

N.E. - chapitre 4 : Fonctions polynômes

Série A

Exercice 1. (3 pts)

$$\bullet Z_f = \{-2; 1; 3\}$$

$$\Rightarrow f(x) = k(x+2)(x-1)(x-3)$$

$$\bullet f(0) = 3 \iff f(0) = k \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-3) = 3$$

$$\iff 6k = 3 \iff k = \frac{1}{2}$$

$$\bullet f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-1)(x-3)$$

Série B

$$\bullet Z_f = \{-3; -1; 2\}$$

$$\Rightarrow f(x) = k(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\bullet f(0) = -2 \iff f(0) = k \cdot 3 \cdot 1 \cdot (-2) = -2$$

$$\iff -6k = -2 \iff k = \frac{1}{3}$$

$$\bullet f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x+1)(x-2)$$

Exercice 2. (3 pts)

$$p(x) = (x^2 - 3)(5x^2 + 3x + 15) + (9x + 34) \quad | \quad p(x) = (x^2 - 2)(7x^2 + 2x + 14) + (4x + 19)$$

Exercice 3. (2 pts)

$$p(x) = (x+2)(9x^3 - 17x^2 + 33x - 65) + 132 \quad | \quad p(x) = (x+3)(5x^3 - 16x^2 + 49x - 146) + 434$$

Exercice 4. (4 pts)

$$\text{Soit } p(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$$

$$\bullet \text{ candidats : } \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$$

$$p(1) = 0 \iff p(x) \text{ est divisible par } x - 1$$

$$\text{ou } p(-2) = 0 \iff p(x) \text{ est div. par } x + 2$$

$$\text{Par Horner : } p(x) = (x-1)(2x^2 + x - 6)$$

$$\iff p(x) = (x-1)(2x-3)(x+2)$$

$$\bullet p(x) = 0 \Rightarrow S = \{-2; 1; \frac{3}{2}\}$$

$$\text{Soit } p(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$$

$$\bullet \text{ candidats : } \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$$

$$p(-1) = 0 \iff p(x) \text{ est divisible par } x + 1$$

$$\text{ou } p(2) = 0 \iff p(x) \text{ est div. par } x - 2$$

$$\text{Par Horner : } p(x) = (x+1)(2x^2 - 7x + 6)$$

$$\iff p(x) = (x+1)(2x-3)(x-2)$$

$$\bullet p(x) = 0 \Rightarrow S = \{-1; \frac{3}{2}; 2\}$$

Exercice 5. (3 pts)

$$(x-5)(4-x)(3x-2) \leq 0$$

• Soit $f(x) = (x-5)(4-x)(3x-2)$

$$\Rightarrow Z_f = \left\{ \frac{2}{3}; 4; 5 \right\}$$

• tableau de signes de f :

t		2/3	4	5	
$x-5$	-		-	-	0 +
$4-x$	+		+	0 -	-
$3x-2$	-	0	+		+
$\text{sgn}(f)$	+	0	-	0	+

$$\Rightarrow S = \left[\frac{2}{3}; 4 \right] \cup [5; +\infty[$$

$$(x+3)(2-x)(3x+4) \leq 0$$

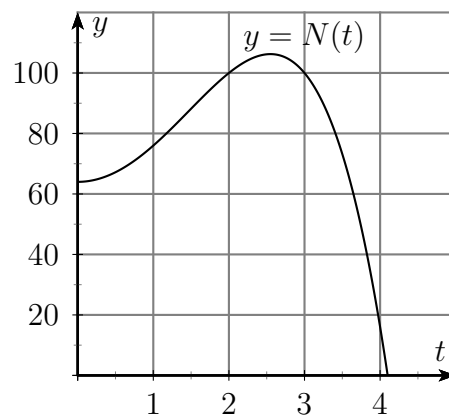
• Soit $f(x) = (x+3)(2-x)(3x+4)$

$$\Rightarrow Z_f = \left\{ -3; -\frac{4}{3}; 2 \right\}$$

• tableau de signes de f :

t		-3	-4/3	2	
$x+3$	-	0	+		+
$2-x$	+		+	+	0 -
$3x+4$	-		-	0	+
$\text{sgn}(f)$	+	0	-	0	+

$$\Rightarrow S = \left[-3; -\frac{4}{3} \right] \cup [2; +\infty[$$

Exercice 6. (5 pts)

• $N(t) > 100 \iff -t^4 + 13t^2 + 64 > 100 \iff -t^4 + 13t^2 - 36 > 0 \iff$

$$\stackrel{(-1)}{\iff} t^4 - 13t^2 + 36 < 0 \iff (t^2 - 9)(t^2 - 4) < 0 \iff (t+3)(t-3)(t+2)(t-2) < 0$$

• Soit $p(t) = (t+3)(t-3)(t+2)(t-2) \Rightarrow Z_p = \{-3; -2; 2; 3\}$

• tableau de signes de p :

t		-3	-2	0	2	3
$t+3$	-	0	+	+	+	+
$t+2$	-	-	0	+	+	+
$t-2$	-	-	-	0	-	+
$t-3$	-	-	-	-	-	0
$\text{sgn}(p)$	+	0	-	0	+	0

$$\Rightarrow S =]-3; -2[\cup]2; 3[$$

• La population de pingouins sera supérieure à 100 individus pour $t \in]2; 3[$ soit entre 2 et 3 ans.