

G.V. - chapitre 1 : Notion de vecteur

Série A

Exercice 1. (1+2=3 pts)

a) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CD}$

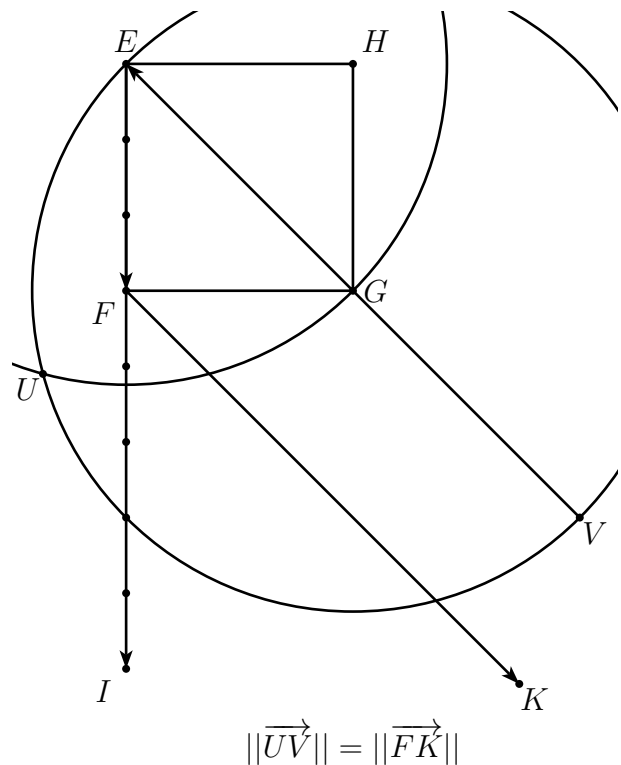
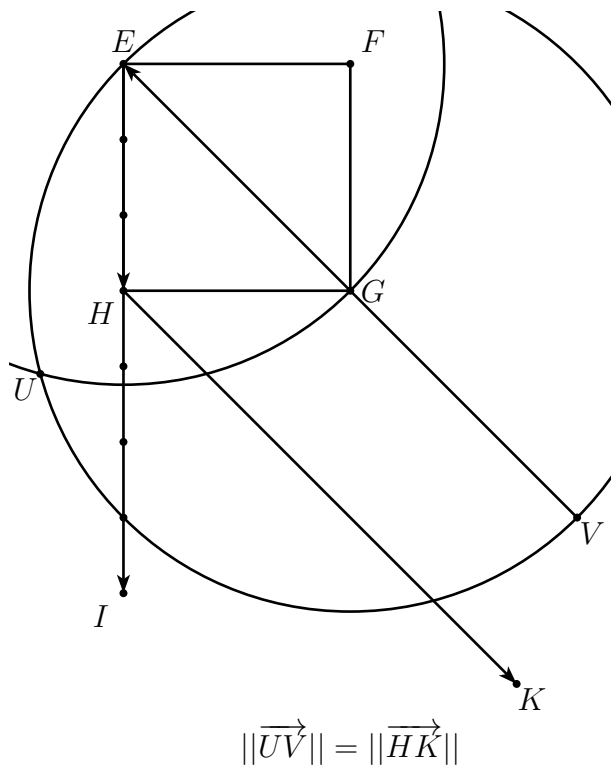
b) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

Série B

a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC}$

Exercice 2. (1.5+2.5=4 pts)



Exercice 3. (3 pts)

$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires $\iff \det(\vec{a}; \vec{b}) = 0$

$\Rightarrow \det(\vec{a}; \vec{b}) = \begin{vmatrix} m & 3 \\ m-2 & m+8 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow m \cdot (m+8) - 3 \cdot (m-2) = 0$

$\Rightarrow m^2 + 5m + 6 = 0$

$\Rightarrow (m+2)(m+3) = 0$

$\Rightarrow m_1 = -3$ ou $m_2 = -2$

$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires $\iff \det(\vec{a}; \vec{b}) = 0$

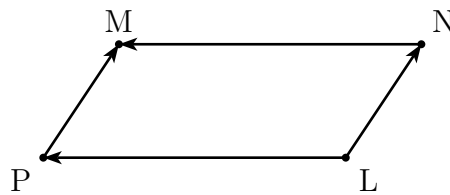
$\det(\vec{a}; \vec{b}) = \begin{vmatrix} m & 4 \\ m-1 & m+9 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow m \cdot (m+9) - 4 \cdot (m-1) = 0$

$\Rightarrow m^2 + 5m + 4 = 0$

$\Rightarrow (m+1)(m+4) = 0$

$\Rightarrow m_1 = -4$ ou $m_2 = -1$

Exercice 4. (3 pts)

• Posons $P(x_P; y_P)$

$$\bullet \overrightarrow{LN} = \overrightarrow{PM} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - x_P \\ 5 - y_P \end{pmatrix}$$

$$\text{ou } \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{LP} \Rightarrow \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P - 7 \\ y_P + 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{NM} \\ &\Rightarrow P(-5; 0) \end{aligned}$$

• Posons $P(x_P; y_P)$

$$\bullet \overrightarrow{LN} = \overrightarrow{PM} \Rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x_P \\ -5 - y_P \end{pmatrix}$$

$$\text{ou } \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{LP} \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P + 7 \\ y_P - 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{NM} \\ &\Rightarrow P(5; 0) \end{aligned}$$

Exercice 5. (3 pts)

$$\overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 28 \\ -35 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{QS} = \begin{pmatrix} 20 \\ -25 \end{pmatrix}$$

$$\det(\overrightarrow{QR}; \overrightarrow{QS}) = \begin{vmatrix} 28 & 20 \\ -35 & -25 \end{vmatrix} = -700 + 700 = 0$$

$\Rightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{QR}$ et $\overrightarrow{QS}$ sont colinéaires

$\Rightarrow$ les points Q , R et S sont alignés

$$\overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 24 \\ -30 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{QS} = \begin{pmatrix} 16 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\det(\overrightarrow{QR}; \overrightarrow{QS}) = \begin{vmatrix} 24 & 16 \\ -30 & -20 \end{vmatrix} = -480 + 480 = 0$$

$\Rightarrow$ les vecteurs $\overrightarrow{QR}$ et $\overrightarrow{QS}$ sont colinéaires

$\Rightarrow$ les points Q , R et S sont alignés

Exercice 6. (4 pts)

$$\vec{t}, \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont coplanaires} \iff \det(\vec{t}; \vec{u}; \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \det(\vec{t}; \vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & k \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -8 - 3k + 4 - 12 - 4k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -7k - 18 = 0$$

$$\Rightarrow k = -\frac{18}{7}$$

$$\vec{t}, \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont coplanaires} \iff \det(\vec{t}; \vec{u}; \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \det(\vec{t}; \vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & k \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -12 - 3k + 4 - 12 - 6k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -9k - 22 = 0$$

$$\Rightarrow k = -\frac{22}{9}$$