

G.V. - ch.2 et 6 : Norme, angle et produits

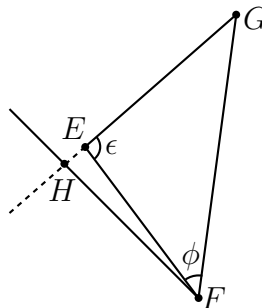
Série A

Série B

Exercice 1. (2+2=4 pts)

a) $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{CD} = -24 + 30 - 6 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -29 \\ -10 \\ -72 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \perp \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} \perp \overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{CD} = -24 + 6 + 18 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ $\vec{v} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 12 \\ -57 \\ -25 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \perp \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} \perp \overrightarrow{CD}$
---	--

Exercice 2. (3+2+3=8 pts)



a) $\|\overrightarrow{EF}\| = \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\| = 5 \text{ [u]}$
 $\|\overrightarrow{FG}\| = \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \right\| = 13 \text{ [u]}$
 $\|\overrightarrow{EG}\| = \left\| \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \text{ [u]}$

$$\Rightarrow \text{périmètre } \triangle EFG = 18 + 8\sqrt{2} \text{ [u]}$$

b) $\cos(\epsilon) = \frac{\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG}}{\|\overrightarrow{EF}\| \cdot \|\overrightarrow{EG}\|} = \frac{-8}{5 \cdot 8\sqrt{2}} \Rightarrow \epsilon \cong 98.13^\circ$

$$\cos(\phi) = \frac{\overrightarrow{FE} \bullet \overrightarrow{FG}}{\|\overrightarrow{FE}\| \cdot \|\overrightarrow{FG}\|} = \frac{33}{5 \cdot 13} \Rightarrow \phi \cong 59.49^\circ$$

c) • Posons $H(h_1; h_2)$

$$\bullet \overrightarrow{EH} = \frac{\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG}}{\|\overrightarrow{EG}\|^2} \overrightarrow{EG} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} h_1 + 3 \\ h_2 + 2 \end{pmatrix} = \frac{-8}{128} \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow H(-7/2; -5/2)$$

a) $\|\overrightarrow{EF}\| = \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\| = 5 \text{ [u]}$

$$\|\overrightarrow{FG}\| = \left\| \begin{pmatrix} -5 \\ -12 \end{pmatrix} \right\| = 13 \text{ [u]}$$

$$\|\overrightarrow{EG}\| = \left\| \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \text{ [u]}$$

$$\Rightarrow \text{périmètre } \triangle EFG = 18 + 8\sqrt{2} \text{ [u]}$$

b) $\cos(\epsilon) = \frac{\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG}}{\|\overrightarrow{EF}\| \cdot \|\overrightarrow{EG}\|} = \frac{-8}{5 \cdot 8\sqrt{2}} \Rightarrow \epsilon \cong 98.13^\circ$

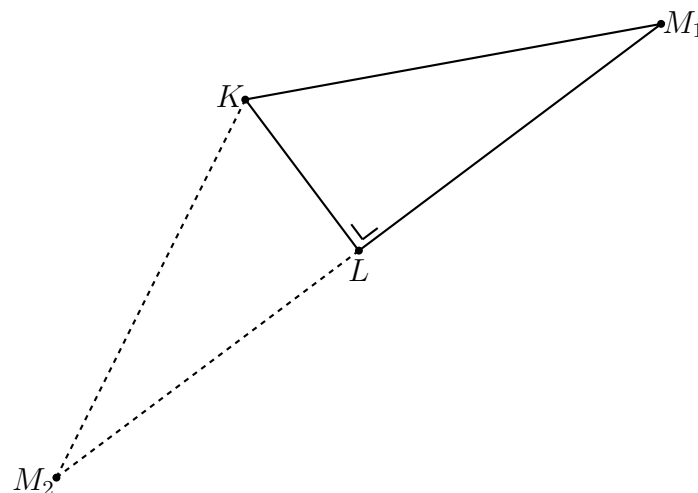
$$\cos(\phi) = \frac{\overrightarrow{FE} \bullet \overrightarrow{FG}}{\|\overrightarrow{FE}\| \cdot \|\overrightarrow{FG}\|} = \frac{33}{5 \cdot 13} \Rightarrow \phi \cong 59.49^\circ$$

• Posons $H(h_1; h_2)$

$$\bullet \overrightarrow{EH} = \frac{\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG}}{\|\overrightarrow{EG}\|^2} \overrightarrow{EG} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} h_1 - 3 \\ h_2 - 2 \end{pmatrix} = \frac{-8}{128} \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow H(7/2; 5/2)$$

Exercice 3. (5 pts)

$$\bullet \overrightarrow{KL} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{KL_{\perp}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Comme $\|\overrightarrow{KL}\| = 5 \text{ [u]}$ et $\sigma(\Delta KLM) = 25 \text{ [u}^2\text{]}$,
alors $\|\overrightarrow{LM}\| = 10 \text{ [u]}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{LM} = \pm \frac{10}{5} \cdot \overrightarrow{KL_{\perp}} = (\pm 2) \cdot \overrightarrow{KL_{\perp}}$$

• Posons $M(m_1; m_2)$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} m_1 - 1 \\ m_2 + 1 \end{pmatrix} = (\pm 2) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow M_1(9; 5) \text{ et } M_2(-7; -7)$$

ou une autre méthode ...

$$\bullet \overrightarrow{KL} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{KL_{\perp}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Comme $\|\overrightarrow{KL}\| = 5 \text{ [u]}$ et $\sigma(\Delta KLM) = 25 \text{ [u}^2\text{]}$,
alors $\|\overrightarrow{LM}\| = 10 \text{ [u]}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{LM} = \pm \frac{10}{5} \cdot \overrightarrow{KL_{\perp}} = (\pm 2) \cdot \overrightarrow{KL_{\perp}}$$

• Posons $M(m_1; m_2)$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} m_1 - 2 \\ m_2 + 1 \end{pmatrix} = (\pm 2) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow M_1(8; 7) \text{ et } M_2(-4; -9)$$

ou une autre méthode ...

Exercice 4. (3 pts)

Posons $T(t_1; t_2; t_3)$

$$\frac{-5 + 3 + t_1}{3} = -2 \Rightarrow t_1 = -4$$

$$\frac{-2 + 5 + t_2}{3} = 3 \Rightarrow t_2 = 6$$

$$\frac{4 - 7 + t_3}{3} = -4 \Rightarrow t_3 = -9$$

$$\Rightarrow T(-4; 6; -9)$$

ou une autre méthode : $\overrightarrow{OU} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OR} + \dots$

Posons $T(t_1; t_2; t_3)$

$$\frac{5 - 3 + t_1}{3} = 2 \Rightarrow t_1 = 4$$

$$\frac{2 - 5 + t_2}{3} = -3 \Rightarrow t_2 = -6$$

$$\frac{-4 + 7 + t_3}{3} = -4 \Rightarrow t_3 = -15$$

$$\Rightarrow T(4; -6; -15)$$

ou une autre méthode : $\overrightarrow{OU} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OR} + \dots$