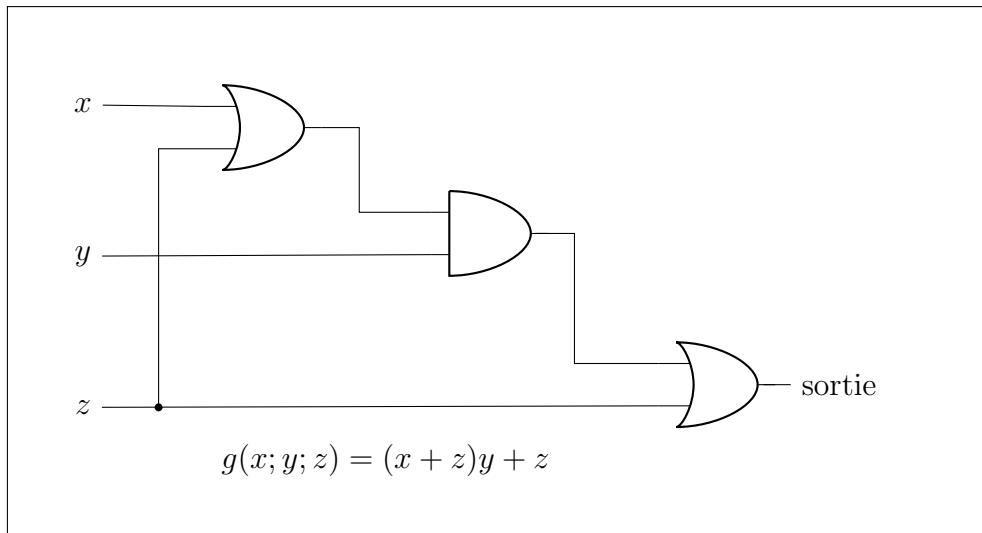
$f(x; y; z) = \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$

Table de Karnaugh :

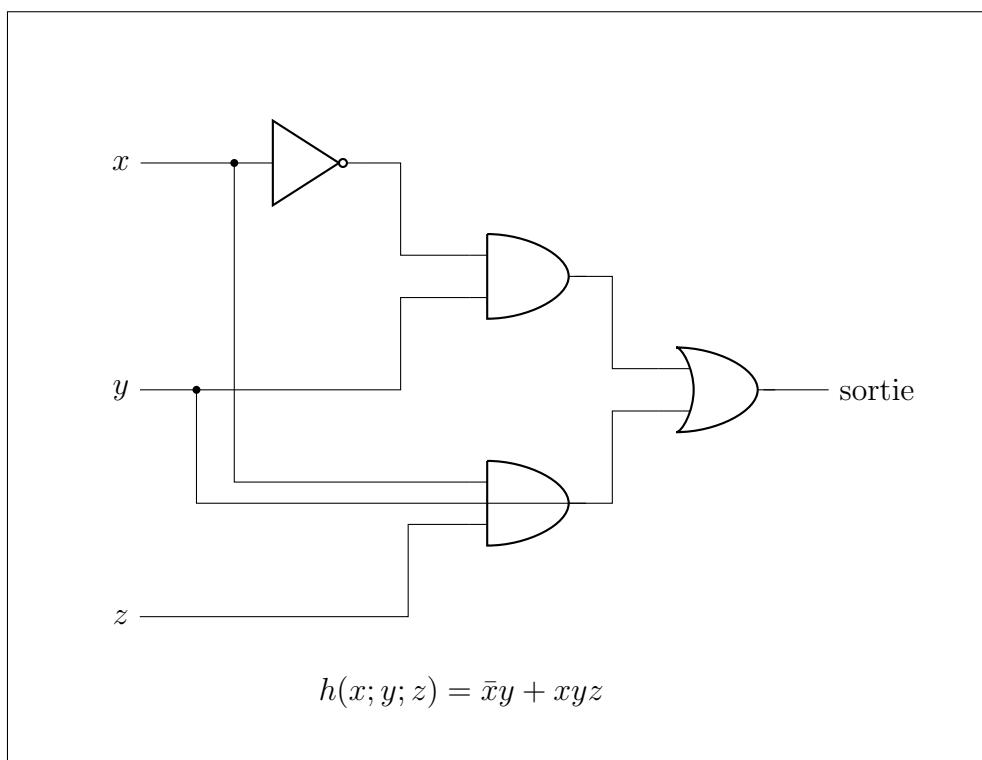
$\begin{smallmatrix}yz \\ x\end{smallmatrix}$	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	1	1

$\Rightarrow f(x; y; z) = xy + \bar{y}z$

Exercice 4. (2 pts)



Exercice 5. (3 pts)



Exercice 6. (1+1+1+2=5 pts)

a) Variables :

 $x = 1$ si le président vote "pour", 0 sinon. $y = 1$ si le caissier vote "pour", 0 sinon. $z = 1$ si le secrétaire vote "pour", 0 sinon.b) Table de vérité de la fonction logique v :

x	y	z	$v(x; y; z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

c) Table de Karnaugh :

$\begin{matrix} y \\ z \end{matrix}$	00	01	11	10
x	0	0	0	0
0	0	0	0	0
1	0	1	1	1

$$\Rightarrow v(x; y; z) = xy + xz = x(y + z)$$

d) Circuit logique :

