Gymnase de Burier
(version juin 2021)

1ECG Exercices de mathématiques

Calcul numérique

Puissances et racines

Calcul littéral

Manipulation de formules

Équations et inéquations du premier degré

Proportionnalité

Notion de fonction

Fonctions affines

Systèmes d'équations

Équations du deuxième degré

Géométrie

Trigonométrie I

Table des matières

Chapitre 1

Calcul numérique

Exercice 1.1

Calculer

a) $-3-5=$

b) $-3+(-5)=$

c) $-3\cdot 5=$

d) $-3\cdot(-5)=$

e) $3-5=$

f) $3-4\cdot 5=$

g) $(3-4)\cdot 5=$

h) $3-4^2=$

i) $(3-4)^2=$

j) $3^2-4=$

k) $3^2-4^2=$

l) $-3^2-4=$

m) $(-3)^2+(-4)^2=$

n) $-(-3)^2\cdot(-4)=$

o) $-(5-3)^2=$

p) $3\cdot 4-5\cdot 6=$

q) $16-12\div 2=$

r) $15\cdot 2-16\div 4=$

s) $5-2\cdot 3\cdot 4=$

t) $2\cdot 3^2-4^2\cdot 3=$

u) $15-10-18\div 3^2=$

v) $\left[(2\cdot 3)^2+8\div 2^2-6^2\right]^3-2^3=$

Exercice 1.2

Calculer

a) $(12-2\cdot 5)\div 2+(13-10)\div 3=$

b) $(22-7\cdot 2+6)\cdot(15\div 3-8\div 4)=$

c) $17-5\cdot 2\div 10+(27-3\cdot 2)=$

d) $2 \cdot 3 + (5 + 3 \cdot 5) \cdot 2 - 11 + 2 \cdot 5 =$

e) $5 \cdot (12 - 5 \cdot 2) \cdot 9 - 17 =$

Exercice 1.3

Compléter

a) $12 \cdot (19 + 81) = 12 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

b) $(39 + \ldots\ldots\ldots\ldots) \cdot 37 = 3700$

c) $45 \cdot (8 + \ldots\ldots\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots \cdot 10 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $73 \cdot 90 + 73 \cdot 10 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

e) $25 \cdot 8{,}7 + 75 \cdot 8{,}7 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

f) $420 \cdot 12 + 12 \cdot 580 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

g) $(5{,}9 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots) + (27 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots) = 27 \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots = 270$

h) $99 \cdot 29 + 29 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

i) $99 \cdot 29 + 99 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

j) $1001 \cdot 999 - 999 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

k) $1001 - 1001 \cdot 999 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

l) $25 \cdot 93 - 43 \cdot 93 + 118 \cdot 93 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

m) $38 \cdot 45 - (52 \cdot 38 - 38 \cdot 17) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

n) $50 \cdot 30^2 - 100 \cdot 30^2 + 2 \cdot 30^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 1.4

Lors d'un match, trois basketteurs ont marqué ensemble 75 points. Deux d'entre eux ont marqué ensemble 56 points et le troisième en a marqué 11 de moins que le premier.
Calculer les points réalisés par chacun.

Exercice 1.5

Calculer

a) $(7 - 3) - (2 - 1) =$

b) $10 + 22 - (1 + 28) + 28 - (16 - 8) =$

c) $(17-2)+5-[17-(15-8+2)+1]=$

d) $[(4+6)-(7-3)]+[(8+3+4)-(10-4)]=$

e) $29-\{56-[(3-2)+50]-4\}=$

f) $57-(20+4)-\{18+[3-(2-1)]\}=$

g) $24+\{35-[40-(25-7+3)-9]+5+[12-(7-5)]\}=$

h) $6-[3-(2+1)]+\{125-[49-(30-3)]\}=$

i) $\{10-[9-(8-7)]-6\}-\{5-[4-(3-2)]-1\}=$

Exercice 1.6

Calculer

a) $3^2-(8^2-3^2)=$

b) $-3^2-(-2)^4=$

c) $125:(-5)^2-4^2\cdot(-1)^{10}=$

d) $-1-\{-1-[-1-(-1)]-1\}-1=$

Exercice 1.7

Calculer

a) $\left[(4+3)\cdot 2-16\div 2^3\right]^2=$

b) $8+2\cdot(14-2\cdot 6)^3+(5+2)\cdot 3=$

c) $[(3-2)\cdot 2]^5-2-5^2=$

d) $2^5-2\cdot(5^2-2^2\cdot 5)+(16\div 2^3)=$

Exercice 1.8

Calculer

a) $(-3) \cdot [3 - (+5)] =$

b) $4 - [5 \cdot (-2) + (-2)] =$

c) $-4 \cdot \Big\{ [3 + (-4)] \cdot [-2 - (-3)] \Big\} =$

d) $5 \cdot 6 - 16 \div (-4) - (15 - 8) =$

e) $(23 - 37) \cdot (14 - 16) =$

f) $-11 - 12 \div (-3) - (7 - 14) =$

Exercice 1.9

Calculer

a) $(-2) \cdot (-7) - (-8 + 2 + 1 \cdot 6) \cdot 3 =$

b) $[(-2 + 7) \cdot (-2) - 6 \div (-3)] \cdot (-5) \div 5 =$

c) $[-7 + (-2) + 7 - (-1)] \div \{4 \div [2 \cdot (-2)]\} =$

d) $[2 + (-1) - 7 \div 7] \div (-5) \div (-2 + 1) =$

e) $-4 - (-1) - (2 \cdot 1 - \{-2 - [4 + (-1)]\}) =$

Exercice 1.10

Associer les termes égaux.

$\frac{5}{4}$ $\frac{4}{5}$ $1,25$ 1

$\frac{34}{51}$ $\frac{80}{100}$

$\frac{20}{16}$ $0,8$ $0,\overline{6}$

$0,6$ $\frac{2}{3}$ $\frac{27}{27}$

$1,000$ $125\,\%$ $0,\overline{9}$

Exercice 1.11

Compléter

a) $5 \cdot \frac{1}{5} = \boxed{}$

b) Quel est le nombre dont le double donne $\frac{2}{7}$? $\boxed{}$

c) $\frac{4}{3} \cdot \boxed{} = \frac{8}{15}$

d) $\boxed{} \cdot 13 = 1$

e) $2,013 = \frac{\boxed{}}{1000}$

f) $\boxed{} \cdot \frac{6}{5} = 0$

g) Quel est le nombre dont le double donne $\frac{7}{4}$? $\boxed{}$

h) $3 \cdot \boxed{} = 2$

i) $\boxed{} \cdot \frac{3}{4} = 12$

j) $\frac{3}{2} - \boxed{} = \frac{2}{3}$

k) Quel est le nombre dont le triple donne 5 ? $\boxed{}$

l) $\frac{7}{8} \cdot \boxed{} = -1$

m) $\boxed{} + 1 = \frac{7}{2}$

n) $\frac{5}{8} \cdot \boxed{} = \frac{1}{8}$

o) $4 + \frac{3}{10} + \frac{2}{1000} = 4,\boxed{}$

p) $\frac{1}{3} \cdot \boxed{} \cdot \frac{1}{4} = 1$

q) $0,41 \cdot \boxed{} = 1$

r) $\left(\frac{2}{3} \cdot 5\right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\boxed{} - \boxed{}\right) = \frac{2}{3} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

s) Le poids d'une girafe représente les 4/9 du poids d'un éléphant.

L'éléphant pèse les $\boxed{}$ du poids de la girafe.

Exercice 1.12

Calculer

a) $\frac{5}{4} + \frac{13}{4} =$

b) $\frac{4}{5} + \frac{4}{13} =$

c) $\frac{3}{8} + \frac{3}{24} + \frac{5}{16} =$

d) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} =$

e) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} =$

f) $\frac{15}{85} + \frac{36}{54} + 3 + \frac{0}{2} =$

Exercice 1.13

Calculer

a) $\frac{2}{5} + \frac{5}{6} - \frac{2}{15} =$

b) $\frac{3}{4} - \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{6}\right) =$

c) $\left(\frac{4}{5} - \frac{4}{12}\right) - \frac{10}{30} + \frac{7}{15} =$

d) $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + 1 - \frac{8}{15}\right) =$

e) $2 - \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)\right] + \frac{3}{10} =$

f) $5 - \left[3 - \left(\frac{3}{10} + \frac{13}{15}\right)\right] =$

Exercice 1.14

Calculer

a) $4 - \left[\frac{9}{12} + \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{7}{5} - \frac{4}{3}\right)\right] - \left(1 + \frac{2}{5}\right) =$

b) $\left(\frac{1}{12} + 2 - \frac{5}{6}\right) - \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{11}{24}\right) - \left(\frac{5}{4} + \frac{3}{12} - \frac{4}{3}\right)\right] =$

c) $\left[\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right)\right] + \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)\right] - \left(1 + \frac{1}{2}\right) =$

Exercice 1.15

Calculer

a) $\dfrac{25}{35} \cdot \dfrac{14}{10} =$

b) $\dfrac{5}{7} \cdot 35 \cdot \dfrac{1}{9} =$

c) $\dfrac{27}{72} \cdot \dfrac{18}{5} \cdot \dfrac{45}{9} =$

d) $\dfrac{9}{44} : \dfrac{27}{11} =$

e) $\left(\dfrac{18}{27} \cdot \dfrac{18}{36}\right) : \dfrac{6}{5} =$

f) $\dfrac{1}{125} : \left(\dfrac{1}{25} : \dfrac{1}{5}\right) =$

Exercice 1.16

Curiosité !

a) Utiliser votre calculatrice pour calculer la valeur de l'expression $\dfrac{n^5}{5} + \dfrac{n^3}{3} + \dfrac{7n}{15}$ lorsque $n = 4$.

b) Utiliser votre calculatrice pour calculer la valeur de l'expression $\dfrac{n^5}{5} + \dfrac{n^3}{3} + \dfrac{7n}{15}$ lorsque $n = -6$.

c) Quel que soit le nombre entier n, l'expression $\dfrac{n^5}{5} + \dfrac{n^3}{3} + \dfrac{7n}{15}$ est un nombre entier.

Exercice 1.17

Calculer

a) $\dfrac{12}{5} : \left[\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{20} \cdot \left(\dfrac{9}{4} : \dfrac{27}{8}\right)\right] =$

b) $\left(1 - \dfrac{3}{9}\right) : \left[8 \cdot \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3}{2} - \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8}\right)\right] =$

c) $\left(\dfrac{5}{4} + \dfrac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{7}\right) =$

d) $\left[\left(1 - \dfrac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{5}{3}\right)^2\right]^2 =$

e) $1 + \dfrac{\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}}{\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}} =$

f) $2 + \dfrac{3}{4 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{3}}} =$

Exercice 1.18

Calculer

a) $(-2+3-7)+(4-9+3)=$

b) $-4-[-5-(-8+2-7)+4]=$

c) $-1+\dfrac{3}{4}-\dfrac{7}{5}=$

d) $\dfrac{-5-2}{-5-(-2)}=$

e) $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=$

f) $2^2\cdot(3^3-3^2)=$

g) $(2^5+2^3\cdot 3^2)-2^4\cdot 1=$

h) $(2^2\cdot 5^2-3^3\cdot 2^2)^2+7^0=$

i) $2^7\cdot(1+2^4\cdot 3-7^2)^4+3^2=$

j) $\dfrac{1}{3}-2\cdot\left\{-5-\dfrac{1}{2}\cdot\left(3-\dfrac{1}{3}+1\right)\right\}=$

k) $\dfrac{3}{2}\cdot\left(-\dfrac{4}{3}+2\right)=$

l) $\left(2+\dfrac{1}{5}\right)^2=$

m) $3-\left[\left(\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{4}\right)\cdot 10\right]=$

n) $\left[\left(3-\dfrac{3}{4}\right)^2:\left(2-\dfrac{3}{4}\right)^2\right]-3=$

o) $\dfrac{4}{5}-\left[-\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}\right)\right]=$

p) $\left[\left(6+\dfrac{1}{2}\right):\left(4+\dfrac{1}{3}\right)\right]-\left[\dfrac{3}{2}\cdot\left(2+\dfrac{1}{4}\right)\right]=$

Exercice 1.19

Calculs de fractions dans un manuel de 1990

a) $$\frac{\left(\frac{2}{5}+1\right) : \left(\frac{1}{3}+1+4:6\right)}{\frac{\frac{2}{7}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} \text{ x } \left(\frac{2}{3}+4\right) : 2 - \frac{1}{3}} : \left[\frac{4}{3} : \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\right] =$$

b) $$\frac{\left[\frac{\frac{4}{3}+3}{\frac{13}{9}} + \frac{7 \text{ x } \frac{1}{343} \text{ x } \frac{1089}{33} + \frac{16}{49}}{4 - \left(\frac{5}{2}+1\right)}\right] \text{ x } 2}{\left(\frac{1}{3}+4\right) \text{ x } \left(\frac{1}{13}+2\right) + 1} =$$

Exercice 1.20

Une abeille construit les $\frac{7}{12}$ d'une cellule alvéolaire en $\frac{2}{3}$ d'heure.
Quelle fraction de cellule construit-elle en une heure ?
Combien de cellules fabrique-t-elle en 8 heures ?

Exercice 1.21

Une fusée accomplit le voyage Terre-Lune en trois jours. Sa vitesse augmente à mesure qu'elle s'éloigne de la Terre, puisque la gravitation terrestre diminue. Pendant le premier jour, elle parcourt les $\frac{5}{18}$ du trajet total et le deuxième jour, elle parcourt les $\frac{6}{5}$ de la distance parcourue le premier jour.
Quelle fraction du voyage parcourt-elle le troisième jour ?

Exercice 1.22

Un conducteur fait le plein de sa voiture. Son réservoir plein contient 36 litres.
Deux heures plus tard, après avoir roulé 100 km, la jauge indique que le réservoir est aux 3/4 plein.
Le conducteur poursuit sa route encore pendant 150 km. Pour ce deuxième trajet, il a consommé le tiers du plein et il a mis une heure 30 minutes.

a) Quelle quantité d'essence a-t-il consommé pour parcourir les 250 km ?

b) Quelle fraction du plein reste-t-il dans le réservoir à l'arrivée ?

c) Quelle fraction des 3/4 du plein a-t-il consommé lors du 2^{e} trajet ?

d) Quelle est sa consommation moyenne durant le 1er trajet de 100 km ?

e) Quelle est sa consommation moyenne durant le 2^{e} trajet de 150 km ?

f) Quelle est sa consommation moyenne sur tout le trajet ?

g) Quelle est sa vitesse moyenne durant le 1er trajet de 100 km ?

h) Quelle est sa vitesse moyenne durant le 2e trajet de 150 km ?

i) Quelle est sa vitesse moyenne sur tout le trajet ?

Exercice 1.23

On lâche une balle d'une hauteur de 12 m.
Elle rebondit aux 3/4 de sa hauteur de chute.

a) À quelle hauteur rebondit-elle au 1er rebond ?

b) Au 2e rebond ?

c) Au 3e rebond ?

d) Au 10e rebond ?

e) Au ne rebond ?

f) La somme des rebonds est donnée par la formule $S_n = 36 \cdot \Big(1 - 0,75^n\Big)$
Vérifier cette formule pour $n = 2$ et $n = 3$.
Calculer S_{10}.
En laissant rebondir la boule jusqu'à ce qu'elle ne rebondisse plus, estimer la somme totale de tous les rebonds.

Exercice 1.24

Un camion parcourt les $\frac{3}{4}$ d'un trajet à 90 km/h, puis il parcourt les 10 km restants à 60 km/h.

a) Quelle est la longueur totale du trajet ?

b) Quelle est la durée de ce trajet ?

c) Quelle est la vitesse moyenne du camion ?

Exercice 1.25

Tout nombre rationnel peut s'écrire comme la somme de fractions du type $\frac{1}{k}$ toutes différentes.

Par exemple : $\frac{3}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{56} + \frac{1}{8} + \frac{1}{56} = \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{56} + \frac{1}{9} + \frac{1}{72} + \frac{1}{57} + \frac{1}{3192}$.

En étudiant l'exemple ci-dessus, écrire la fraction $\frac{3}{8}$ comme somme de fractions du type $\frac{1}{k}$ toutes différentes.

Exercice 1.26

Aidez-vous de ces trois formules et de la calculatrice pour effectuer les calculs ci-dessous.

1) $\boxed{1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n\cdot(n+1)}{2}}$

2) $\boxed{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}}$

3) $\boxed{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\dfrac{n^2\cdot(n+1)^2}{4}}$

a) $1+2+3+4+5+\cdots+2008=$

b) $1^2+2^2+3^2+\cdots+100^2=$

c) $1^3+2^3+3^3+\cdots+100^3=$

d) $(1^3-1^2)+(2^3-2^2)+(3^3-3^2)+\cdots+(57^3-57^2)=$

e) $56+56^2+57+57^2+58+58^2+\cdots+101+101^2=$

f) $1^3+2^3+3^3+\cdots+77^3-(1+2+3+\cdots+77)^2=$

Exercice 1.27

Substituer les valeurs numériques dans l'expression proposée, puis calculer.

a) $a-\left(\dfrac{3}{4}-b\right)\cdot\dfrac{10}{27}+(a+b)\cdot\dfrac{30}{38}$ $\qquad a=\dfrac{2}{3}\ ,\ b=\dfrac{3}{5}$

b) $[(x+y)\cdot z-(x-y)\cdot z]\cdot\left(2x-\dfrac{8}{3}y+z\right)$ $\qquad x=\dfrac{2}{3}\ ,\ y=\dfrac{1}{2}\ ,\ z=\dfrac{3}{4}$

c) $\left\{\left(\dfrac{7}{2}-a\right)\cdot\dfrac{16}{39}+b\cdot\left[\left(c+\dfrac{1}{14}\right)+\dfrac{1}{2}\cdot 4\right]\right\}-d$ $\qquad a=\dfrac{1}{4}\ ,\ b=\dfrac{3}{4}\ ,\ c=\dfrac{3}{7}\ ,\ d=\dfrac{77}{24}$

Exercice 1.28

Substituer successivement les trois valeurs numériques dans l'expression proposée, puis calculer.

a) $-x^2 - x + 3$	1) $x = -2$	2) $x = 3$	3) $x = \dfrac{1}{2}$
b) $x^3 - 2x^2 + x$	1) $x = -1$	2) $x = 2$	3) $x = -\dfrac{1}{3}$
c) $\dfrac{x^2 - x}{9 - x^2}$	1) $x = -2$	2) $x = 3$	3) $x = \dfrac{2}{3}$

Exercice 1.29

En utilisant ma calculatrice, je vois que $\dfrac{1000}{9801} \simeq 0,102030405$.

Puis-je conclure que $\dfrac{1000}{9801} = 0,1020304050607080901001101201301 40\ldots$?

Exercice 1.30

Calculer

a) $0,8\overline{3} + 0,\overline{6} =$

b) $0,\overline{7} - 0,1\overline{2} =$

c) $1,1\overline{6} \cdot 1,\overline{3} =$

d) $0,\overline{65} : 2,\overline{3} =$

e) $\left(0,\overline{4} + 2,\overline{1} - 1,\overline{2}\right) \cdot 1,8 \cdot 0,\overline{3} =$

f) $\left(1 - 0,\overline{6}\right)^3 : \left(0,\overline{5} + 0,1\overline{6}\right) =$

1.1 Solutions des exercices

1.1

a) -8 b) -8 c) -15 d) 15 e) -2 f) -17

g) -5 h) -13 i) 1 j) 5 k) -7

l) -13 m) 25 n) 36 o) -4 p) -18 q) 10

r) 26 s) -19 t) -30 u) 3 v) 0

1.2

a) 2 b) 42 c) 37 d) 45 e) 73

1.3

a) $12 \cdot (19 + 81) = 12 \cdot 100 = 1'200$

b) $(39 + 61) \cdot 37 = 3'700$

c) $45 \cdot (8 + 2) = 45 \cdot 10 = 450$

d) $73 \cdot 90 + 73 \cdot 10 = 7'300$

e) $25 \cdot 8,7 + 75 \cdot 8,7 = 870$

f) $420 \cdot 12 + 12 \cdot 580 = 12'000$

g) $(5,9 \cdot 27) + (27 \cdot 4,1) = 27 \cdot 10 = 270$

h) $99 \cdot 29 + 29 = 2'900$

i) $99 \cdot 29 + 99 = 2'970$

j) $1001 \cdot 999 - 999 = 999'000$

k) $1001 - 1001 \cdot 999 = -998'998$

l) $25 \cdot 93 - 43 \cdot 93 + 118 \cdot 93 = 9'300$

m) $38 \cdot 45 - (52 \cdot 38 - 38 \cdot 17) = 380$

n) $50 \cdot 30^2 - 100 \cdot 30^2 + 2 \cdot 30^3 = 9'000$

1.4 Ils ont marqué 30, 26 et 19 points.

1.5

a) 3 b) 23 c) 11 d) 15 e) 28 f) 13 g) 64 h) 109 i) -5

1.6 a) -46 b) -25 c) -11 d) 0

1.7 a) 144 b) 45 c) 5 d) 24

1.8

a) 6 b) 16 c) 4 d) 27 e) 28 f) 0

1.9 a) 14 b) 8 c) 1 d) 0 e) -10

1.10 $\boxed{\frac{5}{4}}$ $\frac{4}{5}$ $\boxed{1,25}$ $\boxed{1}$

$\boxed{\frac{34}{51}}$ $\frac{80}{100}$

$\boxed{\frac{20}{16}}$ $0,8$ $\boxed{0,\overline{6}}$

$0,6$ $\boxed{\frac{2}{3}}$ $\boxed{\frac{27}{27}}$

$\boxed{1,000}$ $\boxed{125\,\%}$ $\boxed{0,\overline{9}}$

1.11 a) $5 \cdot \frac{1}{5} = \boxed{1}$ b) Quel est le nombre dont le double donne $\frac{2}{7}$? $\boxed{\frac{1}{7}}$

c) $\frac{4}{3} \cdot \boxed{\frac{2}{5}} = \frac{8}{15}$ d) $\boxed{\frac{1}{13}} \cdot 13 = 1$ e) $2,013 = \frac{\boxed{2013}}{1000}$

f) $\boxed{0} \cdot \frac{6}{5} = 0$ g) Quel est le nombre dont le double donne $\frac{7}{4}$? $\boxed{\frac{7}{8}}$

h) $3 \cdot \boxed{\frac{2}{3}} = 2$ i) $\boxed{16} \cdot \frac{3}{4} = 12$ j) $\frac{3}{2} - \boxed{\frac{5}{6}} = \frac{2}{3}$

k) Quel est le nombre dont le triple donne 5 ? $\boxed{\frac{5}{3}}$ l) $\frac{7}{8} \cdot \boxed{\left(-\frac{8}{7}\right)} = -1$

m) $\boxed{\frac{5}{2}} + 1 = \frac{7}{2}$ n) $\frac{5}{8} \cdot \boxed{\frac{1}{5}} = \frac{1}{8}$ o) $4 + \frac{3}{10} + \frac{2}{1000} = 4,\boxed{302}$

p) $\frac{1}{3} \cdot \boxed{12} \cdot \frac{1}{4} = 1$ q) $0,41 \cdot \boxed{\frac{100}{41}} = 1$

r) $\left(\frac{2}{3} \cdot 5\right) - \left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\boxed{5} - \boxed{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot \boxed{3} = \boxed{2}$

s) Le poids d'une girafe représente les 4/9 du poids d'un éléphant.

L'éléphant pèse les $\boxed{\frac{9}{4}}$ du poids de la girafe.

1.12 a) $\frac{9}{2}$ b) $\frac{72}{65}$ c) $\frac{13}{16}$ d) $\frac{137}{60}$ e) $\frac{71}{20}$ f) $\frac{196}{51}$

1.13 a) $\frac{11}{10}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{7}{60}$ e) 2 f) $\frac{19}{6}$

1.14 a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{25}{24}$ c) 0

1.15 a) 1 b) $\frac{25}{9}$ c) $\frac{27}{4}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{5}{18}$ f) $\frac{1}{25}$

1.16 a) 228 b) -1630 c) La démonstration de ce résultat dépasse le cadre de notre étude !

1.17 a) $\frac{144}{13}$ b) $\frac{16}{63}$ c) $\frac{35}{24}$ d) $\frac{9}{25}$ e) $\frac{8}{7}$ f) $\frac{50}{19}$

1.18

a) -8 e) $-\frac{1}{8}$ i) 9 m) $\frac{3}{2}$

b) -16 f) 72 j) 14 n) $\frac{6}{25}$

c) $-\frac{33}{20}$ g) 88 k) 1 o) $\frac{43}{30}$

d) $\frac{7}{3}$ h) 65 l) $\frac{121}{25}$ p) $-\frac{15}{8}$

1.19 a) $\frac{1}{16}$ b) 1

1.20 En une heure, elle fabrique $\frac{7}{8}$ de cellule. En 8 heures, elle fabrique 7 cellules.

1.21 Le troisième jour, elle parcourt les $\frac{7}{18}$ du trajet total.

1.22

a) 21 l d) 9 l/100 km g) 50 km/h

b) $\frac{5}{12} \simeq 41,7\,\%$ du plein e) 8 l/100 km h) 100 km/h

c) $\frac{4}{9} \simeq 44,4\,\%$ du solde f) 8,4 l/100 km i) $\simeq 71,4$ km/h

1.23

a) 9 m b) $6,75$ m c) $5,0625$ m d) $\simeq 0,676$ m e) $12 \cdot 0,75^n$ m

f) Pour $n = 2$: 9 m + $6,75$ m = 15,75 m. $S_2 = 36 \cdot (1 - 0,75^2) = 15,75$ m.

Pour $n = 3$: 15,75 m +$5,0625$ m = 20,8125 m. $S_3 = 36 \cdot (1 - 0,75^3) = 20,8125$ m.

$S_{10} = 36 \cdot (1 - 0,75^{10}) \simeq 33,973$ m. Total des rebonds : 36 m.

1.24 a) 40 km b) 30 minutes c) 80 km/h

1.25 $\frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{72} + \frac{1}{9} + \frac{1}{72} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{72} + \frac{1}{10} + \frac{1}{90} + \frac{1}{73} + \frac{1}{5256}$

1.26

a) 2'017'036 c) 25'502'500 e) 295'182

b) 338'350 d) 2'669'044 f) 0

1.27 a) $\frac{29}{18}$ b) $\frac{9}{16}$ c) 0

1.28 a) 1) 1 2) -9 3) $\frac{9}{4}$

b) 1) -4 2) 2 3) $-\frac{16}{27}$

c) 1) $\frac{6}{5}$ 2) indéfini 3) $-\frac{2}{77}$

1.29 Non ! Car le code décimal de $\frac{1000}{9801}$ est périodique.
Ci-dessous, vous pouvez deviner sa période :

$\frac{1000}{9801} \simeq 0,1020304050607080910111213141516171819202122232425262728293031323334$
3536373839404142434445464748495051525354555657585960616263646566676869707172
7374757677787980818283848586878889909192939495969799000102030405060708091011
1213141516171819202122232425262728293031323334353637383940414243444546474849
5051525354555657585960616263646566676869707172737475767778798081828384858687
888990919293949596979900010...

La période est de 198 chiffres !

$\frac{1000}{9801} = 0,\overline{1020304050607080910111213141516171819202122232425262728293031323334}$
$\overline{3536373839404142434445464748495051525354555657585960616263646566676869707172}$
$\overline{7374757677787980818283848586878889909192939495969799000}$

1.30

a) $\frac{3}{2} = 1,5$ c) $\frac{14}{9} = 1,\overline{5}$ e) $\frac{4}{5} = 0,8$

b) $\frac{59}{90} = 0,6\overline{5}$ d) $\frac{65}{231} = 0,\overline{281385}$ f) $\frac{2}{39} = 0,\overline{051282}$

Chapitre 2

Puissances et racines

Exercice 2.1

Réduire

a) $2^5 \cdot 2^3 =$

b) $3^{1017} \cdot 3^5 =$

c) $5^0 \cdot 5^{12} =$

d) $3^2 \cdot 4^3 =$

e) $a^{17} \cdot a^{22} =$

f) $x \cdot x^7 =$

Exercice 2.2

Réduire

a) $(4^5)^3 =$

b) $(2^5)^{105} =$

c) $(3^0)^{15} =$

d) $(10^m)^2 =$

e) $(a^5)^7 =$

f) $(5^m)^m =$

Exercice 2.3

Réduire

a) $(3 \cdot 2)^2 =$

b) $\big(x \cdot (x-2)\big)^2 =$

c) $2^5 \cdot 5^5 =$

d) $(3x)^4 =$

Exercice 2.4

Réduire

a) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 =$

b) $\left(\dfrac{36}{24}\right)^2 =$

c) $\dfrac{2^4}{3} =$

d) $\left(\dfrac{3}{1000}\right)^x =$

Exercice 2.5

Réduire

a) $\dfrac{2^5}{2^3} =$

b) $\dfrac{4^{2218}}{4^{20}} =$

c) $\dfrac{7^{17}}{7^0} =$

d) $\dfrac{2^4}{3^3} =$

e) $\dfrac{3^4}{3^4} =$

f) $\dfrac{a^{47}}{a^{23}} =$

Exercice 2.6

Réduire

a) $3^{-2} =$

b) $2^{-5} =$

c) $-2^5 =$

d) $-2^{-5} =$

Exercice 2.7

Réduire

a) $2^{-2} \cdot 2^5 =$

b) $\dfrac{4^{-3}}{4^{-2}} =$

c) $3^2 + 3^3 =$

d) $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^3 =$

e) $3^3 \cdot 9^2 \cdot 3^5 =$

f) $\left(2^{-3}\right)^2 =$

g) $\left(3^5 \cdot 3^3\right)^2 =$

h) $\left(\dfrac{3^9}{3^7}\right)^2 =$

i) $\left(\dfrac{5^{-9}}{5^{19}}\right)^3 =$

j) $\left(\dfrac{4^4}{4^3}\right)^{-3} =$

k) $\left(\dfrac{98^2}{76^0}\right)^4 =$

l) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2} =$

m) $\left(\dfrac{2^7}{2^{-3} \cdot 2^5}\right)^2 =$

n) $\dfrac{5^{-3}}{2^{-4}} =$

o) $\left(\dfrac{a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-7} =$

p) $\left(\dfrac{a^0}{b^2}\right)^{-5} =$

Exercice 2.8

Dans un jeu radiophonique, chaque bonne réponse double le gain du concurrent.
Après une bonne réponse, sa cagnotte est de 2 francs.

a) Quel est le montant de la cagnotte après trois bonnes réponses ?

b) En utilisant la notation vue en cours, donner la cagnotte après 25 bonnes réponses.

c) Donner la formule générale de la cagnotte après n bonnes réponses.

Exercice 2.9

Réduire

a) $(a^3)^4 =$

b) $a^3 \cdot a^4 =$

c) $\left(a^4\right)^5 \cdot a^8 =$

d) $\left(a^{-1}\right)^2 \cdot a^{-3} =$

e) $a^{-4} \cdot \left(a^2\right)^4 \cdot a^{-4} =$

f) $\dfrac{1}{a^5} \cdot \left(2a^3\right)^4 \cdot \dfrac{1}{4\left(a^2\right)^3} =$

g) $\dfrac{a^{11} \cdot b^7}{a^8 \cdot b} =$

h) $\left(\dfrac{2a}{3b^2}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{9b}{4a^2}\right)^2 =$

i) $\left(\dfrac{8a^{-3}}{5b^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{5a^3}{4b^2}\right)^4 =$

j) $\left(\left(2a^3\right)^3\right)^2 \cdot \left(\left(\dfrac{b}{2a^3}\right)^2\right)^3 =$

Exercice 2.10

Réduire

a) $\left(\dfrac{x}{4}\right)^2 \cdot \left(x^{-5}\right)^2 =$

b) $\left(\dfrac{5}{x^3}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{9x^3}{25}\right)^2 =$

c) $\dfrac{2}{x^2} \cdot \dfrac{x^3}{8} \cdot \dfrac{2x^2}{x} =$

d) $x^{-8} \cdot x^7 \cdot x^2 \cdot \dfrac{1}{x} =$

e) $x^{2n} \cdot x^{2n+1} \cdot \left(x^{2n}\right)^{-2} =$

Exercice 2.11

Les nombres p, q et r sont des entiers naturels. Trouvez-les !

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 = p^2$$

$$4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = q^4$$

$$4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 9^5 + 11^5 = r^5$$

Exercice 2.12

Au début de notre ère, un roi oriental voulut récompenser un brillant savant. Il demanda au savant ce qu'il désirait. Le savant apporta un échiquier et lui dit :

« Donnez-moi un grain de riz pour la 1^{re} case, 2 grains de riz pour la 2^{e} case, 4 grains de riz pour la 3^{e} case, 8 grains de riz pour la 4^{e} case, et ainsi de suite. »

Le roi trouva cette demande saugrenue et pensait que le savant était trop modeste.

Sachant que 100 grains de riz pèsent 10 g, calculer la masse de riz (en kg) à placer sur la :

a) 16^{e} case ?

b) 32^{e} case ?

c) 64^{e} case (dernière case) ?

d) La demande du savant était-elle vraiment modeste ?

Voici un tableau des principaux pays producteurs de riz pour l'année 2009.
(Mt = Millions de tonne = Milliards de kg)

Principaux pays producteurs (2009, FAO)

	Surface cultivée (Mha)	Rendement (tonne/ha)	Production (Mt)	Production (%)
Chine	29,88	6,58	196,68	28,70
Inde	41,85	3,19	133,70	19,51
Indonésie	12,88	4,99	64,40	9,40
Bangladesh	11,35	4,20	47,72	6,96
Viêt Nam	7,44	5,23	38,90	5,68
Birmanie	8,00	4,09	32,68	4,77
Thaïlande	10,96	2,87	31,46	4,59
Philippines	4,53	3,59	16,27	2,37
Brésil	2,87	4,40	12,65	1,85
Japon	1,62	6,52	10,59	1,55
Pakistan	2,88	3,58	10,32	1,51
États-Unis	1,26	7,94	9,97	1,46
Cambodge	2,68	2,84	7,59	1,11
Égypte	0,75	10,00	7,50	1,09
Corée du Sud	0,92	7,60	7,02	1,02

e) La production de la Chine suffirait-elle à remplir la dernière case ?

f) Quelle case les États-Unis seraient-ils capable de remplir ?

Exercice 2.13

Le Soleil est un corps relativement simple, une gigantesque boule de gaz de $1,4$ millions de kilomètres de diamètre, soit 110 fois la taille de la Terre. Sa masse est de $2'000$ milliards de milliards de milliards de kilogrammes, soit $330'000$ fois celle de la Terre. Environ 75 pour cent de cette masse est composée d'hydrogène, 23 pour cent d'hélium et le reste (2 pour cent) est constitué d'éléments plus lourds.
À l'aide de ces indications uniquement, calculer :

a) Le diamètre de la Terre.

b) La masse de la Terre.

c) La masse d'hydrogène du Soleil.

d) Si vous vouliez réaliser une maquette du système solaire en prenant pour le Soleil une sphère de 1 mètre de diamètre, quel devrait être le diamètre de la sphère qui représenterait la Terre ?

Exercice 2.14

Calculer et écrire le résultat en notation scientifique.

a) $230'000'000'000'000 =$

b) $0,0000000000002345 =$

c) $12'000'000 \cdot 0,00000012 =$

d) $450'000'000'000 \div 5 =$

e) $400 \cdot 10^4 \cdot 13 \cdot 10^5 =$

f) $800 \cdot 10^4 \cdot 15 \cdot 10^6 =$

g) $40'000 \cdot 10^{-10} \cdot 0,005 \cdot 10^{-2} =$

h) $2'000 \cdot 10^7 \cdot 0,06 \cdot 10^{-5} =$

i) $1'500 \cdot 10^8 \cdot 0,04 \cdot 10^{-6} =$

j) $200^3 \cdot 0,000002^{-4} =$

k) $\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^3 =$

l) $(150)^2 \cdot (0,000'000'003)^{-2} =$

m) $\dfrac{4,6 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-8}} =$

n) $3 \cdot 10^8 \cdot \dfrac{1,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} =$

o) $\dfrac{(2 \cdot 10^{-2})^2}{(3 \cdot 10^2)^2} \cdot \dfrac{5 \cdot (10^4)^2}{3^{-2} \cdot 10^{-3}} =$

Exercice 2.15

Le corps humain contient en moyenne $5,5$ litres de sang et environ 5 millions de globules rouges par millimètre cube de sang. Calculer le nombre de globules rouges contenus en moyenne dans le corps humain (calculs et réponse en notation scientifique).

Exercice 2.16

Un cœur sain bat entre 70 et 90 fois par minute. Calculer le nombre de battements de cœur d'un individu qui vit jusqu'à 80 ans.

Exercice 2.17

Le nombre de molécules d'un gaz parfait par centimètre cube est de $26'900'000'000'000'000'000$.

a) Quel est le nombre de molécules d'un gaz parfait par mètre cube ?

b) Quel est le nombre de molécules d'un gaz parfait par décimètre cube ?

Exercice 2.18

Écrire en notation scientifique, en utilisant les notations du système international (la seconde (s), le mètre (m), le mètre par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), le kilogramme (kg)).

a) Le rayon de la Terre : $r = 6'400$ km.

b) La masse de la Terre : $M_{Terre} = 6'400$ milliards de milliards de tonnes.

c) La quantité de neige tombée en Suisse en 3 jours en février $1'999$: un demi-milliard de tonnes.

d) La masse de l'électron : $m_e = 9,109 \cdot 10^{-16}$ milliardième de milligramme.

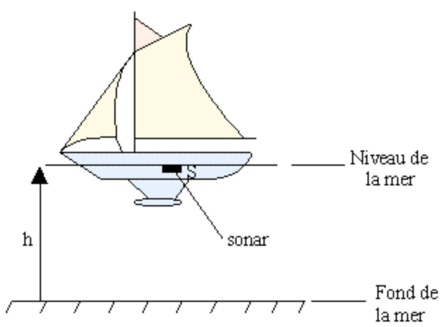
e) La vitesse de la lumière $c = 299'792'458$ mètres par seconde.

f) La masse de la tour Eiffel : $M_{Tour} = 8'730$ tonnes.

g) L'épaisseur d'une bande magnétique : $b = 20$ millièmes de millimètre.

Exercice 2.19

Un sonar (S) équipe un bateau (voir la figure). Il émet un ultrason bref vers le fond de la mer et reçoit l'écho $0,50$ seconde après l'émission. Déterminer la profondeur de la mer à cet endroit. Note : un sonar est un appareil muni d'un émetteur d'ultrasons et d'un récepteur d'ultrasons. La vitesse des ultrasons dans l'eau est de 1500 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Exercice 2.20

La force de gravitation (en Newton) entre deux astres est donnée par la formule

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

où m_1 et m_2 sont les masses (en kg) respectives des 2 astres, d la distance (en m) entre les deux astres et G la constante gravitationnelle valant environ $7 \cdot 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}.

Déterminer la force de gravitation (en Newton) agissant entre la Terre et la Lune.
La réponse sera donnée en notation scientifique.

On prendra : $m_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg $\quad m_L = 7 \cdot 10^{22}$ kg $\quad d$=400'000 km.

Exercice 2.21

Le sel de cuisine, ou chlorure de sodium (NaCl) est un cristal ionique formé des ions sodium Na+ et chlorure Cl-.
Tous les ions portent des charges multiples de la charge élémentaire e.
La charge de l'ion sodium est $q_{Na+} = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C (C = Coulomb).
La charge de l'ion chlorure est $q_{Cl-} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

La force électrique (en Newton) entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 est donnée par la formule

$$F_{1,2} = k_C \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \qquad \text{(loi de Coulomb)}$$

où k_C = constante de Coulomb $\simeq 9 \cdot 10^9$ Nm^{2}C^{-2}, et r est la distance (en m) séparant les centres des deux charges.
On admettra que la distance entre les centres d'un ion sodium et d'un ion chlorure vaut $r \simeq 3 \cdot 10^{-10}$ m.
Déterminer la force électrique $F_{1,2}$ (en Newton) liant un ion sodium et un ion chlorure.
La réponse sera donnée en notation scientifique.

2.1 Solutions des exercices

2.1

a) $2^8 = 256$
b) 3^{1022}
c) 5^{12}
d) $9 \cdot 64 = 576$
e) a^{39}
f) x^8

2.2

a) $4^{15} = 2^{30}$
b) 2^{525}
c) 1
d) 10^{2m}
e) a^{35}
f) 5^{m^2}

2.3

a) $3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$ ou $6^2 = 36$

b) $x^2 \cdot (x-2)^2 = x^2 \cdot (x^2 - 4x + 4) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

c) $10^5 = 100'000$

d) $81x^4$

2.4

a) $\dfrac{8}{27}$
b) $\dfrac{9}{4} = 2,25$
c) $\dfrac{16}{3}$
d) $\dfrac{3^x}{1000^x} = \dfrac{3^x}{10^{3x}}$

2.5

a) $2^2 = 4$
b) $4^{2198} = 2^{4396}$
c) 7^{17}
d) $\dfrac{16}{27}$
e) 1
f) a^{24}

2.6

a) $\dfrac{1}{9}$
b) $\dfrac{1}{32}$
c) -32
d) $-\dfrac{1}{32}$

2.7

a) 8

b) $\dfrac{1}{4} = 0,25$

c) 36

d) 5^9

e) 3^{12}

f) $\dfrac{1}{64}$

g) 3^{16}

h) 81

i) $\dfrac{1}{5^{84}}$

j) $\dfrac{1}{64}$

k) 98^8

l) $\dfrac{25}{4}$

m) $2^{10} = 1024$

n) $\dfrac{16}{125}$

o) $\dfrac{a^{21}}{b^{14}}$

p) b^{10}

2.8

a) $2^3 = 8$ francs

b) 2^{25} francs

c) 2^n francs

2.9

a) a^{12}

b) a^7

c) a^{28}

d) $a^{-5} = \dfrac{1}{a^5}$

e) 1

f) $4a$

g) $a^3 \cdot b^6$

h) $b^{-6} = \dfrac{1}{b^6}$

i) $\dfrac{15'625\,a^{18}}{16'384\,b^{12}} = \dfrac{15'625}{16'384}\,a^{18}b^{-12}$

j) b^6

2.10

a) $\dfrac{1}{16x^8} = \dfrac{1}{16}\,x^{-8}$

b) $\dfrac{81}{5x^3} = \dfrac{81}{5}\,x^{-3}$

c) $\dfrac{1}{2}\,x^2 = \dfrac{x^2}{2}$

d) 1

e) x

2.11 p $= 11$ q $= 15$ r $= 12$

2.12

a) $3,2768$ kg

b) $214'748,365$ kg

c) $9,223 \cdot 10^{14}$ kg

d) Non !

e) Non !

f) Les États-Unis pourraient remplir jusqu'à la 47ᵉ case.

2.13

a) $12'727,3$ km

b) $6 \cdot 10^{24}$ kg

c) $1,5 \cdot 10^{30}$ kg

d) 9 mm

2.14

a) $2,3 \cdot 10^{14}$

b) $2,345 \cdot 10^{-13}$

c) $1,44 \cdot 10^{0}$

d) $9 \cdot 10^{10}$

e) $5,2 \cdot 10^{12}$

f) $1,2 \cdot 10^{14}$

g) $2 \cdot 10^{-10}$

h) $1,2 \cdot 10^{4}$

i) $6 \cdot 10^{3}$

j) $5 \cdot 10^{29}$

k) $2,7 \cdot 10^{-5}$

l) $2,5 \cdot 10^{21}$

m) $2,3 \cdot 10^{3}$

n) $1,8 \cdot 10^{6}$

o) $2 \cdot 10^{4}$

2.15 Le corps humain contient environ $2,75 \cdot 10^{13}$ globules rouges.

2.16 Entre $2,9 \cdot 10^{9}$ et $3,8 \cdot 10^{9}$ battements.

2.17

a) $2,69 \cdot 10^{25}$ molécules par m^3

b) $2,69 \cdot 10^{22}$ molécules par dm^3

2.18

a) Le rayon de la Terre : $r = 6,4 \cdot 10^{6}$ m.

b) La masse de la Terre : $M_{Terre} = 6,4 \cdot 10^{24}$ kg.

c) La quantité de neige tombée en Suisse en 3 jours en février $1'999$: $5 \cdot 10^{11}$ kg.

d) La masse de l'électron : $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg.

e) La vitesse de la lumière $c = 2,99792458 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1} $\simeq 3 \cdot 10^{8}$ m $\cdot$ s^{-1}.

f) La masse de la tour Eiffel : $M_{Tour} = 8,73 \cdot 10^{6}$ kg.

g) L'épaisseur d'une bande magnétique : $b = 2 \cdot 10^{-5}$ m.

2.19 La profondeur de la mer est de 375 m.

2.20 $F \simeq 2 \cdot 10^{20}$ N.

2.21 $F \simeq 3 \cdot 10^{-9}$ N.

Chapitre 3

Calcul littéral

Exercice 3.1
Réduire les monômes

a) $x \cdot y \cdot z \cdot y \cdot y \cdot z \cdot y \cdot y \cdot y \cdot z \cdot x \cdot z$

b) $(-5x^2) \cdot (2x^3) \cdot (-x^2)$

c) $(-7y^3) \cdot (-2xy) \cdot (-x^2y)$

d) $-5xy^3 \cdot (-2x^3y) \cdot (-1)$

e) $-5 \cdot (-12z) \cdot 3z^2y \cdot (-4zy^2)$

f) $-4 \cdot (-2x) \cdot (-5y) \cdot (-z)^2$

g) $-6 \cdot (-2x) \cdot (-15x^2) \cdot (-a)^3$

h) $\left(\frac{3}{2}x^2y^2z\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^4yz^4\right)$

Exercice 3.2
Réduire les monômes

a) $(3xy^2)\,(z^3yx)\,(-7x^2y^2z^2)$

b) $(-5x^6y^7z^3)\,(28xxyzyz)\,(2xyz)$

c) $(2xyy)\,(z^3xy)\,(3x)\,(2y)\,(6z^3)$

d) $(5x^2y^2)\,(5x^2y^2)\,(5x^2y^2)$

Exercice 3.3
Réduire les monômes

a) $3\,(xy^2)^3$

b) $(3x^2y)^3$

c) $(-z^2y^2)^2$

d) $-\,(zy^2)^2$

e) $(-xy^2z^3)^3$

f) $(-x)^{16}$

g) $(-x)^{27}$

h) $(-3x^4y^5z^6)^5$

Exercice 3.4

Réduire les monômes

a) $a^2 \cdot a^3 \cdot a$

b) $(a^2)^4$

c) $c^5 \cdot c^3 \cdot c^2$

d) $(a \cdot b^2 \cdot c)^3$

e) $(a^2)^3 \cdot (a^4)^2$

f) $x \cdot x$

g) $x + x$

h) $b^5 \div b^3$

i) $x + x + x$

j) $x^2 \cdot x^4 \cdot x$

k) $(a^2 \cdot b^3 \cdot c)^3$

l) $x + x^2$

m) $\dfrac{c}{2} \cdot 20c$

n) $\dfrac{y^4}{y}$

o) $\left(\sqrt{2}\,x\right) \cdot \left(\sqrt{2}xy\right)$

p) $\dfrac{1}{3}a^4 \cdot \dfrac{9}{2}a^3$

Exercice 3.5

Réduire les monômes

a) $(-x)^2$

b) $-x^2$

c) $-x^2 + x^2$

d) $-x^2 - x^2$

e) $-x^2 \cdot x^2$

f) $-x^2 \cdot (-x^2)$

g) $-(x^2)^2$

h) $(-x^2)^2$

i) $(2xyz)^4$

j) $2(xy)^4z$

k) $(-2yz)^3$

l) $-2^3(yz)^2$

m) $\dfrac{1}{8}(2yz)^3$

n) $-3(3z)^2$

o) $(-2xy)^2$

p) $\dfrac{1}{5}(5xy)^2$

q) $(-y)^5$

r) $(2x^2y^3)^4$

s) $\left(\dfrac{3}{4}x\right)^2$

t) $(0,5x)^3$

u) $\left(\dfrac{1}{2}x^2y\right)^2$

v) $8 \cdot \left(\dfrac{-5x^3}{2}\right)^2$

Exercice 3.6

Quel est le coefficient des monômes ? Quel est le degré des monômes ? Quel est le degré des monômes relativement à x, y et z ?

Monôme	Coefficient	Degré du monôme	Degré en x	Degré en y	Degré en z
a) $2x^2$					
b) $3xy$					
c) $-24y^2x$					
d) $64x^6y^3$					
e) $\sqrt{2}\,x^4y^3z^2$					
f) $-6x^4y^4z^4$					
g) $(-\sqrt{5}\,y)^2$					
h) $\dfrac{3z}{10}$					
i) $3x - 4x$					
j) $3\sqrt{3}$					
k) $(2xy)^3$					
l) $-12(xy)^5z^3$					

Exercice 3.7

Associer les monômes semblables

a)

$4x$	$4x^2$	$3x^3$	$\sqrt{3}\,x^2$
$0,5x^2$	$-8x$	$(-2x)^4$	$4x^4$
$\dfrac{x^4}{2}$	x	$-x^2$	$(-2x)^2$
4^4	x^4	$(2x^2)^2$	$\dfrac{x}{5}$

b)

$2ab$	$-ba$	$(ab)^2$	aab
a^2b	$\dfrac{1}{4}ab^2$	$\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)a$	$\left(\dfrac{a}{5}\right)^4$
a^4	$\sqrt{2}\,ab$	$\dfrac{-\,a^2b}{4}$	$-ab^2$
$\dfrac{ab}{2}$	$\dfrac{a^2b^2}{8}$	$2b^2$	$(0.5a^2c)^2$

Exercice 3.8

Associer les monômes semblables.

$3x$ $\qquad \dfrac{x^2}{2}$ $\qquad \dfrac{x}{3}$ $\qquad 7x\cdot 3y$

$x{\cdot}3x$ $\qquad (0,5x)^2$

$-x$ $\qquad 2\cdot 2x^2$ $\qquad -2x^2y$

$\sqrt{6}\,y$ $\qquad \dfrac{y}{4}(2x)^2$ $\qquad 4\cdot 3xy$

$-5xy$ $\qquad (xy)^2$ $\qquad \dfrac{y}{3}(-3x)$

Exercice 3.9

Monômes

Cette maison est un cube de côté égal à $4x$.

a) Calculer, en fonction de x, l'aire latérale de cette maison.

b) Calculer, en fonction de x, le volume de cette maison.

Exercice 3.10

Monômes

Ce conteneur est un parallélépipède rectangle dont les côtés (en cm) sont égaux à $2x^4$, $4x^2y$ et $5xy^2$.

a) Calculer, en fonction de x et y, l'aire totale de ce conteneur.

b) Calculer, en fonction de x et y, le volume de ce conteneur.

c) Quelles sont les dimensions du conteneur si $x = 3$ et $y = 5$?

d) Quel est le volume du conteneur si $x = 3$ et $y = 5$?

Exercice 3.11

Somme de monômes

a) $7x + 9x - 10x - 20x$

b) $-14y^2 - 9y^2 + 12y^2 + 10y^2$

c) $-4xy^2 + 29xy^2 - 27xy^2 + 61xy^2 - 18xy^2$

d) $15x^2y^2 + (-19x^2y^2) + (-11x^2y^2) + 14x^2y^2 + (-29x^2y^2)$

e) $14xz^2 - 3xz^2 + 15xz^2 + 17xz^2 - 24xz^2$

f) $24x^2yz^2 + 12x^2yz^2 - 18x^2yz^2 - 5x^2yz^2$

Exercice 3.12
Somme de monômes

a) $5x + (x + 3x)$

b) $8x - (24x - 5x)$

c) $12y - (-8y + 7y - 3y)$

d) $x - [3x - (2x - 5x)]$

e) $3x - \{2x - [4x - (5x - 8x)]\}$

f) $24x^2 - \{7x + [3x - (8x + 2x)]\}$

Exercice 3.13
Somme de polynômes

a) $4x^2 - 5 + 3x^2 - 1$

b) $6 + x^3 + 2 - x^3$

c) $5x^2 + 9y^2 - 4y^2 + x^2$

d) $6x^2 - 5xy + 5x^2 - 6xy$

e) $4xyz - y^2 + y^2 - 4xyz$

f) $xy + 17yz + 5xy - 1$

Exercice 3.14
Somme de polynômes

a) $(4x - 5) + (3x - 1)$

b) $(5x + 9y) + (-4y + x)$

c) $(6 - 5x) + (5x - 6)$

d) $6x^2 + (-5x^2 + 1)$

e) $(15x + 3y - z) + (-14x + 2y + z)$

f) $(20x - 5y - 8z) + (5y + 7z - 19x)$

g) $(x^3 - 5x^2 + 7) + (3x + x^3 - 1)$

h) $(4x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 1) + (3x^4 + 4x^2 - 5)$

Exercice 3.15

Différence de polynômes

a) $(5x + y) - (5x + y)$

b) $(2x - 5) - (x + 5)$

c) $(5x + 3y) - (7x + 3y + z)$

d) $(6x^2 - 4x) - (6x^2 - 10x)$

e) $(8x + 3y - z) - (5x + 3y + z)$

f) $(8x + 3y - 2z) - (5x - 2y - z)$

g) $(-19x - 5y + 1) - (4x - 2y - 3)$

h) $(4x^4 + 2x^3 + x^2) - (5x^3 + 5x^2 + x - 7)$

Exercice 3.16

Calcul polynomial

a) $16x - y - (3x - y) + (4x - 1) - (x + y)$

b) $17y - (5y - 3) - (15y + 1) + (3y - 2) - 1$

c) $20x - [16x - (2x + y)]$

d) $15x - [5x - (2x - y)]$

e) $6x^2 - [15x - (3x^2 - 9x)]$

f) $187y - 52z - [93y - (76z + 34)]$

Exercice 3.17

Calcul polynomial

a) $(4x^2 - 3xy + 8y^2) + (-3x^2 + 3xy - 9y^2)$

b) $(-x + 2y - z) + (2x - y - z) + (-x - y + 2z)$

c) $12x - 4y - (6x - 4y) - [(3x + 4y) - (2x + 9y)]$

d) $108y - (24y + 15) - [76y - (15y + 23) - (54y - 7)]$

Exercice 3.18

Produit de polynômes

a) $4(x + 1)$

b) $3(x - y)$

c) $-1(x - y)$

d) $-1(-x + y)$

e) $-1(-x - y)$

f) $(2x + 3y - 5z)(-1)$

g) $(-1)(3x^2 - 2x - 5)$

h) $(-1)[(-1)(-x^2 + y^2)]$

Exercice 3.19

Produit de polynômes

a) $x(x^2 + 2x - 1)$

b) $2y(2x + 5)$

c) $(-3z + 8)21x^2$

d) $-x^2(2x + 5x^2 - x^3)$

e) $(-4xz^3 - 5x^3z)(-xz^3)$

f) $-3xy^2z^3(2x^3y^2z - 6x^2y + 4x)$

Exercice 3.20

Réduire les produits de polynômes

a) $(2x-5)(3y-7)$

b) $(9z-11)(12-15y)$

c) $(15x-1)(2z+12)$

d) $(-x+1)(-y-1)$

e) $(-3x-2y)(-x-y)$

f) $(x^2-1)(x+1)$

g) $(y^2-1)(y^4+1)$

h) $(10x^2-5y)(2x-6y^2)$

Exercice 3.21

Réduire les produits de polynômes

a) $(x^2-2x)(3x-1)$

b) $(5y-1)(y^2+2y)$

c) $(3y-1)(4y^2-5y+6)$

d) $(6z^2-3z-4)(5z-3)$

e) $(x+1)(x^2-x-1)$

f) $(x^2+x-3)(x^2-2x+1)$

g) $(x-y)(x+y)(x-z)$

h) $(2x+1)(3x-1)(5x+2)$

Exercice 3.22

Réduire les produits de polynômes

a) $(x^2 + 2x + 1)(x + 1)$

b) $3x(x - y)(x + 2y)$

c) $-5xy(2x + 3y)(4x + 1)$

d) $(x + z)(x - 2z)(2x - z)$

e) $(2 - x)(3 + x)(7x + 1)$

f) $(2y + 1)(3y - 1)(5y + 2)$

Exercice 3.23

Calcul polynomial

On donne :

$A = 5a^3 + 3a^2b - 7b^3$, $\qquad B = 8a^3 - 3b^3 - 9a^2b$,

$C = 9a^2b - 3a^3 - 7b^3$, $\qquad D = 8a^2b - 2b^3 - 7a^3$

Calculer :

a) $X = A - [B - (C - D)]$

b) $Y = C - \{B - [D - (A + C)]\}$

Exercice 3.24

Placer dans le $\boxed{}$ un monôme afin que l'égalité soit vérifiée.

a) $x^3 \cdot \boxed{} = x^4 \cdot x$

b) $4m^3n^2 \cdot 6m^4 = \boxed{} \cdot 8mn$

c) $5k^{12}x^3 \cdot \boxed{} \cdot 2kx = 2k^{13}x^4$

d) $(x^2y)^3 \cdot \left(\boxed{}\right)^2 = (xy)^8 \cdot y$

Exercice 3.25

Calcul polynomial

a) $\dfrac{4}{3}x^2y - x^2y + \dfrac{5}{2}x^2y$

b) $\dfrac{5}{6}a^3 - a\left(\dfrac{1}{2}a^2 - \dfrac{5}{4}ab\right) + \dfrac{3}{4}a^2b$

c) $\left(\frac{x^2}{2}-2\right)\left(\frac{x}{3}-1\right)$

d) $\left(\frac{x^3}{2}-\frac{x^2}{4}\right)-\left[\frac{x}{3}\left(\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{4}\right)\right]$

e) $\frac{x^2-x}{4}\cdot\frac{2x^2+3x}{3}$

f) $\frac{x^2}{8}\left(\frac{8x}{3}-1\right)-\frac{3x}{2}\left(\frac{x^2}{6}-\frac{2x}{3}-2\right)$

Exercice 3.26

a) $(6x-5y)(3x+4y)-(9x+2y)(2x-3y)-2y(7y-16x)=$

b) $(6x\cdot 5y)(3x\cdot 4y)-(9x+2y)(2x\cdot 3y)-2y(7y\cdot 16x)=$

c) $(8x-3y)(2x\cdot 4y)-(8x\cdot 3y)\cdot(2x\cdot 4y)=$

d) $-(xy-y^2)+x(x-y)y-y^2-[xy(xy)-(x-y)(x+y)]=$

Exercice 3.27

Calcul polynomial (tiré du livre "Traité d'algèbre" de N.-J. Schons)

Faire disparaître les parenthèses et effectuer les réductions.

108. 1° $x^2-(y^2-z^2)+y^2-(x^2+z^2)-z^2-(x^2-y^2)$

2° $(4x^3-2x^2+x+1)-(-x^2+3x^3-x-7)-(x^3-4x^2+8+2x)$

3° $(2x-3y+4z)-(5z-5x-4y)+(y+z-7x)$

4° $6x+3y-(5x+2y+3z)+(-4x-3y)$

5° $(6x+5y)-(4x+y-3z)-(2z+5x+3y)$

6° $3x^2y^2+4y^4-(x^3y-4x^2y^2-3xy^3+2y^4)-xy^3-(4x^2y^2+3y^4)+3x^4$.

109. 1° $x^2-(y^2-z^2)-[y^2-(z^2-x^2)]-[z^2-(y^2-x^2)]$

2° $[x^3+y^3-(3x^2y+3xy^2)]-[(x^3-3x^2y)-(3xy^2-y^3)]$

3° $(x+2y-6x)-[3y-(6x-6y)]-[(x-3y)-(2x+5y)]$

4° $[2x-(3y+z-2t)]-[(2x-3y)+(z-2y)]+[2x-(3y+z)-2t]-[(2x-3y+z)-2t]$

5° $7a-\{-3a-[4a-(5a-2b)]-(-3b+2a)\}$

6° $2a-(3b+3c)-\{5b-(6c-6b)+5c-[4a-(2c-5b)]\}$.

Exercice 3.28

Calculer

a) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x}$

b) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x}$

c) $\dfrac{3}{x} - \dfrac{2}{x}$

d) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x}$

e) $3 \cdot \dfrac{1}{x}$

f) $\dfrac{1}{x} \div 2$

g) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2\,x}$

h) $\dfrac{1}{3\,x} - \dfrac{1}{2\,x}$

i) $\dfrac{1}{3\,x} + \dfrac{1}{2\,x}$

j) $\dfrac{1}{x} \cdot \dfrac{1}{x}$

k) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

l) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1}$

m) $1 + \dfrac{1}{x}$

n) $\dfrac{1}{x} \div \dfrac{1}{x^2}$

o) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{x+1}$

p) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

q) $\dfrac{1}{x} \cdot \dfrac{1}{y}$

r) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$

s) $\dfrac{1}{x} \div \dfrac{1}{y}$

t) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y}$

u) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

3.1 Solutions des exercices

3.1

a) $x^2y^6z^4$
b) $10x^7$
c) $-14x^3y^5$
d) $-10x^4y^4$
e) $-720y^3z^4$
f) $-40xyz^2$
g) $180a^3x^3$
h) $x^6y^3z^5$

3.2

a) $-21x^4y^5z^5$
b) $-280x^9y^{10}z^6$
c) $72x^3y^4z^6$
d) $125x^6y^6$

3.3

a) $3x^3y^6$
b) $27x^6y^3$
c) y^4z^4
d) $-y^4z^2$
e) $-x^3y^6z^9$
f) x^{16}
g) $-x^{27}$
h) $-243x^{20}y^{25}z^{30}$

3.4

a) a^6
b) a^8
c) c^{10}
d) $a^3b^6c^3$
e) a^{14}
f) x^2
g) $2x$
h) b^2
i) $3x$
j) x^7
k) $a^6b^9c^3$
l) x^2+x
m) $10c^2$
n) y^3
o) $2x^2y$
p) $\dfrac{3}{2}a^7 = \dfrac{3a^7}{2}$

3.5

a) x^2
b) $-x^2$
c) 0
d) $-2x^2$
e) $-x^4$
f) x^4
g) $-x^4$
h) x^4
i) $16x^4y^4z^4$
j) $2x^4y^4z$
k) $-8y^3z^3$
l) $-8y^2z^2$
m) y^3z^3
n) $-27z^2$
o) $4x^2y^2$
p) $5x^2y^2$
q) $-y^5$
r) $16x^8y^{12}$
s) $\dfrac{9}{16}x^2$
t) $0,125x^3$
u) $\dfrac{1}{4}x^4y^2$
v) $50x^6$

3.6

Monôme	Coefficient	Degré du monôme	Degré en x	Degré en y	Degré en z
a) $2x^2$	2	2	2	0	0
b) $3xy$	3	2	1	1	0
c) $-24y^2x$	-24	3	1	2	0
d) $64x^6y^3$	64	9	6	3	0
e) $\sqrt{2}\,x^4y^3z^2$	$\sqrt{2}$	9	4	3	2
f) $-6x^4y^4z^4$	-6	12	4	4	4
g) $(-\sqrt{5}\,y)^2$	5	2	0	2	0
h) $\dfrac{3z}{10}$	$\dfrac{3}{10} = 0,3$	1	0	0	1
i) $3x - 4x$	-1	1	1	0	0
j) $3\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	0	0	0	0
k) $(2xy)^3$	8	6	3	3	0
l) $-12(xy)^5z^3$	-12	13	5	5	3

3.7

a) $4x,\ -8x,\ x,\ \dfrac{x}{5}$ sont semblables

$0,5x^2,\ 4x^2,\ -x^2,\ \sqrt{3}x^2,\ (-2x)^2$ sont semblables

$\dfrac{x^4}{2},\ x^4,\ (-2x)^4,\ (2x^2)^2,\ 4x^4$ sont semblables

b) $2ab,\ \dfrac{ab}{2},\ -ba,\ \sqrt{2}\,ab$ sont semblables

$a^2b,\ aab,\ \dfrac{-a^2b}{4}$ sont semblables

$\dfrac{1}{4}ab^2,\ -ab^2$ sont semblables

$(ab)^2,\ \dfrac{a^2b^2}{8}$ sont semblables

$a^4,\ \left(\dfrac{a}{5}\right)^4$ sont semblables

3.8

$\boxed{3x}$ $\dfrac{x^2}{2}$ $\boxed{\dfrac{x}{3}}$ $\boxed{7x \cdot 3y}$

$x \cdot 3x$ $(0,5x)^2$

$\boxed{-x}$ $2 \cdot 2x^2$ $\boxed{-2x^2y}$

$\sqrt{6}\,y$ $\boxed{\dfrac{y}{4}(2x)^2}$ $\boxed{4 \cdot 3xy}$

$\boxed{-5xy}$ $(xy)^2$ $\boxed{\dfrac{y}{3}(-3x)}$

3.9

a) $64x^2$

b) $64x^3$

3.10

a) $16x^6y + 20x^5y^2 + 40x^3y^3$ cm^2

b) $40x^7y^3$ cm^3

c) 162 x 180 x 375 cm

d) $10'935'000$ cm$^3 = 10,935$ m^3

3.11

a) $-14x$

b) $-y^2$

c) $41xy^2$

d) $-30x^2y^2$

e) $19xz^2$

f) $13x^2yz^2$

3.12

a) $9x$

b) $-11x$

c) $16y$

d) $-5x$

e) $8x$

f) $24x^2$

3.13

a) $7x^2 - 6$

b) 8

c) $6x^2 + 5y^2$

d) $11x^2 - 11xy$

e) 0

f) $6xy + 17yz - 1$

3.14

a) $7x-6$
b) $6x+5y$
c) 0
d) x^2+1
e) $x+5y$
f) $x-z$
g) $2x^3-5x^2+3x+6$
h) $7x^4-5x^3+10x^2-6$

3.15

a) 0
b) $x-10$
c) $-2x-z$
d) $6x$
e) $3x-2z$
f) $3x+5y-z$
g) $-23x-3y+4$
h) $4x^4-3x^3-4x^2-x+7$

3.16

a) $16x-y-1$
b) -1
c) $6x+y$
d) $12x-y$
e) $9x^2-24x$
f) $94y+24z+34$

3.17

a) x^2-y^2
b) 0
c) $5x+5y$
d) $77y+1$

3.18

a) $4x+4$
b) $3x-3y$
c) $-x+y$
d) $x-y$
e) $x+y$
f) $-2x-3y+5z$
g) $-3x^2+2x+5$
h) $-x^2+y^2$

3.19

a) x^3+2x^2-x
b) $4xy+10y$
c) $-63x^2z+168x^2$
d) $x^5-5x^4-2x^3$
e) $4x^2z^6+5x^4z^4$
f) $-6x^4y^4z^4+18x^3y^3z^3-12x^2y^2z^3$

3.20

a) $6xy - 14x - 15y + 35$

b) $165y - 135yz + 108z - 132$

c) $30xz + 180x - 2z - 12$

d) $xy + x - y - 1$

e) $3x^2 + 5xy + 2y^2$

f) $x^3 + x^2 - x - 1$

g) $y^6 - y^4 + y^2 - 1$

h) $20x^3 - 60x^2y^2 - 10xy + 30y^3$

3.21

a) $3x^3 - 7x^2 + 2x$

b) $5y^3 + 9y^2 - 2y$

c) $12y^3 - 19y^2 + 23y - 6$

d) $30z^3 - 33z^2 - 11z + 12$

e) $x^3 - 2x - 1$

f) $x^4 - x^3 - 4x^2 + 7x - 3$

g) $x^3 - x^2z - xy^2 + y^2z$

h) $30x^3 + 17x^2 - 3x - 2$

3.22

a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

b) $3x^3 + 3x^2y - 6xy^2$

c) $-40x^3y - 10x^2y - 60x^2y^2 - 15xy^2$

d) $2x^3 - 3x^2z - 3xz^2 + 2z^3$

e) $-7x^3 - 8x^2 + 41x + 6$

f) $30y^3 + 17y^2 - 3y - 2$

3.23

a) $X = a^3 + 13a^2b - 9b^3$

b) $Y = -20a^3 + 14a^2b + 8b^3$

3.24

a) $x^3 \cdot \boxed{x^2} = x^4 \cdot x$

b) $4m^3n^2 \cdot 6m^4 = \boxed{3m^6n} \cdot 8mn$

c) $5k^{12}x^3 \cdot \boxed{\dfrac{1}{5}} \cdot 2kx = 2k^{13}x^4$

d) $(x^2y)^3 \cdot \left(\boxed{xy^3}\right)^2 = (xy)^8 \cdot y$

3.25

a) $\dfrac{17}{6}x^2y$

b) $\dfrac{1}{3}a^3 + 2a^2b$

c) $\dfrac{1}{6}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{2}{3}x + 2$

d) $\dfrac{1}{3}x^3$

e) $\dfrac{1}{6}x^4 + \dfrac{1}{12}x^3 - \dfrac{1}{4}x^2$

f) $\dfrac{1}{12}x^3 + \dfrac{7}{8}x^2 + 3x$

3.26

a) $-28y^2 + 64xy$

b) $360x^2y^2 - 54x^2y - 236xy^2$

c) $-192x^2y^2 + 64x^2y - 24xy^2$

d) $-x^2y^2 + x^2y - xy^2 - xy + x^2 - y^2$

3.27

108

1° $-x^2 + y^2 - z^2$

2° $3x^2$

3° $2y$

4° $-3x - 2y - 3z$

5° $-3x + y + z$

6° $3x^4 - x^3y + 3x^2y^2 + 2xy^3 - y^4$

109

1° $-x^2 - y^2 + z^2$

2° 0

3° $2x + y$

4° $2y - 4z + 2t$

5° $11a - b$

6° $6a - 9b - 4c$

3.28

a) $\dfrac{2}{x}$

Chapitre 4

Manipulation de formules

4.1 Transformation de formules

Exercice 4.1
Soit la formule des intérêts simples

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{100}$$

où I représente les intérêts, C le capital placé, t le taux annuel (donné en %) et n est le nombre d'années du placement.

a) Résoudre la formule des intérêts simples relativement à C, puis calculer le capital à placer pendant 5 ans pour obtenir $1'200$ francs d'intérêts à un taux de 3%.

b) Résoudre la formule des intérêts simples relativement à t, puis calculer le taux pour obtenir $1'500$ francs d'intérêts en plaçant $10'000$ francs pendant 4 ans.

c) Résoudre la formule des intérêts simples relativement à n, puis déterminer la durée de placement d'un capital de $8'000$ francs si l'on obtient $1'200$ francs d'intérêts en le plaçant à 2,5 %.

Exercice 4.2
Soit la formule

$$C = 2\pi R$$

donnant la circonférence C d'un cercle de rayon R.

Résoudre la formule de la circonférence relativement à R, puis déterminer le rayon (en cm, arrondi au mm près) d'un cercle dont la circonférence mesure 20 cm.

Exercice 4.3

Soit la formule

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$

donnant l'aire A d'un triangle en fonction de sa base b et de sa hauteur h.

a) Résoudre la formule de l'aire relativement à b, puis déterminer la longueur de la base d'un triangle d'aire 68 cm^2 et dont la hauteur mesure $8,5$ cm.

b) Résoudre la formule de l'aire relativement à h, puis déterminer la hauteur d'un triangle d'aire 20 cm^2 et dont la base mesure $3,2$ cm.

Exercice 4.4

Soit la formule de la loi d'Ohm

$$R = \frac{U}{I}$$

où R est la résistance (en ohm [Ω]), U la tension (en volt [V]) et I l'intensité d'un courant électrique (en ampère [A]).

a) Exprimer U en fonction de R et I.

b) Exprimer I en fonction de R et U.

Exercice 4.5

Soit la formule de la loi de gravitation de Newton

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{d^2}$$

où :

- F est la force de gravitation (en newton [N])
- G la constante gravitationnelle ($G \simeq 6,673 \cdot 10^{-11}$ [N $\cdot$ m$^2\cdot$ kg^{-2}])
- m et M les masses (en kilogramme [kg]) des deux corps
- d la distance (en mètre [m]) entre les centres de gravité de ces corps.

a) Exprimer m en fonction de F, G, M et d.

b) Exprimer d en fonction de F, G, m et M.

Exercice 4.6

Soit la formule

$$d = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

donnant la distance d [m] parcourue par un corps en chute libre en fonction du temps t [s] et de sa vitesse initiale v_0 [m $\cdot$ s^{-1}].
g est l'accélération gravitationnelle sur Terre ($g \simeq 9,81$ [m $\cdot$ s^{-2}] à notre latitude, au niveau de la mer).

Exprimer v_0 en fonction de d, g et t.

Exercice 4.7

Soit la formule

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h$$

donnant l'aire A d'un trapèze en fonction de ses bases b et B et de sa hauteur h.

a) Résoudre la formule de l'aire relativement à h, puis déterminer la longueur de la hauteur d'un trapèze d'aire 78 cm^2 dont les bases mesurent 10 et 14 cm.

b) Résoudre la formule de l'aire relativement à b, puis déterminer la longueur de la petite base b d'un trapèze d'aire 64 cm^2 dont la hauteur mesure 4 cm et la grande base 20 cm.

Exercice 4.8

Soit la formule

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

donnant le volume V d'un cône en fonction du rayon r de son cercle de base et de sa hauteur h.

a) Résoudre la formule du volume relativement à h, puis déterminer la longueur de la hauteur (en cm, arrondi au mm près) d'un cône de volume 200 cm^3 dont le rayon du cercle de base mesure 5 cm.

b) Résoudre la formule du volume relativement à r, puis déterminer la longueur du rayon r (en cm, arrondi au mm près) du cercle de base d'un cône de volume 500 cm^3 dont la hauteur mesure 10 cm.

Exercice 4.9

On rencontre en mécanique les formules suivantes :

- $W = Fd$

  où W est le travail (en joule [J]), F la force (en newton [N]) et d un déplacement (en mètre [m]).

- $P = \dfrac{W}{t}$

  où P est la puissance (en watt [W]), W le travail (en joule [J]) et t le temps [s].

- $d = vt$

  où d est un déplacement (en mètre [m]), v la vitesse [$\text{m} \cdot s^{-1}$] et t le temps [s].

Exprimer P en fonction de F et v.

Exercice 4.10
On rencontre en mécanique les formules suivantes :

- $E_p = mgh$

  où E_p est l'énergie potentielle (en joule [J]), m la masse [kg], g l'accélération gravitationnelle sur Terre ($g \simeq 9,81$ [m $\cdot$ s^{-2}] à notre latitude, au niveau de la mer) et h l'altitude [m].

- $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

  où E_c est l'énergie cinétique (en joule [J]), m la masse [kg] et v la vitesse [m $\cdot$ s^{-1}].

Si $E_p = E_c$, exprimer v en fonction de g et h.

4.2 Problèmes

Exercice 4.11
Soit un rectangle de longueur a et de largeur b, d'aire S et de périmètre p.

a) Donner la formule permettant d'obtenir S en fonction de a et b.

b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer b en fonction de S et a.

c) Donner la formule permettant d'obtenir p en fonction de a et b.

d) En utilisant la formule obtenue en c), exprimer b en fonction de p et a.

Exercice 4.12
On considère un parallélépipède rectangle dont les arêtes sont de longueur a, b et c.

Soit L la longueur totale des arêtes du parallélépipède rectangle et S son aire totale.

a) Donner la formule permettant d'obtenir L en fonction de a, b et c.

b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer a en fonction de L, b et c.

c) Donner la formule permettant d'obtenir S en fonction de a, b et c.

d) En utilisant la formule obtenue en c), exprimer a en fonction de S, b et c.

Exercice 4.13

Un maraîcher demande un prix p (donné en francs) par kilogramme de pommes livrées et un forfait f (donné en francs) pour la livraison. Posons T le prix (donné en francs) pour q kilogrammes de pommes livrées.

a) Donner la formule permettant d'obtenir T en fonction de p, f et q.

b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer f en fonction de T, p et q.

c) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer q en fonction de T, p et f.

d) Sachant que le maraîcher facture 80 francs pour 20 kilogrammes de pommes livrées et 115 francs pour 30 kilogrammes de pommes livrées, déterminer p et f.

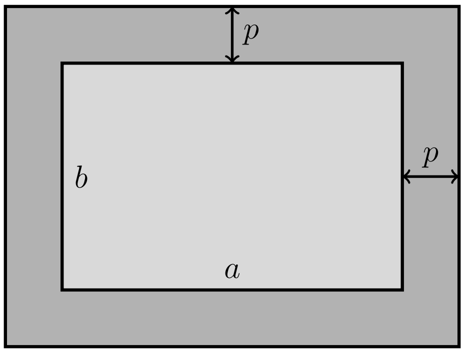
Exercice 4.14

Un terrain rectangulaire de longueur a et de largeur b est entièrement entouré par une bande de largeur p (les grandeurs sont données en mètres). Soit S l'aire de la bande.

a) Donner la formule permettant d'obtenir S en fonction de a, b et p.

b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer b en fonction de S, a et p.

c) Déterminer les dimensions du terrain rectangulaire sachant que la bande a une largeur de 3 m et mesure 216 m^2 et que la longueur mesure 6 m de plus que la largeur.



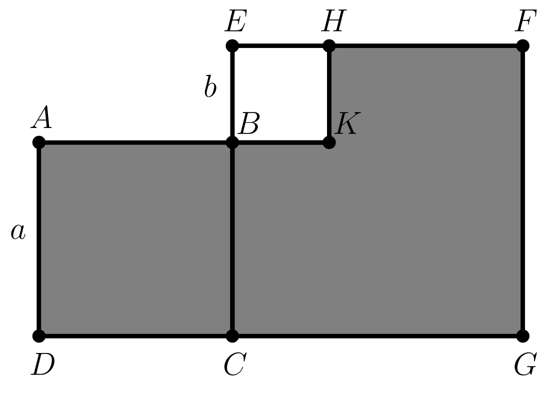
Exercice 4.15

Dans la figure ci-contre, les quadrilatères $ABCD$, $EFGC$ et $EHKB$ sont des carrés. Soit a la longueur (en cm) du côté du carré $ABCD$ et b la longueur (en cm) du côté du carré $EHKB$. Soit S l'aire totale de la surface grisée.

a) Donner la formule permettant d'obtenir S en fonction de a et b.

b) En utilisant la formule obtenue en a), exprimer b en fonction de S et a.

c) Déterminer les longueurs a et b sachant que l'aire totale grisée est de 80 cm^2 et que le côté du carré $EFGC$ mesure 8 cm.



4.3 Solutions des exercices

4.1

a) $C = \dfrac{100I}{tn}$; $C = 8'000$ francs

b) $t = \dfrac{100I}{Cn}$; $t = 3,75\,\%$

c) $n = \dfrac{100I}{Ct}$; $n = 6$ ans

4.2 $R = \dfrac{C}{2\pi}$; $R \cong 3,2$ cm

4.3 a) $b = \dfrac{2A}{h}$; $b = 16$ cm b) $h = \dfrac{2A}{b}$; $h = 12,5$ cm

4.4 a) $U = RI$ $[V]$ b) $I = \dfrac{U}{R}$ $[A]$

4.5 a) $m = \dfrac{Fd^2}{MG}$ $[kg]$ b) $d = \sqrt{\dfrac{GmM}{F}}$ $[m]$

4.6 $v_0 = \dfrac{2d - gt^2}{2t} = \dfrac{d}{t} - \dfrac{1}{2}gt$ $[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$

4.7 a) $h = \dfrac{2A}{B+b}$; $h = 6,5$ cm b) $b = \dfrac{2A}{h} - B = \dfrac{2A - Bh}{h}$; $b = 12$ cm

4.8 a) $h = \dfrac{3V}{\pi r^2}$; $h \cong 7,6$ cm b) $r = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}}$; $r \cong 6,9$ cm

4.9 $P = Fv$ $[\mathrm{W}]$

4.10 $v = \sqrt{2gh}$ $[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$

4.11

a) $S = ab$ b) $b = \dfrac{S}{a}$ c) $p = 2a + 2b$ d) $b = \dfrac{p - 2a}{2}$

4.12

a) $L = 4a + 4b + 4c$

b) $a = \dfrac{L - 4b - 4c}{4}$

c) $S = 2ab + 2ac + 2bc$

d) $a = \dfrac{S - 2bc}{2b + 2c}$

4.13

a) $T = pq + f$

b) $f = T - pq$

c) $q = \dfrac{T - f}{p}$

d) $p = 3,5$ et $f = 10$.

4.14

a) $S = 2ap + 2bp + 4p^2$

b) $b = \dfrac{S - 2ap - 4p^2}{2p}$

c) $a = 18$ m et $b = 12$ m

4.15

a) $S = 2a^2 + 2ab$ b) $b = \dfrac{S - 2a^2}{2a}$ c) $a = 5$ cm et $b = 3$ cm

Chapitre 5

Équations et inéquations du 1er degré

Exercice 5.1

Résoudre ces équations en indiquant **toutes** les opérations effectuées.

a)
$$\begin{aligned} 5x &= 35 & \mid \ \div 5 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{35}{5} & \mid \ \text{CL} \\ x &= 7 \end{aligned}$$
$$S = \{7\}$$

b) $5x = 35x$

c) $5x = 2x + 3$

d) $x - 6 = 35$

e) $\dfrac{x}{3} = 27$

f) $\dfrac{3x}{4} = 27$

g) $2008 = 2008x$

h) $2x - 6 = x + 6$

i) $18 = -2x$

j) $4 - 5x = -16$

Exercice 5.2

Résoudre de tête ces dix équations

a) $3x + (15x + 97) = 15 + (15x + 97)$

$x = \ldots$

b) $12x - 72 = 0$

$x = \ldots$

c) $x - 26 = -43$

$x = \ldots$

d) $-8x = -9x + 17$

$x = \ldots$

e) $x + 2x + 3x = 1 + 2 + 3$

$x = \ldots$

f) $4x + 4 = -5$

$x = \ldots$

g) $\dfrac{2x}{3} = \dfrac{18}{3}$

$x = \ldots$

h) $2x + 1 = 2x - 1$

$x = \ldots$

i) $3(x + 2) = 48$

$x = \ldots$

j) $10(10 - x) = 100 - 10x$

$x = \ldots$

Exercice 5.3

Résoudre de tête ces dix équations

a) $x - \dfrac{2}{3} = 4$

$x = \ldots$

b) $x + \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{3}$

$x = \ldots$

c) $5 - x = 25 + 3x - 4$

$x = \ldots$

d) $3 - 4x = 5 - 2x - 16$

$x = \ldots$

e) $0,1x = 100$

$x = \ldots$

f) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} = \dfrac{5}{6}$

$x = \ldots$

g) $\dfrac{2x}{33} - \dfrac{x}{7} + 1 = 1$

$x = \ldots$

h) $\dfrac{4x}{5} = 2$

$x = \ldots$

i) $5(3x - 1) = 6(2x + 1)$

$x = \ldots$

j) $15x - 21x = 4 + 2x$

$x = \ldots$

Exercice 5.4

Compléter par des opérations élémentaires sur les lignes

a)
$$\begin{array}{rcll} 4(4x-1) & = & 5x-6+3x & \mid \ \ldots \\ 16x-4 & = & 8x-6 & \mid \ \ldots \\ 16x & = & 8x-2 & \mid \ \ldots \\ 8x & = & -2 & \mid \ \ldots \\ x & = & -\dfrac{2}{8} & \mid \ \ldots \\ x & = & -\dfrac{1}{4} & \\ S & = & \left\{-\dfrac{1}{4}\right\} & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rcll} \dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x+1}{3} & = & \dfrac{5-2x}{6} & \mid \ \ldots \\ \dfrac{3(x-1)}{6}+\dfrac{2(x+1)}{6} & = & \dfrac{5-2x}{6} & \mid \ \ldots \\ 3(x-1)+2(x+1) & = & 5-2x & \mid \ \ldots \\ 3x-3+2x+2 & = & 5-2x & \mid \ \ldots \\ 5x-1 & = & 5-2x & \mid \ \ldots \\ 7x & = & 6 & \mid \ \ldots \\ x & = & \dfrac{6}{7} & \\ S & = & \left\{\dfrac{6}{7}\right\} & \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rcll} \dfrac{2x}{3}+1 & = & 2(1-3x) & \mid \ \ldots \\ \dfrac{2x}{3}+1 & = & 2-6x & \mid \ \ldots \\ \dfrac{2x}{3}+\dfrac{3}{3} & = & \dfrac{3(2-6x)}{3} & \mid \ \ldots \\ 2x+3 & = & 3(2-6x) & \mid \ \ldots \\ 2x+3 & = & 6-18x & \mid \ \ldots \\ 20x & = & 3 & \mid \ \ldots \\ x & = & \dfrac{3}{20} & \\ S & = & \left\{\dfrac{3}{20}\right\} & \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rcll} 7-(8-12x) & = & 5-9x & \mid \ \ldots \\ 7-8+12x & = & 5-9x & \mid \ \ldots \\ 12x-1 & = & 5-9x & \mid \ \ldots \\ 21x & = & 6 & \mid \ \ldots \\ x & = & \dfrac{6}{21} & \mid \ \ldots \\ x & = & \dfrac{2}{7} & \\ S & = & \left\{\dfrac{2}{7}\right\} & \end{array}$$

Exercice 5.5

Résoudre

a) $2x-22-9x=42+11x-102$

b) $2x+7-16x=8+6x+39$

c) $3x-15-4x=-9+x-13$

d) $15x-73-24x=59-16+20x$

e) $5x-3=4x-3+7$

f) $5-x=3-2x+5$

g) $9x-11-3x=4x+12-3x$

h) $15-4x-2=3-4x+1+x$

Exercice 5.6

Résoudre

a) $5(x+4)-4x-20=2(x-5)-2x$

b) $(1-x)-(1-2x)=3$

c) $4x-(x+2)-2(x-1)=4(x-1)-2(x-5)$

d) $11x-(x+2x+3x+4x)=6(3x+2)-2(9x-5)$

Exercice 5.7

Vrai ou Faux

a) 1 est la solution de l'équation $6x-10=x-5$.

b) 18 est la solution de l'équation $3(t+4)=5t-24$.

c) L'équation $5-(2x+1)=-x-(x+3)$ n'admet aucune solution.

d) Les nombres 1, 2 et 3 sont solutions de l'équation
$x+2x+3(x-2)=6(x-1)$.

e) Une équation de degré 1 n'admet qu'une solution.

f) Une équation de degré 1 admet au moins une solution.

g) Une équation de degré 1 admet au plus une solution.

h) Les équations $x-2=0$ et $5x-4=3x$ sont équivalentes.

i) L'équation $x=x-x$ admet une infinité de solutions.

j) L'équation $x=x$ admet une infinité de solutions.

Exercice 5.8

Résoudre

a) $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{2x-8}{3}$

b) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{x-1}{3}$

c) $\dfrac{x+3}{4}+\dfrac{1-3x}{7}=0$

d) $\dfrac{x+3}{5}+\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{9}{5}$

e) $\dfrac{x-2}{3}+\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{5}{6}$

f) $\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{2x-1}{4}=\dfrac{3}{4}$

g) $3x-\dfrac{7x}{4}+\dfrac{5x}{6}=250$

h) $\dfrac{3x}{14}+\dfrac{5x}{21}+3x=145$

Exercice 5.9
Résoudre

a) $x = \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{1}{2}$

b) $x = \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{x+2}{4} + \dfrac{2}{4}$

c) $x = \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{x+2}{4} + \dfrac{x+3}{8} + \dfrac{3}{8}$

d) $x = \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{x+2}{4} + \dfrac{x+3}{8} + \dfrac{x+4}{16} + \dfrac{4}{16}$

Exercice 5.10
Déduire de l'exercice précédent les solutions de l'équation suivante :

$$x = \frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{4} + \frac{x+3}{8} + \frac{x+4}{16} + \cdots + \frac{x+10}{1024} + \frac{10}{1024}$$

Exercice 5.11
Résoudre

a) $9\left(\dfrac{7x}{2} - 3\right) = 5\left(1 - \dfrac{x}{10}\right)$

b) $\dfrac{1}{2}(3x-1) - \dfrac{1}{4}(4-x) = 0$

c) $\dfrac{5x-6}{5} - \dfrac{3x}{15} = \dfrac{x-4}{9}$

d) $7(18-3x) = 111 - 3(20-5x) + 39x$

e) $\dfrac{x-5}{4} - \dfrac{284-x}{5} - 6x = 0$

f) $1 - \left\{1 - (2-x)\right\} + \left\{4x - (3-6x)\right\} = 0$

g) $2x - \left\{3x - (x+7)\right\} = 0$

h) $16 - \left\{7x - \left[8 - 9x - (3-6x)\right]\right\} = x$

Exercice 5.12
Par quel nombre devez-vous remplacer m dans l'équation $8(40-3x) + m = 3x$ pour que son ensemble de solution soit $S = \{12\}$?

Exercice 5.13
Résoudre ces équations (issues du livre "Traité d'algèbre" de N.-J. Schons)

190.

1° $3x + 100 = \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{2} - 4$

2° $3x - \dfrac{1}{2}(4-x) = x - \dfrac{1}{3}$

3° $3x - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{5} + 6\right) = 25 + \dfrac{3x}{2}$

4° $\dfrac{2x}{5} - \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{5x}{4} - 4\right) = x + \dfrac{27}{5}$

5° $\dfrac{5x-11}{4} - \dfrac{x-1}{10} = \dfrac{11x-1}{12}$

6° $\dfrac{x-2}{3} - \dfrac{12-x}{2} = \dfrac{5x-36}{4} - 1$

7° $\dfrac{x+1}{2} - \dfrac{6x+7}{8} = \dfrac{4-3x}{5} - \dfrac{1}{8}$

8° $\dfrac{5x-1}{7} - \dfrac{9x-7}{5} + \dfrac{9x-5}{11} = 0.$

Exercice 5.14

Résoudre

a) $x^2 + 9x - 1 = x^2 + 6x - 7$

b) $5(3x - 1) = 6(2x + 1)$

c) $4(3x + 5) = 2(6x - 5)$

d) $7(5x - 3) = 4(3x + 6)$

e) $4(2x + 3) = 2(4x + 6)$

f) $(x - 7)(x + 5) = (x + 3)(x - 2)$

g) $(x - 2)^2 = (x + 3)^2$

h) $(x - 5)(x + 6) = (x + 2)(x - 5)$

i) $(x + 1)^2 + 1 = (x - 1)^2 - 1$

j) $(2x + 7)(3x - 4) = (6x - 1)(x + 8)$

k) $(8x - 3)(2x + 4) = (4x + 1)^2$

l) $(4x + 6)(4x - 6) = (4x + 5)^2$

m) $(x + 3)^2 = (x + 4)^2 - (2x + 7)$

n) $(x-5)^2-(x+3)^2 = (x-3)^2-(x+5)^2$

Exercice 5.15

Résoudre algébriquement ce problème

On multiplie un nombre par $2,5$. On enlève ensuite $11,3$ au résultat et on trouve $6,2$.
Quel est ce nombre ?

Exercice 5.16

Résoudre algébriquement ce problème

Trouver l'aire d'un rectangle sachant que la longueur est le triple de la largeur et que son périmètre mesure 168 cm.

Exercice 5.17

Résoudre algébriquement ce problème

Lydie a le tiers de l'âge de sa mère qui a elle-même la moitié de l'âge de la sienne. La somme des âges de la fille, de la mère et de la grand-mère est de 110 ans.
Quel est l'âge de Lydie ?

Exercice 5.18

Résoudre algébriquement ce problème

Paul a acheté cinq brochures et trois livres. Il a payé CHF $159,50$.
Sachant qu'une brochure coûte la moitié du prix d'un livre, calculer le prix d'une brochure et le prix d'un livre.

Exercice 5.19
Résoudre algébriquement ce problème
Quelles sont les dimensions d'un rectangle dont le périmètre mesure 60 m et dont la longueur égale quatre fois la largeur ?

Exercice 5.20
Résoudre algébriquement ces problèmes

a) Quel nombre faut-il tripler pour obtenir 18 de moins qu'en le quintuplant ?

b) En ajoutant 90 au double d'un nombre, on obtient le même résultat qu'en enlevant 90 à son quadruple. Quel est ce nombre ?

c) En soustrayant six fois un nombre de 360, on obtient autant qu'en enlevant quatre fois ce nombre de 280. Quel est ce nombre ?

Exercice 5.21
Résoudre algébriquement ce problème
La largeur d'un rectangle surpasse de 18 m le tiers de sa longueur. Quelles sont ses dimensions si son périmètre mesure 168 m ?

Exercice 5.22
Résoudre algébriquement ces problèmes

a) La somme de quatre nombres naturels consécutifs est 666. Quels sont-ils ?
b) La somme de quatre nombres impairs consécutifs est 128. Quels sont-ils ?
c) La somme de quatre nombres pairs consécutifs est 176. Quels sont-ils ?
d) La somme de quatre multiples de 7 consécutifs est 119. Quels sont-ils ?
e) La somme de quatre multiples de 13 consécutifs est 910. Quels sont-ils ?
f) Comment partager 21 pommes de terre entre 4 personnes ?

Exercice 5.23
Résoudre algébriquement ces problèmes

a) Un père a 28 ans de plus que son fils. Dans 16 ans, l'âge du père sera le double de celui du fils. Quels sont leurs âges actuels ?
b) Un père a 35 ans, son fils 8 ans et sa fille 7 ans. Quand l'âge du père sera-t-il égal au total des âges des deux enfants ?
c) Il y a trois ans, l'âge d'un père était le triple de celui de son fils et, dans 9 ans, il ne sera plus que le double. Quels sont leurs âges actuels ?

Exercice 5.24

Résoudre algébriquement ces problèmes

a) On a partagé 710 francs entre 40 personnes. Chaque homme a reçu 15 francs et chaque femme 20 francs. Combien y avait-il d'hommes et de femmes ?

b) Pour une excursion en autocar, on est convenu d'un prix forfaitaire. On calcule que l'excursion revient à 30 francs par personne. Trois personnes ayant fait défection, le prix par participant s'en est trouvé augmenté de 1 franc. Combien de personnes ont participé à l'excursion ?

Exercice 5.25

Résoudre algébriquement ce problème
Un nombre est formé de deux chiffres, dont le second est le double du premier. Si on les permute, le nouveau nombre ainsi formé surpasse le premier de 36. Quel est le nombre initial ?

Exercice 5.26

Résoudre algébriquement ce problème
Une mère a aujourd'hui six fois l'âge de sa fille. Dans cinq ans, elle n'aura plus que 3,5 fois l'âge de sa fille. Quel est l'âge actuel de la mère ?

Exercice 5.27

Résoudre algébriquement ce problème
Dans une basse-cour, il y a 36 pièces de volailles : des poules et des dindons. Le renard fait fuir les 3/5 des poules et la moitié des dindons. Il reste alors autant de poules que de dindons. Combien y avait-il de poules et de dindons ?

Exercice 5.28

Résoudre algébriquement ce problème
Un joueur perd le quart de son argent, puis gagne 3 francs. Il perd ensuite le tiers de ce que contient sa bourse, puis, il gagne 2 francs. Enfin, il perd le septième de ce qu'il possède encore. Il possède alors 12 francs.
Quelle somme possédait-il au départ ?

Exercice 5.29

Résoudre algébriquement ce problème
Deux frères dépensent chacun 1800 francs par mois. Ils gagnent ensemble 5400 francs par mois. Lorsqu'ils ont soustrait leurs dépenses de leur revenu, ce qui reste au cadet et juste la moitié de ce qui reste à son aîné.
Combien chacun gagne-t-il par mois ?

Exercice 5.30

Résoudre algébriquement ce problème

Un négociant veut ajouter du café à 90 francs le kg à 75 kg de café à 82 francs le kg. Combien doit-il prendre de café à 90 francs pour que le mélange lui revienne à 85 francs le kg ?

Exercice 5.31

Résoudre algébriquement ces problèmes

a) Un troupeau est composé de chameaux et de dromadaires. On compte 180 têtes et 304 bosses. Sachant qu'un dromadaire a une bosse et un chameau 2, combien y a-t-il d'animaux de chaque sorte ?

b) Voici la règle d'un jeu : Quand on gagne, on reçoit 3 euros. Quand on perd, on donne 1,2 euro. Amélie a joué 25 fois à ce jeu et elle a perdu 0,6 euro au total. Combien de fois a-t-elle gagné ?

Exercice 5.32

Résoudre algébriquement ce problème

La population d'une ville augmente chaque année de 5 % par rapport à la population de l'année précédente. La ville compte aujourd'hui 194'481 habitants. Quelle était sa population il y a 4 ans ?

Exercice 5.33

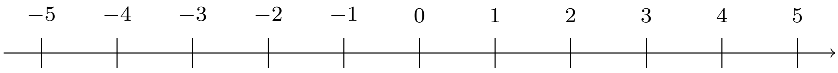
Résoudre algébriquement ce problème

Deux amis, éloignés de 78 km, conviennent de se rencontrer dans une localité intermédiaire et partent au même moment, l'un de A à une vitesse de 60 km/h, l'autre de B à une vitesse de 80 km/h. Où se rencontreront-ils ?

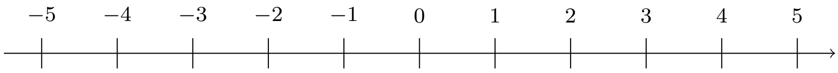
Exercice 5.34

Les intervalles

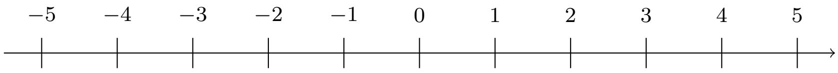
a) Représenter sur cet axe l'intervalle $I = \big[-4\,;\, 2 \big[$.



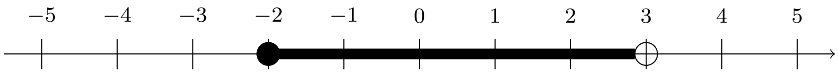
b) Représenter sur cet axe l'intervalle $J = \big] -1\,;\, 3 \big[$.



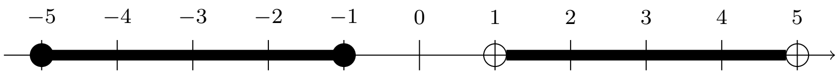
c) Représenter sur cet axe l'ensemble $K = \big[-2\,;\, 0 \big[\cup \big] 2\,;\, 4 \big[$.



d) Écrire avec la notation d'intervalle l'ensemble L décrit sur cet axe.



e) Écrire avec la notation d'intervalle l'ensemble M décrit sur cet axe.



Exercice 5.35

Inéquations

a) Le nombre 5 est-il une solution de l'inéquation $5x - 1 > 4x + 3$?

b) Le nombre 4 est-il une solution de l'inéquation $5x - 1 > 4x + 3$?

c) Le nombre $\sqrt{17}$ est-il une solution de l'inéquation $5x - 1 > 4x + 3$?

d) Le nombre 5 est-il une solution de l'inéquation $5x - 1 < 4x + 3$?

Exercice 5.36

Résoudre les inéquations

a) $x + 2 < 3x$

b) $5x - 8 \leq 12x + 6$

c) $x \geq 8x$

d) $x \geq x + 1$

e) $x + 2x + 3x \leq 6x$

f) $15x - 1 > 15x + 1$

g) $x + 2008 < 2(x + 1004)$

h) $-7x + 15 \geq 8x - 45$

Exercice 5.37

Résoudre les inéquations

a) $5x - (2x + 1) < 2$

b) $8 + 3x \geq 7 - 4x$

c) $5(2x - 6) - 4(3x - 8) \leq 15(2 - 7x)$

d) $1 - (1 - 2(1 - x)) < 1 + 1 + 2(1 + x)$

e) $-4(4 - 5x) - 3(7x + 8) \geq 2(4 - 3x)$

f) $\dfrac{3x}{2} - \dfrac{4x}{3} \leq \dfrac{1 - 2x}{5}$

g) $\dfrac{3x + 5}{4} - \dfrac{4x - 6}{6} < \dfrac{2x - 1}{12} - (3 - 3x)$

Exercice 5.38

Résoudre les inéquations

a) $3,5 + 5x < 7x + 4$

b) $4x - 3 > \dfrac{3x}{2} - \dfrac{3}{5}$

c) $0,2x - \dfrac{10}{3} > 1,75 - \dfrac{5x}{2}$

d) $3x - 2 < \dfrac{1}{2}x + \dfrac{22}{3}$

e) $\dfrac{4x - 2}{3} > \dfrac{3 - 5x}{7}$

f) $\dfrac{5}{3} + x \leq \dfrac{15}{7} - 3x$

g) $\dfrac{5x - 10}{4} - \dfrac{x - 2}{3} \leq 0$

h) $(x - 3)(x + 5) \leq x^2 - 7$

Exercice 5.39

Résoudre les inéquations

a) $\dfrac{17x - 9}{12} - \dfrac{26x - 18}{8} \geq 20x - \dfrac{15x - (26x - 9)}{6}$

b) $\dfrac{(14x - 16) - (15 - 14x)}{10} - \dfrac{(11 - 8x) - (47x + 1)}{15} < 0$

5.1 Solutions des exercices

5.1

a) $x = 7$ c) $x = 1$ e) $x = 81$ g) $x = 1$ i) $x = -9$

b) $x = 0$ d) $x = 41$ f) $x = 36$ h) $x = 12$ j) $x = 4$

5.2

a) $x = 5$ c) $x = -17$ e) $x = 1$ g) $x = 9$ i) $x = 14$

b) $x = 6$ d) $x = 17$ f) $x = -\dfrac{9}{4}$ h) $S = \varnothing$ j) $S = \mathbb{R}$

5.3

a) $x = \dfrac{14}{3}$

b) $x = \dfrac{1}{12}$

c) $x = -4$

d) $x = 7$

e) $x = 1000$

f) $x = 1$

g) $x = 0$

h) $x = \dfrac{5}{2}$

i) $x = \dfrac{11}{3}$

j) $x = -\dfrac{1}{2}$

5.4

a)
$$\begin{array}{rcll}
4(4x-1) & = & 5x-6+3x & \mid \text{CL} \\
16x-4 & = & 8x-6 & \mid +4 \\
16x & = & 8x-2 & \mid -8x \\
8x & = & -2 & \mid \div 8 \\
x & = & -\dfrac{2}{8} & \mid \text{CL} \\
x & = & -\dfrac{1}{4} &
\end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rcll}
\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x+1}{3} & = & \dfrac{5-2x}{6} & \mid \text{CL} \\
\dfrac{3(x-1)}{6}+\dfrac{2(x+1)}{6} & = & \dfrac{5-2x}{6} & \mid \cdot 6 \\
3(x-1)+2(x+1) & = & 5-2x & \mid \text{CL} \\
3x-3+2x+2 & = & 5-2x & \mid \text{CL} \\
5x-1 & = & 5-2x & \mid +2x+1 \\
7x & = & 6 & \mid \div 7 \\
x & = & \dfrac{6}{7} &
\end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rcll}
\dfrac{2x}{3}+1 & = & 2(1-3x) & \mid \text{CL} \\
\dfrac{2x}{3}+1 & = & 2-6x & \mid \text{CL} \\
\dfrac{2x}{3}+\dfrac{3}{3} & = & \dfrac{3(2-6x)}{3} & \mid \cdot 3 \\
2x+3 & = & 3(2-6x) & \mid \text{CL} \\
2x+3 & = & 6-18x & \mid +18x-3 \\
20x & = & 3 & \mid \div 20 \\
x & = & \dfrac{3}{20} &
\end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rcll}
7-(8-12x) & = & 5-9x & \mid \text{CL} \\
7-8+12x & = & 5-9x & \mid \text{CL} \\
12x-1 & = & 5-9x & \mid +9x+1 \\
21x & = & 6 & \mid \div 21 \\
x & = & \dfrac{6}{21} & \mid \text{CL} \\
x & = & \dfrac{2}{7} &
\end{array}$$

5.5

a) $S = \left\{ \dfrac{19}{9} \right\}$ c) $S = \left\{ \dfrac{7}{2} \right\}$ e) $S = \{7\}$ g) $S = \left\{ \dfrac{23}{5} \right\}$

b) $S = \{-2\}$ d) $S = \{-4\}$ f) $S = \{3\}$ h) $S = \{9\}$

5.6

a) $S = \{-10\}$ b) $S = \{3\}$ c) $S = \{-6\}$ d) $S = \{22\}$

5.7

a) V c) V e) F g) F i) F

b) V d) V f) F h) V j) V

5.8

a) $S = \{7\}$ c) $S = \{5\}$ e) $S = \{3\}$ g) $S = \{120\}$

b) $S = \{7\}$ d) $S = \{1\}$ f) $S = \{1\}$ h) $S = \{42\}$

5.9

a) $S = \{2\}$ b) $S = \{6\}$ c) $S = \{14\}$ d) $S = \{30\}$

5.10 $S = \{2046\}$

5.11

a) $S = \{1\}$ c) $S = \left\{ \dfrac{34}{31} \right\}$ e) $S = \left\{ -\dfrac{387}{37} \right\}$ g) $S = \varnothing$

b) $S = \left\{ \dfrac{6}{7} \right\}$ d) $S = \{1\}$ f) $S = \left\{ \dfrac{1}{9} \right\}$ h) $S = \left\{ \dfrac{21}{11} \right\}$

5.12 $m = 4$

5.13

a) $S = \{-48\}$ d) $S = \{-4\}$ g) $S = \{3\}$

b) $S = \left\{ \dfrac{2}{3} \right\}$ e) $S = \{11\}$ h) $S = \{3\}$

c) $S = \{20\}$ f) $S = \{8\}$

5.14

a) $S = \{-2\}$

b) $S = \left\{ \frac{11}{3} \right\}$

c) $S = \varnothing$

d) $S = \left\{ \frac{45}{23} \right\}$

e) $S = \mathbb{R}$

f) $S = \left\{ -\frac{29}{3} \right\}$

g) $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

h) $S = \{5\}$

i) $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

j) $S = \left\{ -\frac{10}{17} \right\}$

k) $S = \left\{ \frac{13}{18} \right\}$

l) $S = \left\{ -\frac{61}{40} \right\}$

m) $S = \mathbb{R}$

n) $S = \varnothing$

5.15 Le nombre est 7.

5.16 Son aire est de 1323 cm^2. (Les dimensions du rectangle sont de 63 cm par 21 cm.)

5.17 Lydie a 11 ans.

5.18 Une brochure coûte CHF $14,50$ et un livre CHF $29.-$.

5.19 Les dimensions du rectangle sont de 24 m par 6 m.

5.20

a) 9

b) 90

c) 40

5.21 Les dimensions du rectangle sont de 49,5 m par 34,5 m.

5.22

a) 165, 166, 167, 168

b) 29, 31, 33, 35

c) Pas de solution !

d) Pas de solution !

e) 208, 221, 234, 247

f) On en fait de la purée !

5.23

a) 40 et 12 ans

b) Dans 20 ans

c) 39 et 15 ans

5.24

a) 18 hommes et 22 femmes

b) 90 personnes ont participé

5.25 Le nombre initial était 48.

5.26 La mère a actuellement 30 ans.

5.27 Il y avait 20 poules et 16 dindons.

5.28 Il possédait 20 francs.

5.29 La cadet gagne 2400 francs et l'aîné 3000 francs par mois.

5.30 Il doit prendre 45 kg à 90 francs.

5.31

a) 124 chameaux et 56 dromadaires

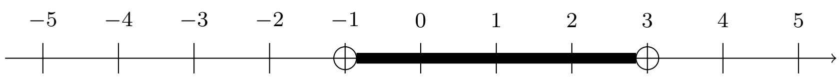
b) Amélie a gagné 7 fois (et perdu 18 fois)

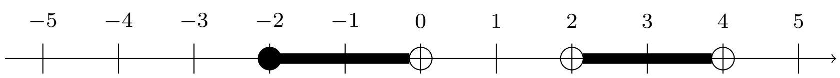
5.32 La population était de 160'000 habitants il y a 4 ans.

5.33 Ils se rencontreront à 33,429 km de A.

5.34

a) 

b) 

c) 

d) $L = [\,-2\,;\,3\,[$

e) $M = [\,-5\,;\,-1\,] \cup]\,1\,;\,5\,[$

5.35

a) Oui

b) Non

c) Oui

d) Non

5.36

a) $x > 1$ et $S =]1\,;\,+\infty[$

b) $x \geq -2$ et $S = [-2\,;\,+\infty[$

c) $x \leq 0$ et $S =]-\infty\,;\,0] = \mathbb{R}_-$

d) $0 \geq 1$ et $S = \varnothing$

e) $0 \leq 0$ et $S = \mathbb{R}$

f) $-1 > 1$ et $S = \varnothing$

g) $x > 0$ et $S =]0\,;\,+\infty[= \mathbb{R}_+^*$

h) $x \leq 4$ et $S =]-\infty\,;\,4]$

5.37

a) $S =]-\infty\,;\,1[$

b) $S = \left[-\dfrac{1}{7}\,;\,+\infty\right[$

c) $S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{28}{103}\right]$

d) $S = \left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$

e) $S = \left[\dfrac{48}{5}\,;\,+\infty\right[$

f) $S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{6}{17}\right]$

g) $S = \left]\dfrac{64}{37}\,;\,+\infty\right[$

5.38

a) $S =]-0,25\,;\,+\infty[$

b) $S = \left]\dfrac{24}{25}\,;\,+\infty\right[$

c) $S = \left]\dfrac{305}{162}\,;\,+\infty\right[$

d) $S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{56}{15}\right[$

e) $S = \left]\dfrac{23}{43}\,;\,+\infty\right[$

f) $S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{5}{42}\right]$

g) $S =]-\infty\,;\,2]$

h) $S =]-\infty\,;\,4]$

5.39

a) $S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{9}{71}\right]$

b) $S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{113}{194}\right[$

Chapitre 6

Proportionnalité

6.1 Grandeurs proportionnelles

Exercice 6.1
Un transporteur propose les tarifs suivants :

Distance (km)	100	150	200	250
Prix (CHF)	83,60	125,40	159,20	191

Le prix payé est-il proportionnel à la distance parcourue ? Justifier.

Exercice 6.2
Parmi les tableaux suivants, indiquer ceux qui correspondent à des situations de proportionnalité :

N° 1

Grandeur A	5	10	15
Grandeur B	10	15	20

N° 2

Grandeur C	12	18	15
Grandeur D	8,4	12,6	10,5

N° 3

Grandeur E	12	9	6
Grandeur F	8	6	4

N° 4

Grandeur G	1	3	9
Grandeur H	2,5	7,5	20,5

N° 5

Grandeur I	3	4	5
Grandeur J	2	1,5	1,2

N° 6

Grandeur K	4	7	11
Grandeur L	684	1197	1881

Taux de change

Exercice 6.3

On affiche 3′400 € pour le prix d'un ordinateur. Cette somme correspond à 5′644 CHF.

Quel est le montant en francs suisses à dépenser pour acheter un livre à 25 € ?

Exercice 6.4

Pierre s'est rendu en vacances en Italie et Jacques en Angleterre. De retour en Suisse, ils s'aperçoivent qu'ils ont acheté la même paire de baskets. Pierre a payé 82.50 €, alors que Jacques a payé 63 £.

Sachant que les taux de change de l'euro et de la livre sterling étaient respectivement de 1,65 et de 2,21, déterminer lequel des deux amis a fait la meilleure affaire.

Exercice 6.5

On doit payer un certain jour 158 CHF à l'achat de 100 €.

a) Combien de francs suisses doit-on payer pour 700 euros ? Et pour 15′000 euros ?

b) Combien d'euros obtient-on avec 285 francs suisses ? Et avec 9′500 francs suisses ?

Echelle

Exercice 6.6

a) Sur une carte au 1 : 50′000, quelle est la mesure sur la carte (en cm) d'une distance réelle de 18 km ?

b) Quelle est la mesure réelle (en km) entre deux points séparés par 6 cm sur un carte au 1 : 25′000 ?

c) Déterminer l'échelle d'une carte pour laquelle 7 cm correspondent en réalité à 10,5 km.

Exercice 6.7

Voici ci-contre un extrait de plan de situation au 1 : 1′000 d'une parcelle à construire (en forme de trapèze rectangle) :

a) Quelle est l'aire réelle de ce terrain ?

b) Quel est le prix de vente de ce terrain s'il est vendu 125 francs le mètre carré ?

Exercice 6.8
Un globule blanc monocyte est considéré comme un disque de 2 μm de diamètre. On souhaite faire un dessin à l'échelle $25'000 : 1$.

Quel sera le diamètre (en cm) du monocyte sur le dessin ?

Exercice 6.9
Dans un travail pratique de biologie, on a photographié une mitochondrie au microscope électronique et obtenu un cliché de dimensions 8 cm sur 15 cm. La mitochondrie mesure 7 cm de long sur le cliché.

Sachant que le grossissement du microscope est de $42'500 : 1$, calculer la longueur réelle de la mitochondrie (en μm) et l'aire de la surface photographiée (en μm^2).

Masse volumique

Exercice 6.10
La masse totale d'un jerrican de 20 litres rempli de mazout est de 20 kg.

Sachant que la masse volumique du mazout est de 0,92 kg/dm^3, quelle est la masse du jerrican vide ?

Exercice 6.11
Une bouteille "pèse" 1,1 kg lorsqu'elle est pleine d'eau et 400 g lorsqu'elle est vide.

Quelle est la masse volumique (en g/dm^3) de l'huile d'olive si la même bouteille remplie d'huile d'olive a une masse de 1,044 kg ?

Exercice 6.12
Un bidon vide "pèse" 300 g. On le remplit de miel, puis on le pose sur une balance et elle indique 3 kg.

Quelle est la capacité (en litres) du bidon si la masse volumique du miel vaut 1,5 g/cm^3 ?

Unité de mesure

Exercice 6.13
Trois amis, Ibrahim, Julien et Dylan pèsent respectivement 64 kg, 101 kg et 75 kg. Ils veulent se partager une bouteille de jus d'orange de 1,5 litres proportionnellement à leur poids respectifs.

Calculer la quantité de jus d'orange bue par chacun d'entre-eux.

Exercice 6.14
On a payé 15.75 CHF un rôti de 750 grammes.

Quel est le prix du kilogramme ?

Exercice 6.15
Au Canada, une amie à qui je demandai quelle était la consommation moyenne de sa voiture me répondit : “ 20 milles au gallon”.

Perplexe, je consultai mon guide de voyage :

Gallon : unité de capacité équivalant à 4,54 litres
Mille : unité de longueur équivalent à $1'609$ mètres

Combien de litres d'essence utiliserais-je pour faire une excursion de 500 kilomètres avec cette voiture ?

Pente

Exercice 6.16
A Verbier, la station des Ruinettes est située à $2'195$ mètres d'altitude. Il en part un téléphérique qui monte aux Attelas. Par ailleurs, un téléski arrive aux Attelas par l'autre face de la montagne. Il part du lac des Vaux, à $2'548$ mètres d'altitude. Sur une carte au 1 : $25'000$, la distance (horizontale) des Ruinettes aux Attelas mesure 5,8 cm, alors que la distance entre le lac des Vaux et les Attelas est de 2,3 cm. La pente moyenne du téléphérique est de 37 %.

a) Quelle est l'altitude de la station des Attelas ?

b) Quelle est la pente du téléski du lac des Vaux ? (en % arrondis à 2 décimales)

Pourcentage

Exercice 6.17
Paul achète un appareil électrique. Le commerçant lui accorde une réduction de 10 %. Il paye 540 francs.

Quel était le prix initial ?

Exercice 6.18

Les frais de chauffage d'un immeuble sont répartis entre les locataires proportionnellement au volume de leur appartement. La famille Berger loue un appartement de 6 pièces, ce qui représente les 2,4 % du volume total. Le propriétaire a reçu une facture globale de 38′565 francs.

a) Combien paiera la famille Berger ?

b) En considérant que toutes les pièces de tous les appartements de l'immeuble sont de taille identique, combien de pièces comporte cet immeuble ?

Exercice 6.19

Un vigneron vend à un premier acheteur la moitié de sa production annuelle de vin. Il vend ensuite les 80 % de ce qu'il lui reste à un deuxième acheteur. Après le passage des deux acheteurs, il lui reste en cave 12′000 litres.

Quelle était (en litres) sa production annuelle ?

Exercice 6.20

Un antiquaire déclare : « J'ai vendu ce matin un vase chinois 2′000 francs en perdant 20 % sur le prix d'achat. Mais l'après-midi, j'ai vendu un autre vase 2′000 francs en gagnant 25 % sur le prix d'achat. C'est donc finalement une bonne journée ! »

Êtes-vous d'accord avec l'antiquaire ?

Exercice 6.21

On a demandé un devis à 4 entreprises et toutes prévoient le même montant de 7'000 CHF pour effectuer les travaux prévus.

Ensuite, l'entreprise A décide d'augmenter le prix une première fois de 5 % puis, une deuxième fois de 3 %.
L'entreprise B augmente le prix une première fois de 3 % puis, une deuxième fois de 5 %.
L'entreprise C augmente le prix d'abord de 4 % puis, de nouveau de 4 %.
L'entreprise D ne fait qu'une seule augmentation de 8 %.

a) Quelle serait l'entreprise la plus avantageuse après les augmentations ?

b) Quelle est, en %, l'augmentation totale de chaque entreprise ?

Vitesse, débit

Exercice 6.22

Une voiture roulant à vitesse constante, a parcouru 105 km en 1h20.

Combien de temps lui faudrait-il pour parcourir 189 km à cette même vitesse ?

Exercice 6.23

Une infirmière doit régler le débit d'un goutte-à-goutte de sorte que les 50 cl de liquide pénètrent dans le corps du malade en 3 heures et 20 minutes.
Après 2 heures, le médecin ordonne de diminuer le débit de 0,05 cl par minute.

a) Quel était le débit, en cl/min du goutte-à-goutte avant l'intervention du médecin ?

b) Jusqu'à l'intervention du médecin, quelle quantité de liquide s'est-elle écoulée ?

c) Quelle est la durée totale du traitement ?

Exercice 6.24

La superficie du lac de Gruyère, à sa cote maximale, est de 10 km^2. Lorsque l'on ouvre les vannes au barrage de Rossens, 150 m^3 d'eau s'écoulent chaque seconde. L'altitude du lac est de 677 m.

Quelle durée théorique faudrait-il pour abaisser de 10 cm le niveau du lac sachant que ses divers affluents débitent 45 m^3 par seconde ?

Exercice 6.25

Aux jeux olympiques de Séoul en 1988, l'Américaine Florence Griffith s'est adjugée la médaille d'or du 200 mètres en établissant un nouveau record du monde dans le temps de 21,34 secondes. (Record féminin encore valable en juin 2016).

Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

Le record du monde masculin est détenu par le Jamaïcain Usain Bolt depuis le 20 août 2009. Ce jour-là à Berlin, il courut le 200 mètres en 19,19 secondes.

Quelle fut sa vitesse moyenne en km/h ?

Exercice 6.26

René quitte à pied la maison à 13h00 pour se rendre à l'école, située à 1′500 mètres de la maison ; il marche à 4,5 km/h. Son frère Marc constate que René a oublié un livre et prend son vélomoteur pour le lui apporter ; il part à 13h10 et roule à 27 km/h (René continue à marcher en direction de l'école sans savoir que son frère lui apporte son livre).

a) A quelle heure et à quelle distance de la maison, Marc rejoint-il son frère René ?

b) Lorsque Marc rejoint son frère, ils s'arrêtent 2 minutes pour discuter avant que René reparte à pied pour l'école et que Marc rentre à la maison. A quelle heure René arrive-t-il à l'école ?

6.2 Grandeurs inversement proportionnelles

Exercice 6.27

Parmi les tableaux suivants, indiquer ceux qui correspondent à des situations de proportionnalité inverse :

N° 1

Grandeur A	5	10	15
Grandeur B	21	10,5	7

N° 2

Grandeur C	3	6	18
Grandeur D	15	30	90

N° 3

Grandeur E	1	2	3
Grandeur F	66	33	21

N° 4

Grandeur G	13	7	25
Grandeur H	70	130	36,4

Exercice 6.28

30 ouvriers ont creusé une tranchée en 96 heures.

Combien de temps 24 de ces ouvriers auraient-ils mis pour effectuer le même travail ?

Exercice 6.29

Un coureur cycliste effectuant une course contre la montre pédale avec un braquet de 52/11 (il a donc un pignon de 52 dents au pédalier avant et un pignon de 11 dents au moyeu arrière) et une cadence de 95 tours par minute.

Sachant que le rayon de la roue arrière mesure 33 cm, calculer la vitesse (en km/h) du cycliste.

Exercice 6.30

Un paysan possède un troupeau de 50 vaches. Il sait qu'il a, avec ce troupeau, du fourrage pour 54 jours d'hiver. Il décide de vendre 5 vaches ; pour le reste du troupeau, quel est le nombre de jours que durera le fourrage du paysan ?

6.3 Mélange

Exercice 6.31

Pour chaque situation, déterminer s'il s'agit de proportionnalité directe ou inverse, puis répondre à la question.

a) Quatre secrétaires ont mis 8 heures pour dactylographier un rapport de 160 pages. Combien de temps mettraient six secrétaires pour taper ce même rapport ?

b) Un robinet qui débite 18 litres à la minute met 28 heures pour remplir un bassin. Quel temps mettrait-il si son débit était de 42 litres à la minute ?

c) Une imprimante a un débit de 8 pages par minute. En combien de temps imprimera-t-elle un document de 360 pages ?

d) Dans un magasin, pour 3 kg de pommes, on paie 10.50 CHF. Que payerait-on pour 4 kg ?

e) A la vitesse moyenne de 85,5 km/h, un train met 3h15 pour rallier deux villes. Combien de temps durera ce trajet si l'on augmente la vitesse moyenne de ce train de 12 km/h ?

6.4 Solutions des exercices

6.1 Non, car le rapport entre prix et distance n'est pas constant.

6.2 N° 2, N° 3 et N° 6
(le N° 5 correspond à une situation de proportionnalité inverse)

6.3 41.50 CHF

6.4 Pierre a fait la meilleure affaire.

6.5 a) $1'106$ CHF et $23'700$ CHF b) $180,38$ € et $6'012.66$ €

6.6 a) 36 cm b) 1,5 km c) 1 : $150'000$

6.7 a) $1'736$ m^2 b) $217'000$ francs

6.8 Diamètre de 5 cm.

6.9 longueur réelle : $1,65$ μm aire réelle : $6,64$ μm^2

6.10 1,6 kg

6.11 920 g/dm^3

6.12 1,8 litres

6.13 Ibrahim boira 0,4 litre, Julien boira environ 0,63 litre (exactement 63,125 cl) et Dylan boira environ 0,47 litre (exactement 46,875 cl).

6.14 21 CHF/kg

6.15 70,54 litres

6.16 a) $2'731$,5 mètres b) 31,91 %

6.17 L'appareil valait 600 francs.

6.18 a) 925,55 CHF b) 250 pièces

6.19 $120'000$ litres

6.20 Non, il a perdu 100 francs sur ces deux transactions.

6.21 a) l'entreprise D b) A : 8,15 % B : 8,15 % C : 8,16 % D : 8,00 %

6.22 Il lui faudrait 2h24.

6.23 a) 0,25 cl/min b) 30 cl c) 3h40

6.24 2h 38' 44"

6.25 33,74 km/h pour le record féminin et 37,52 km/h pour le record masculin.

6.26 a) après 900 m et à 13h12 b) à 13h22

6.27 N° 1 et N° 4
(le N° 2 correspond à une situation de proportionnalité directe)

6.28 120 heures

6.29 55,87 km/h

6.30 60 jours

6.31

a) Proportionnalité **inverse** : 5 heures et 20 minutes.

b) Proportionnalité **inverse** : 12 heures.

c) Proportionnalité **directe** : 45 minutes.

d) Proportionnalité **directe** : 14 francs.

e) Proportionnalité **inverse** : 2h51.

Chapitre 7

Fonctions

Exercice 7.1

On dit d'une certaine quantité de légumes achetée au marché que son prix est *fonction* de la quantité achetée.

Dans quelle unité s'exprime la quantité ?

Dans quelle unité s'exprime le prix ?

Exercice 7.2

On sait que la taille d'un bébé dont l'âge est compris entre 1 mois et 36 mois est *fonction* de l'âge en question.

Esquisser un graphe montrant le lien entre l'âge d'un bébé et sa taille. Pour ce faire, estimer la taille minimale et maximale dudit bébé et imaginer la courbe de croissance.

Trouver un graphe du type de ceux utilisés par les pédiatres pour contrôler la croissance en taille d'un bébé.

Exercice 7.3

On verse de l'eau bouillante à 99 $^\circ$ sur un sachet de thé, dans une tasse. On suppose que la température ambiante est de 20 $^\circ$.

Quelle est l'évolution de la température du thé contenu dans la tasse ?

On dira que la température est *fonction* du temps.

Esquisser un graphe montrant le lien entre le temps et la température, dans cette situation.

Exercice 7.4

La quantité de carburant consommée par un véhicule automobile est *fonction* de la vitesse. Esquisser un graphe montrant le lien entre quantité d'énergie consommée et vitesse. Consulter le site : https://fr.wikipedia.org/wiki/Consommation_de_carburant_des_véhicules_automobiles

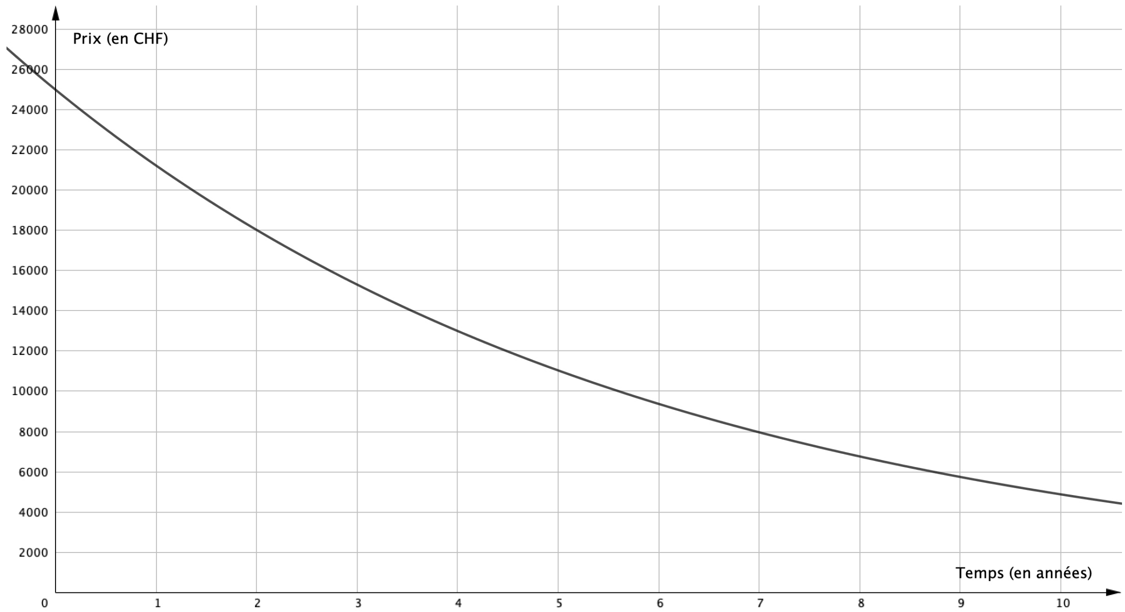
Exercice 7.5

Un parachutiste saute d'un avion. Sa vitesse de chute est *fonction* du temps. Elle dépend aussi de la résistance de l'air. Le parachutiste reste un moment en chute libre; il ouvre ensuite son parachute.

Esquisser un graphe montrant le lien entre la vitesse et le temps.

Exercice 7.6

Ci-dessous, l'illustration du prix d'une houature en fonction du temps passé après sa première mise en circulation.



a) Quelle est la valeur de cette houature :

(1) à l'achat ;

(2) 2 ans après l'achat ;

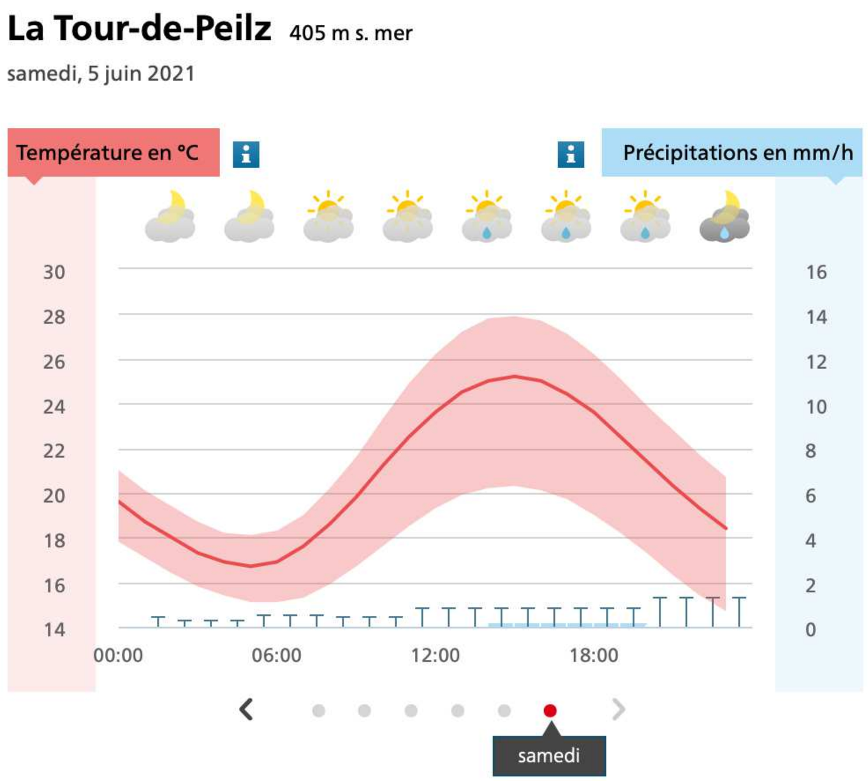
(3) 10 ans après l'achat.

b) Au bout de combien d'années cette houature aura-t-elle perdu la moitié de sa valeur ?

c) Donner l'image de 5. Interpréter dans le contexte.

Exercice 7.7

On voit sur le graphique ci-dessous, en rouge, l'évolution de la température au fil des heures pour le samedi 5 juin 2021, à La Tour-de-Peilz.



https://www.meteosuisse.admin.ch

a) Quelle est la température maximale prévue pour le 5 juin ?

b) À quelle heure la température sera-t-elle minimale ?

c) Y a-t-il une corrélation entre la quantité de précipitations et la valeur de la température ?

d) Etablir la liste des valeurs, au degré près, des températures depuis 0h jusqu'à 24h, par saut de 6 heures.

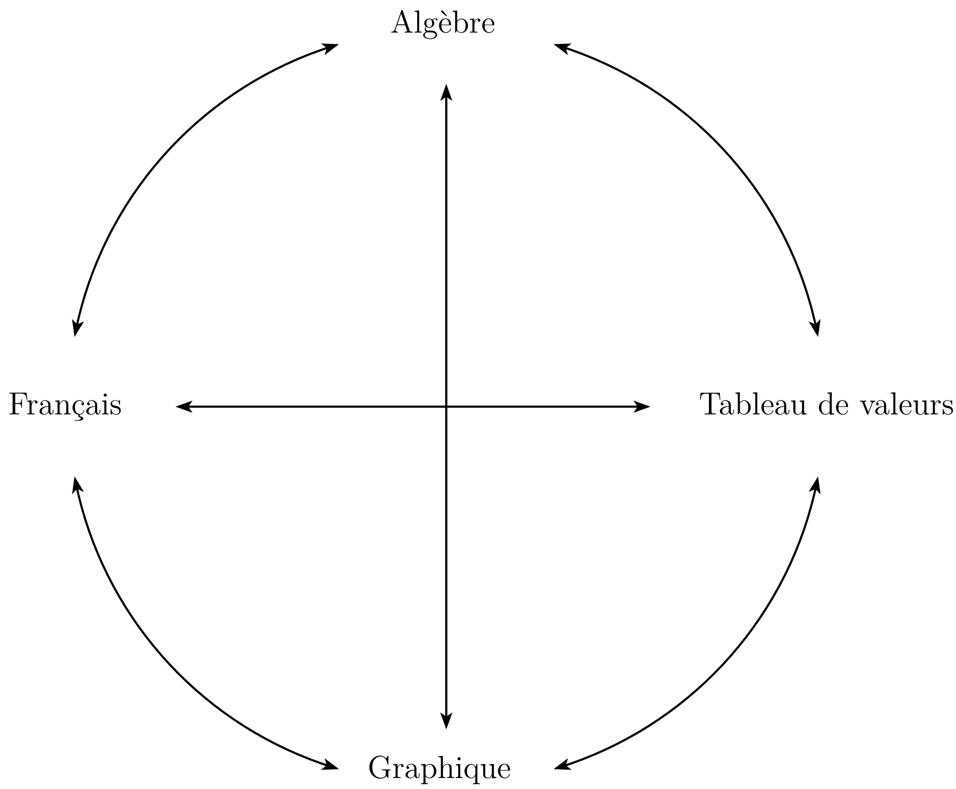
e) Pourquoi a-t-on dessiné une zone en rose ? Comment peut-on interpréter cette information ?

f) La courbe dessinée en rouge est-elle parfaitement lisse ? Si ce n'est pas le cas, de quels objets géométriques est-elle composée ?

Exercice 7.8

Une *fonction* est un objet qui peut être vu sous différentes formes :

- une expression algébrique ;
- un tableau de nombres ;
- un graphique dessiné dans un système d'axes ;
- une suite d'instructions écrites en français.



a) La phrase suivante caractérise une fonction : le prix des fraises au marché ce matin était de 4 fr. 50 le kilo.

   À partir de cette phrase, donnée en français, établir un graphique, écrire une expression algébrique et faire un tableau de valeurs pour des quantités comprises entre 250 g et 1.5 kg, par sauts de 250 g.

b) On considère la fonction de l'exercice 7.3. À l'aide d'une bouilloire, d'une tasse et d'un thermomètre, établir un tableau de valeurs de cette fonction.

   Est-il facile de donner une expression algébrique caractérisant cette fonction ?

c) On considère la fonction du temps donnée par l'expression $f(t) = 5\,t^2$.

Décrire cette fonction en français.

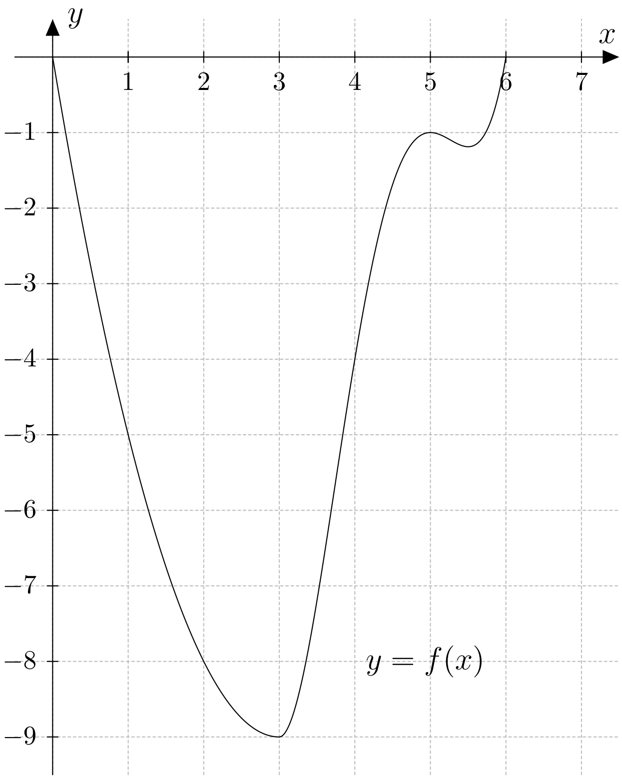
Esquisser le graphe de cette fonction.

Faire un tableau des valeurs de f pour t variant entre 1 et 3, par sauts de 0.5.

d) On observe à nouveau le graphique météorologique de l'exercice 7.7. Est-il possible de donner une expression algébrique $T(h)$ donnant la température en fonction de l'heure pour le samedi 5 juin 2021 ?

Exercice 7.9

Une fonction f est donnée par le graphe ci-dessous.



Estimer à l'aide du graphe :

a) la valeur de $f(1)$;

b) les coordonnées du minimum de f ;

c) les solutions de l'équation $f(x) = -7$.

On suppose maintenant que $f(x)$ représente l'altitude (en mètres, par rapport au niveau de la mer) atteinte par un plongeur en fonction du temps x (en secondes).

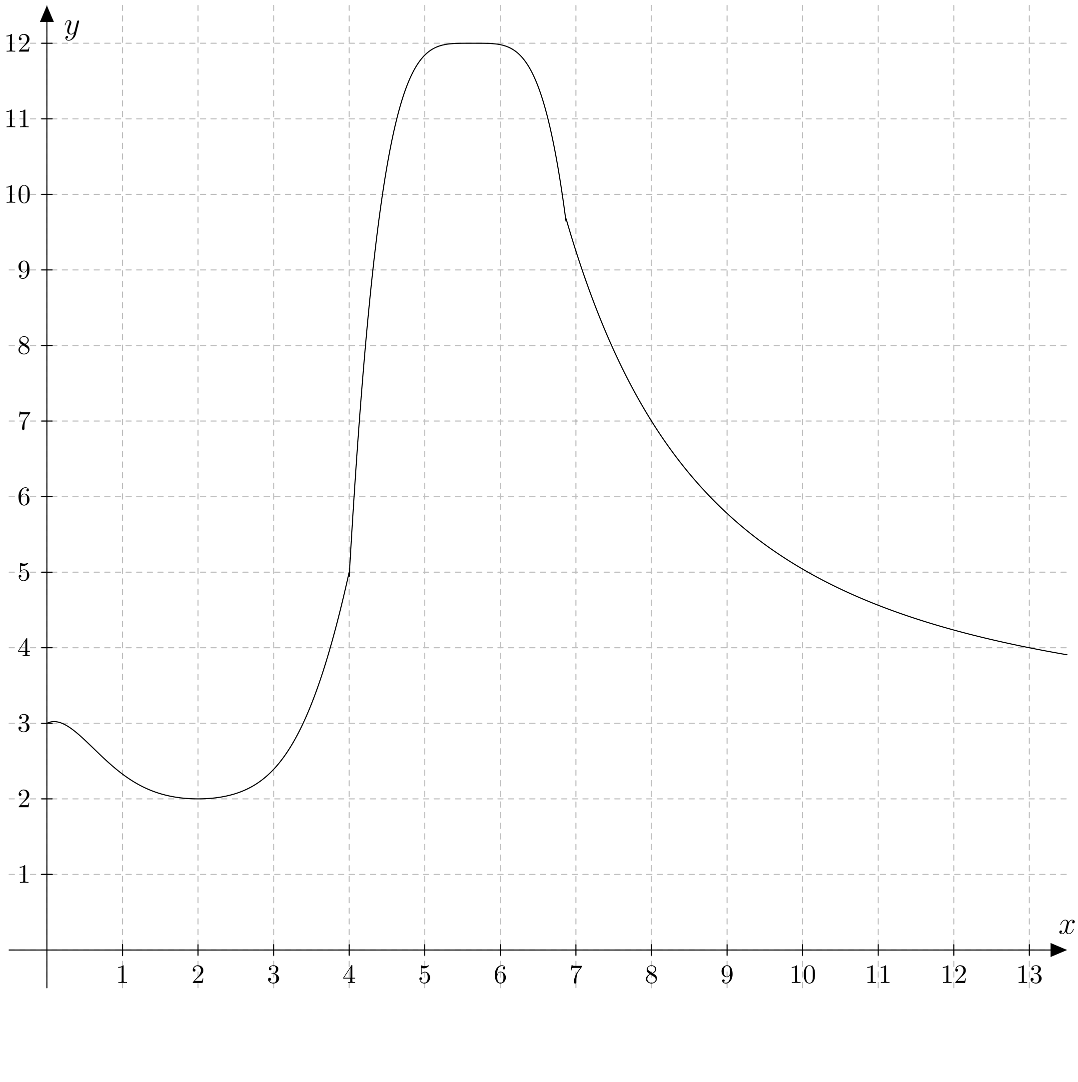
d) Interpréter les valeurs trouvées ci-dessus par une phrase.

e) Après combien de temps est-il remonté à la surface ?

f) Est-il remonté directement à la surface ?

Exercice 7.10

On a tracé ci-dessous le graphe d'une fonction f.



Déterminer graphiquement :

a) l'ordonnée à l'origine ;

b) la valeur maximale de $f(x)$;

c) les coordonnées du minimum de la fonction ;

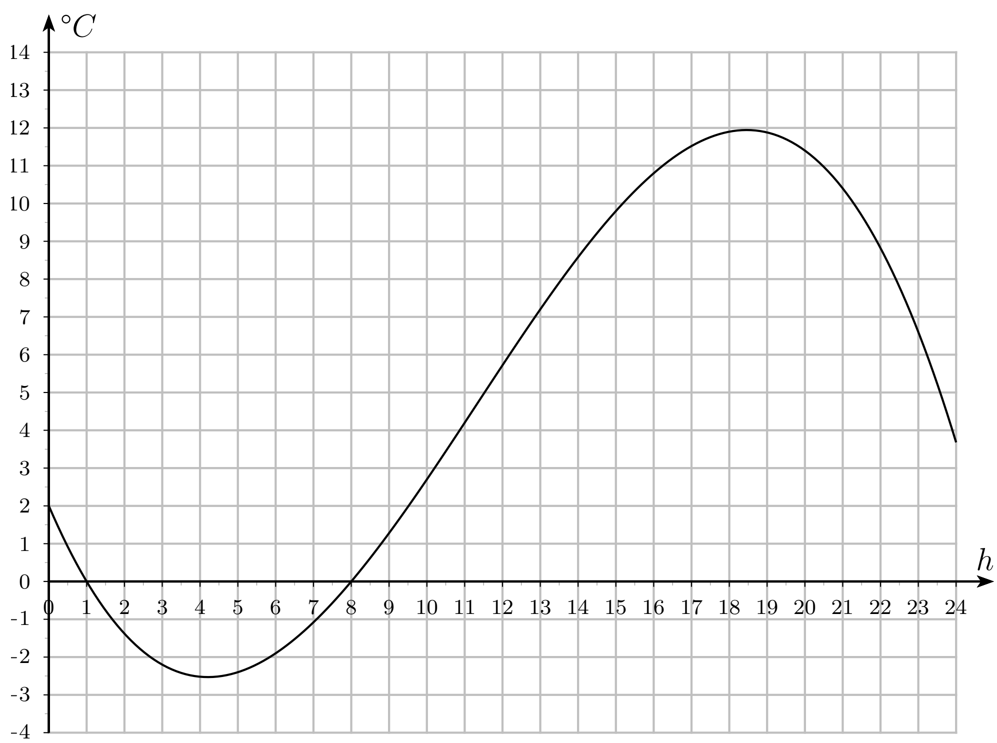
d) les solutions de l'équation $f(x) = 5$.

On suppose maintenant que $f(x)$ représente la force du vent (sur l'échelle de Beaufort) d'un typhon en fonction de la distance x (en dizaine de mètres) du centre du typhon.

Interpréter les valeurs trouvées ci-dessus par une phrase.

Exercice 7.11

Le graphe ci-dessous représente la température en degrés Celsius dans une ville lors d'une journée d'un mois d'automne.



a) A quel(s) moment(s) durant cette journée la température a-t-elle été de zéro degré ?

b) Quelle a été la température maximale atteinte cette journée-là ?

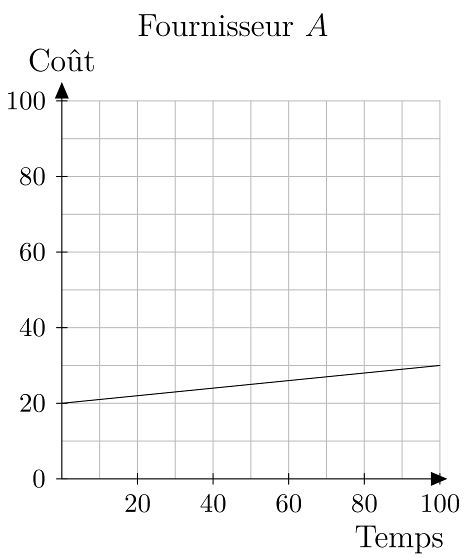
c) On considère généralement que les routes deviennent glissantes lorsque la température est inférieure à 3 degrés. Selon cette information, pendant quel intervalle de temps les routes de cette ville ont-elles été considérées comme glissantes ?

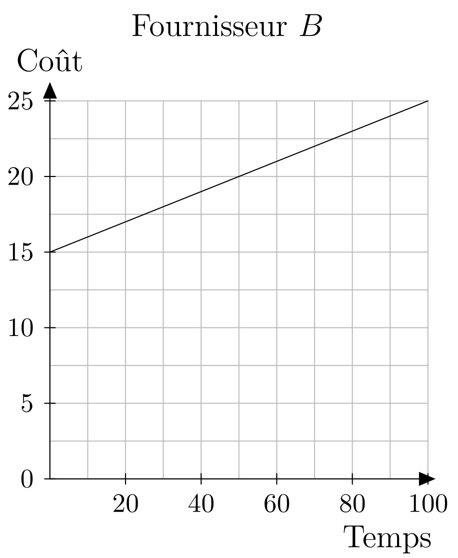
d) A partir de quelle heure la température a-t-elle commencé à augmenter ?
Et jusqu'à quelle heure ?

Exercice 7.12 a) Les deux graphiques ci-dessous représentent le prix (en francs) d'un abonnement de téléphone mobile en fonction du temps (en minutes) de communication par mois, chez deux fournisseurs différents.

Chez quel fournisseur le prix de base de l'abonnement est-il le moins cher ?

Et chez quel fournisseur la minute de communication est-elle la moins chère ?

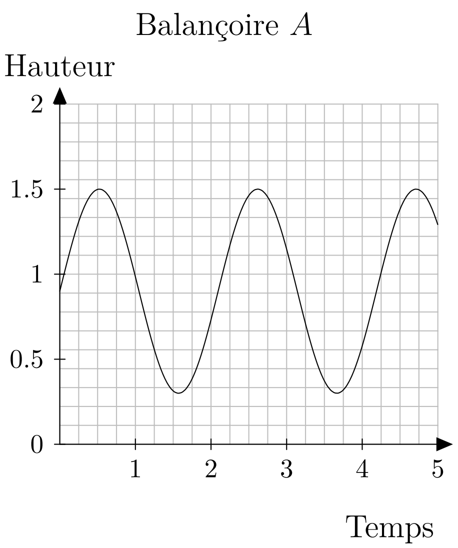


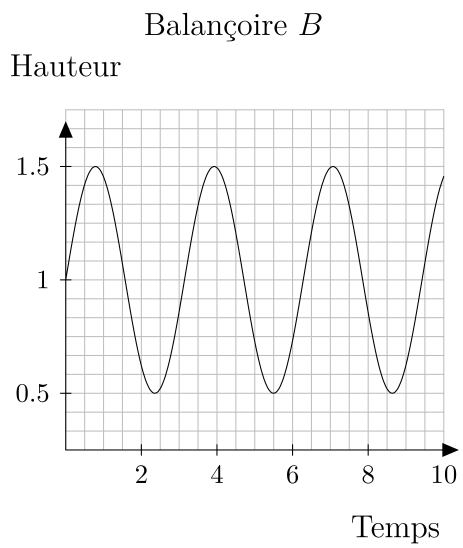


b) Les deux graphiques ci-dessous représentent la hauteur d'un enfant (en mètres) sur une balançoire en fonction du temps (en secondes).

Sur quelle balançoire l'enfant va-t-il le plus haut ?

Sur quelle balançoire l'enfant fait-il le plus d'aller-retours par minute ?

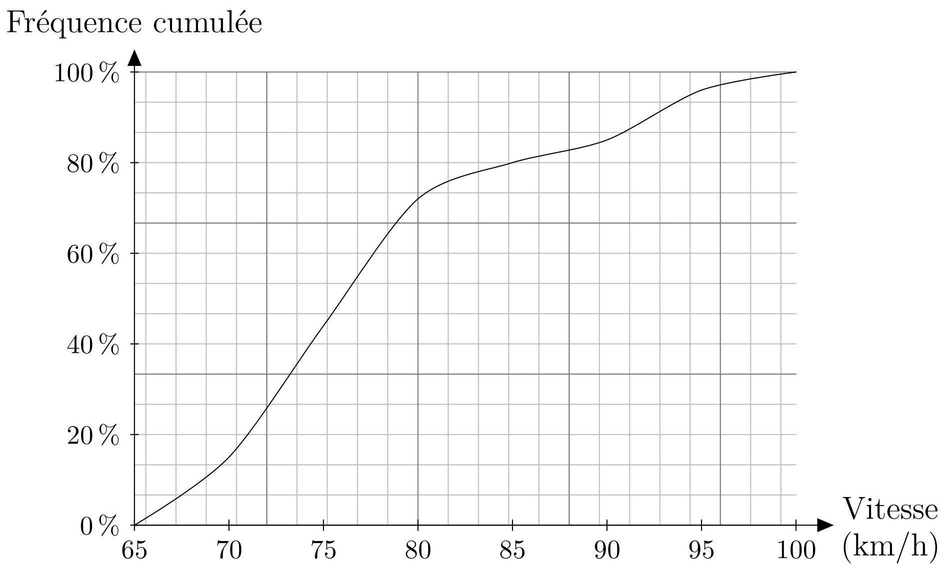




Exercice 7.13

Sur une route limitée à 80 km/h, on a relevé la vitesse d'un grand nombre de véhicules. On a représenté ci-dessous la courbe des fréquences cumulées de ces données.

Rappel : $f(x)$ *représente le pourcentage de véhicules dont la vitesse mesurée est inférieure ou égale à* x.



a) Quel pourcentage de véhicules roulent à une vitesse autorisée sur cette route ?

b) Quelle proportion de véhicules roulent entre 90 et 95 km/h ?

c) Quel pourcentage de véhicule font un excès de vitesse de plus de 15 km/h ?

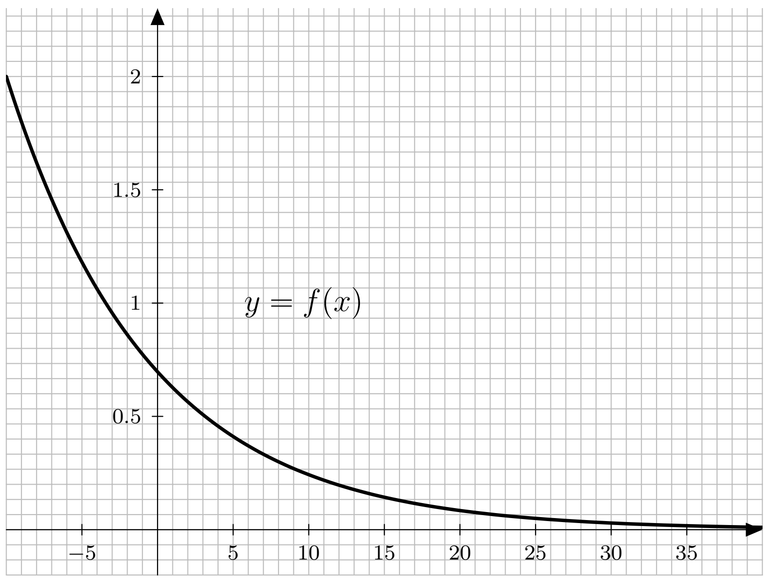
d) Quelle proportion de véhicules roulent à une vitesse s'écartant de plus de 10 km/h de la vitesse autorisée ?

e) A quelle vitesse au maximum roule un véhicule qui fait partie des 20% les plus lents ?

Exercice 7.14

On a tracé ci-dessous une partie du graphe d'une fonction f représentant la quantité de glace (en décilitres) dans un verre de granita en fonction du temps x (en minutes).

On suppose que le verre a été acheté il y a 10 minutes et qu'en ce moment précis, $x = 0$.



a) Quelle quantité de glace y a-t-il en ce moment dans le verre ?

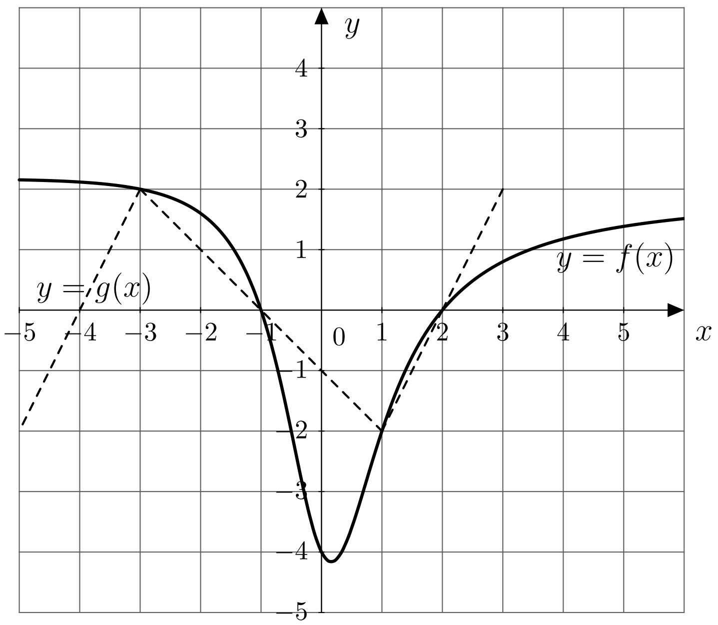
b) Quelle quantité de glace y avait-il dans le verre au moment de son achat ?

c) La fonction f est-elle croissante ou décroissante ? Interpréter cette réponse dans le contexte du verre de granita.

d) De quelle valeur se rapproche $f(x)$ lorsque x devient de plus en plus grand ? Interpréter cette réponse dans le contexte du verre de granita.

Exercice 7.15

Ci-dessous, la représentation graphique de deux fonctions f et g.



a) À l'aide du graphique, compléter le tableau suivant :

$f(-3) =$	$f(\quad) = -4$	$f(1) =$	$f(5) =$
$g(-4) =$	$g(\quad) = 2$	$g(-3) =$	$g(\quad) = -1$

b) Pour quelles valeurs de x, $f(x) = g(x)$?

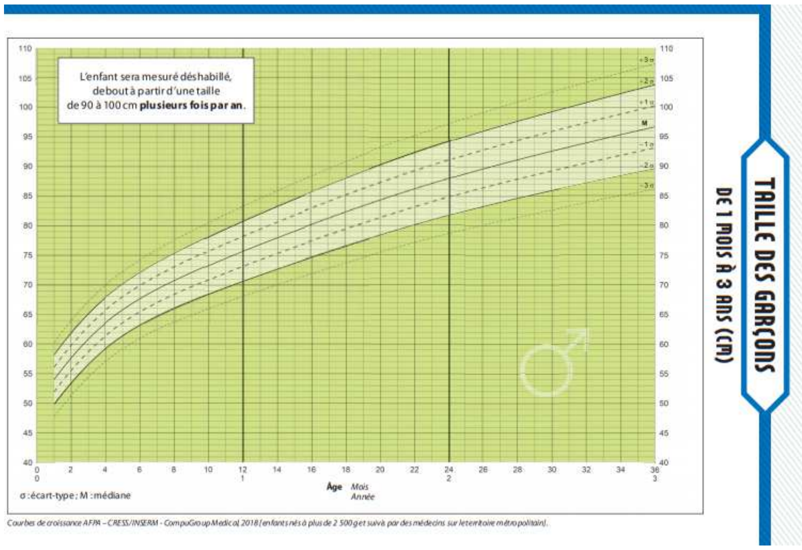
7.1 Solutions des exercices

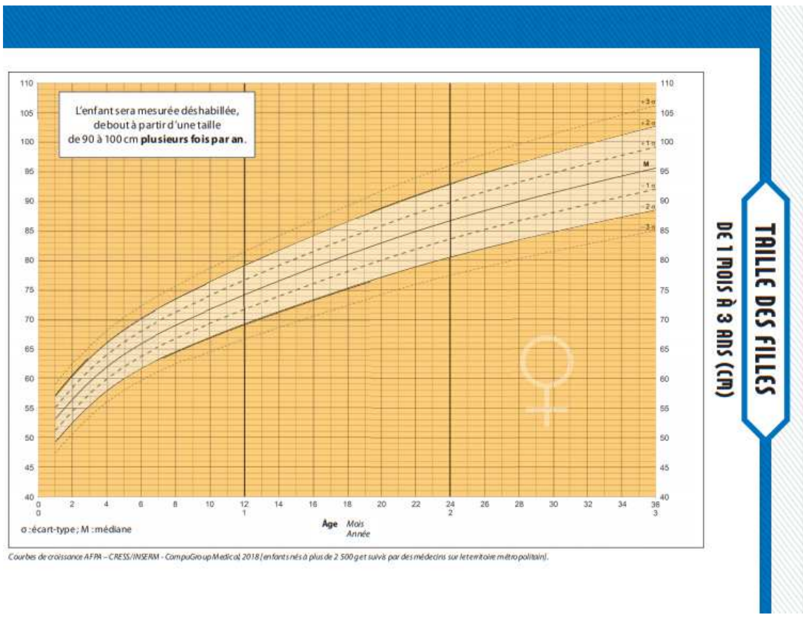
7.1 On peut dire, par exemple que le prix d'un sac de patates est fonction du nombre de kilos que contient le sac.

La quantité s'exprime en kilogrammes ou en grammes.

Le prix s'exprime en francs ou en euros, par exemple.

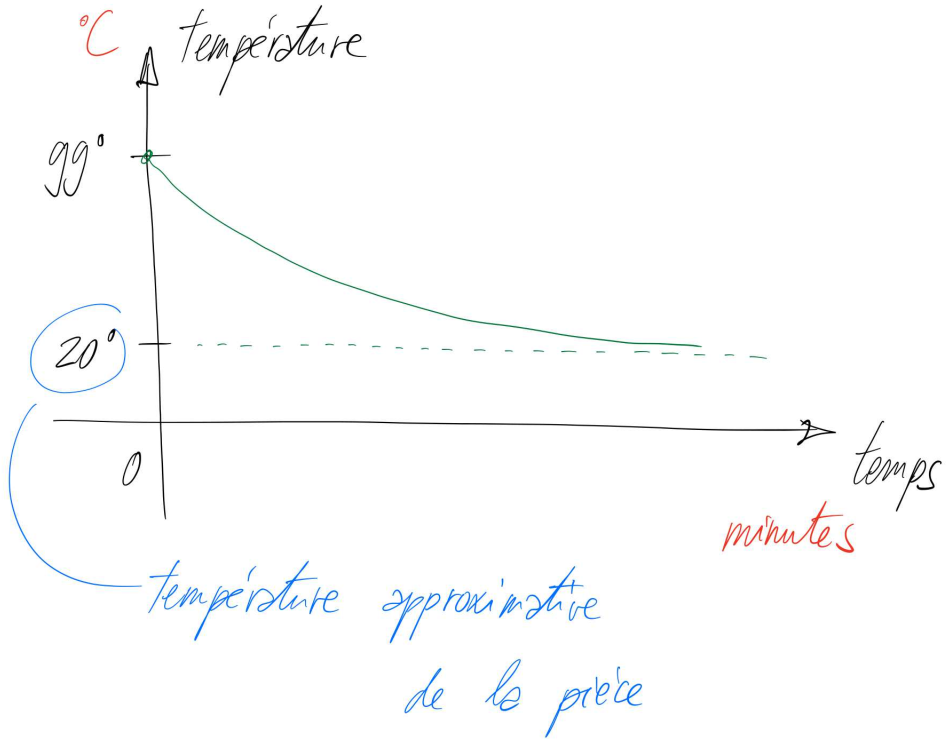
7.2





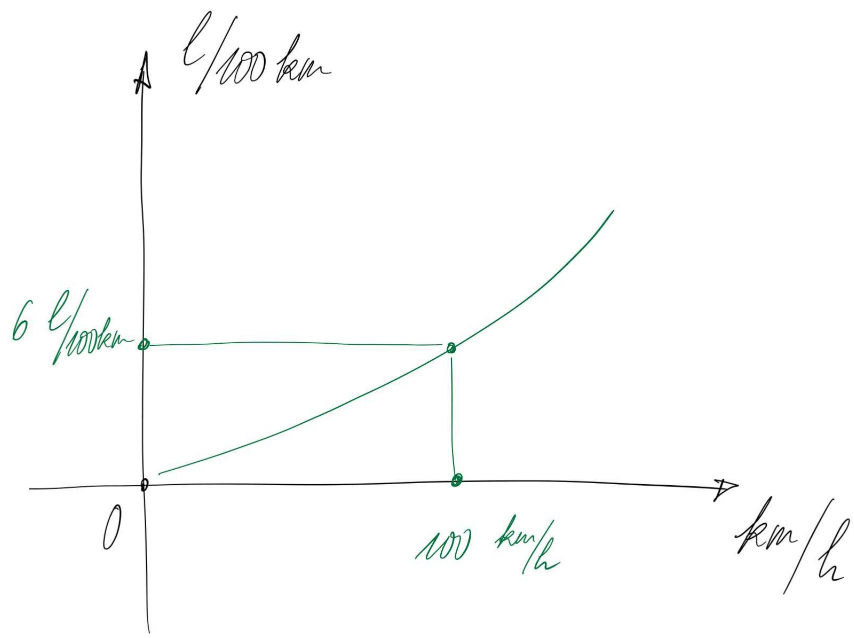
https://www.doctissimo.fr/html/grossesse/croissance/courbe-taille-bebe-0-3-ans.htm

7.3

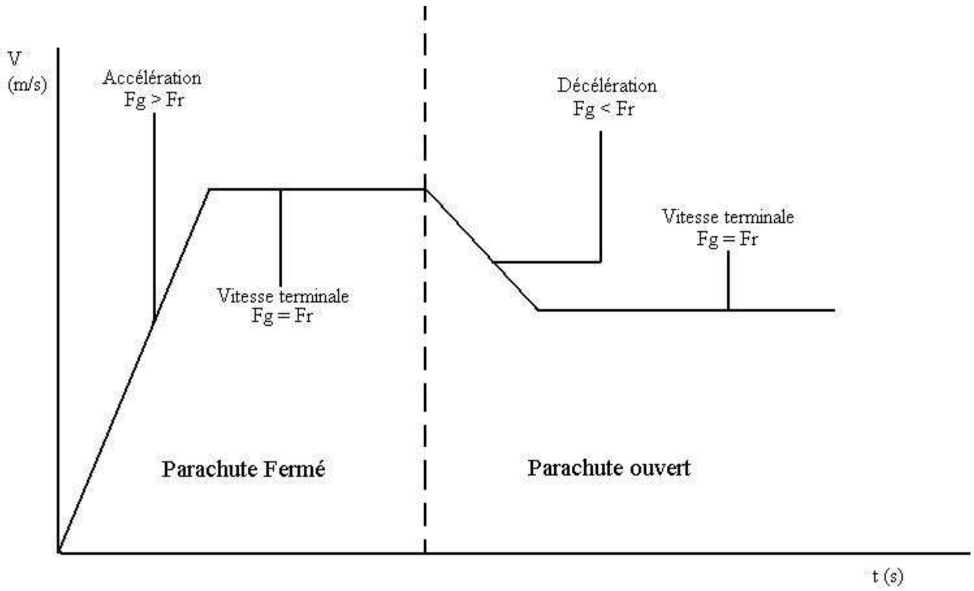


http://jwilson.coe.uga.edu/EMT668/EMAT6680.2002.Fall/Ledford/ledford12/cooled%20_data.html

7.4



7.5



7.6

a) Valeurs déterminées sur le graphe :

  (1) Environ 25 000 fr.

  (2) Elle vaut encore 18 000 fr.

  (3) Après 10 ans, la valeur résiduelle est d'environ 4 500 fr.

b) Elle aura perdu la moitié de sa valeur, soit 12 500 fr. après 4 ans.

c) L'image de 5 est 11 000, approximativement. Cela signifie, dans ce contexte, qu'après 5 ans, la houature vaut encore 11 000 fr.

7.7

a) La température maximale sera 25 ° C environ le 5 juin.

b) Entre 5h et 6h du matin.

c) La température baisse au moment où il commence à pleuvoir, mais elle ne remonte pas lorsque la pluie cesse. Il est difficile de parler de corrélation.

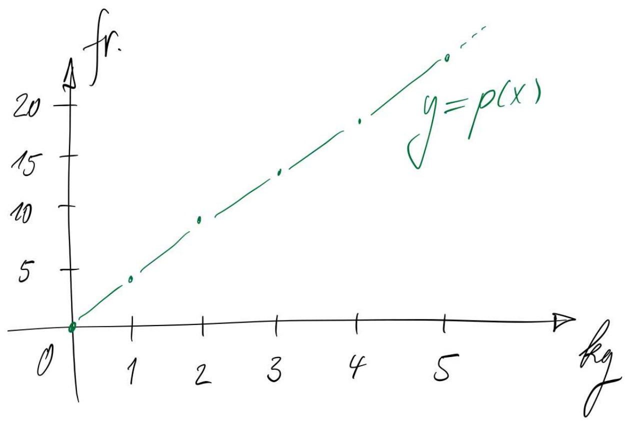
d) $[20, 17, 24, 23, 18]$

e) Pour montrer que la température varie dans une certaine fourchette. On peut dire, par exemple, qu'à midi, la température sera comprise entre 20 degrés au minimum et 28 degrés au maximum.

f) Elle n'est pas lisse ; elle est composée de segments dessinés bout à bout.

7.8

a)



Notons x le nombre de kg. La fonction p, qui donne le prix en fonction du nombre de kilos, s'écrit : $p(x) = 4{,}5 \cdot x$

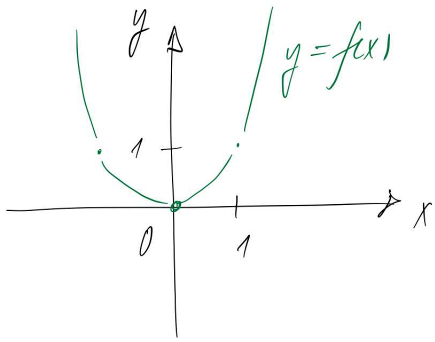
C'est une fonction linéaire.

x	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5
$p(x)$	1,125	2,25	3,375	4,5	5,625	6,75

(1fr.10, 2fr.25, 3fr.35, 4fr.50, 5fr.60, 6fr.75)

b) Il n'est pas facile de trouver l'expression mathématique de cette fonction.

c) Multiplier par 5 le carré d'un nombre quelconque.



x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	1	2,25	4	6,25	9

d) Ce n'est pas possible. Il n'y a pas d'expression mathématique donnant la température en fonction de l'heure pour un jour de l'année donné.

7.9

a) $f(1) = -5$

b) $\min(3\,;\,-9)$

c) $S \cong \{\,1.6\,;\,3.5\,\}$

d) a) Après 1 seconde, le plongeur était à 5 mètres de profondeur.
b) Le plongeur était au point le plus bas après 3 secondes ; il était alors à 9 mètres de profondeur.
c) Le plongeur était à 7 mètres de profondeur à deux moments : après 1.6 secondes et après 3.5 secondes.

e) Après 6 secondes.

f) Non, il est redescendu un peu après 5 secondes, lorsqu'il était à 1 mètre de profondeur.

7.10

a) $f(0) = 3\,;$

b) 12

c) $\min(2\,;\,2)$

d) $S = \{\,4\,;\,10\,\}$

Interprétations :

a) La force du vent au centre du typhon vaut 3.

b) La force du vent vaut au maximum 12.

c) La force du vent est minimale à 20 mètres du centre du typhon. Elle vaut alors 2.

d) La force du vent vaut 5 à deux endroits dans le typhon : à 40 mètres du centre et à 100 mètres du centre.

7.11

a) Il a fait 0 degré à 1h du matin et à 8h du matin.

b) La température maximale a été de 12 degrés.

c) Les routes ont été glissantes de minuit à environ 10 heures et quart.

d) La température a augmenté entre 4h du matin et 18h30 environ.

7.12

a) Le prix de base est moins cher chez le fournisseur B.
La minute de communication est le même prix chez les deux fournisseurs.

b) La hauteur maximale est la même sur les deux balançoires.
La fréquence est plus élevée sur la balançoire A.

7.13

a) $\sim 72\%$, car $f(80) \cong 72$.

b) $\sim 10\%$, car $f(95) - f(90) \cong 96 - 86 = 10$.

c) $\sim 4\%$, car $100 - f(95) \cong 100 - 96 = 4$.

d) $\sim 29\%$, car $(100 - f(90)) + f(70) \cong (100 - 86) + 15 = 29$.

e) A 71 km/h, car $f(71) \cong 20$.

7.14

a) ~ 0.7 dl $= 70$ ml

b) 2 dl

c) Décroissante. La quantité de glace diminue au fil du temps.

d) $f(x)$ se rapproche de 0. Plus on attend et plus la quantité de glace se rapproche de zéro. Si on attend suffisamment longtemps, il ne devrait plus y avoir de glace du tout.

7.15

a)
$$f(-3) = 2 \quad f(0) = -4 \quad f(1) = -2 \quad f(5) \simeq 1.3$$
$$g(-4) = 0 \quad g(-3) = g(3) = 2 \quad g(-4.5) = g(0) = g(1.5) = -1$$

b) $x \in \{-3, -1, 1, 2\}$

Chapitre 8

Fonctions affines

8.1 Fonctions affines

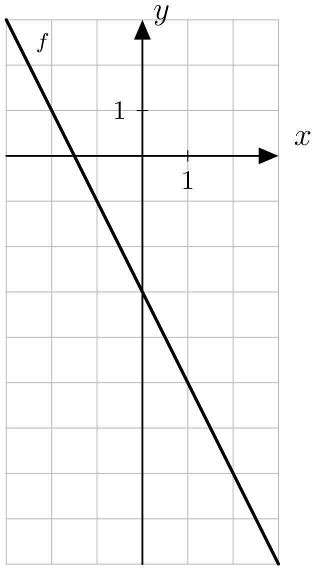
Exercice 8.1

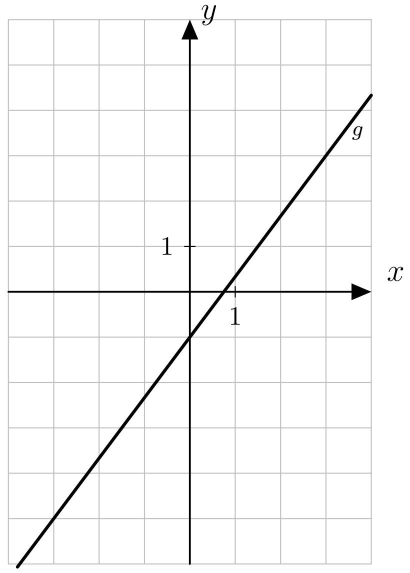
a) Sur le graphique de gauche :

- Représenter les fonctions $a(x) = -x - 1$ et $b(x) = \frac{1}{2}x - 6$.
- Déterminer la fonction f représentée.

b) Sur le graphique de droite :

- Représenter les fonctions $c(x) = -\frac{3}{2}x + 1$ et $d(x) = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$.
- Déterminer la fonction g représentée.

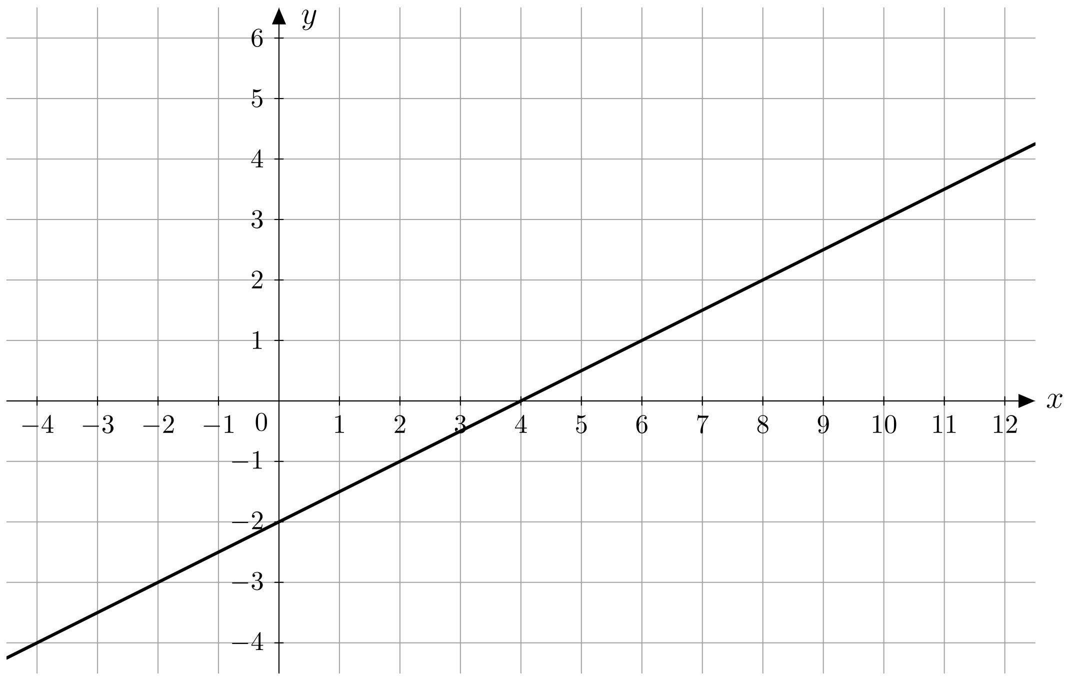




Exercice 8.2

Effectuer cet exercice en se basant uniquement sur le graphe.

Soit f la fonction dont le graphe est donné ci-dessous.



a) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

$A(6;1)$ $B(1;6)$ $C(2;8)$

$D(8;2)$ $E(2;1)$ $F(2;-1)$

$G(4;0)$ $H(-2;-1)$ $I(0;-2)$

b) Compléter les coordonnées sachant que les points appartiennent au graphe de f.

$J(10\,;.........)$ $K(-1\,;.........)$ $L(0\,;.........)$

$M(.........\,;0)$ $N(.........\,;4)$ $P(.........\,;-4)$

c) Donner les images.

$f(10) = ...$ $f(-1) = ...$ $f(0) = ...$

$f(-3) = ...$ $f(3) = ...$ $f(7) = ...$

d) Résoudre les équations.

$f(x) = 0 \quad S = \{\,......\,\}$ $f(x) = \frac{5}{2} \quad S = \{\,......\,\}$ $f(x) = 3 \quad S = \{\,......\,\}$

$f(x) = 4 \quad S = \{\,......\,\}$ $f(x) = -3 \quad S = \{\,......\,\}$ $f(x) = -2 \quad S = \{\,......\,\}$

Exercice 8.3

Effectuer l'exercice sans tracer le graphe.

Soit f la fonction donnée par $f(x) = 8x + 11$.

a) Calculer.

$f(2) =$ .... $f(-1) =$ ....

$f(0) =$ .... $f(-3) =$ ....

$f(-2,2) =$ .... $f\left(\dfrac{2}{3}\right) =$ ....

b) Résoudre les équations.

$f(x) = 19$ $f(x) = -5$ $f(x) = 5$ $f(x) = -11$

c) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ? (Justifier)

$A(2; 13)$ $B(2; 27)$ $C(-1; 3)$ $D(1; -3)$

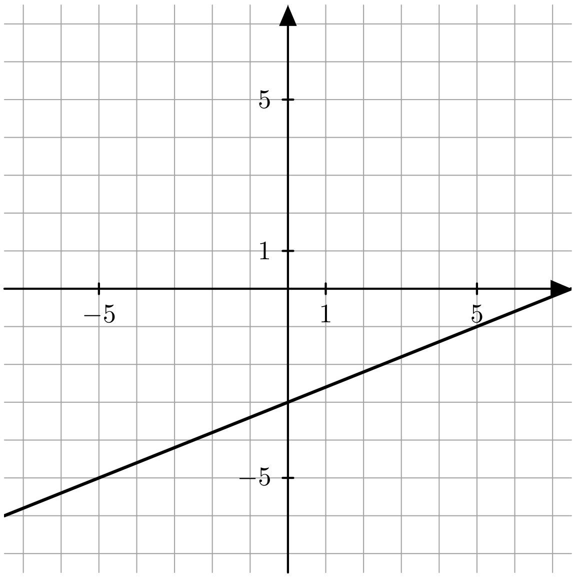
d) Compléter les coordonnées sachant que les points appartiennent au graphe de f.

$I(0\,;$ ....$)$ $J($......... $;0)$ $K\left(-\dfrac{7}{2}\,;\text{.........}\right)$ $L\left(\dfrac{3}{5}\,;\text{.........}\right)$

Exercice 8.4

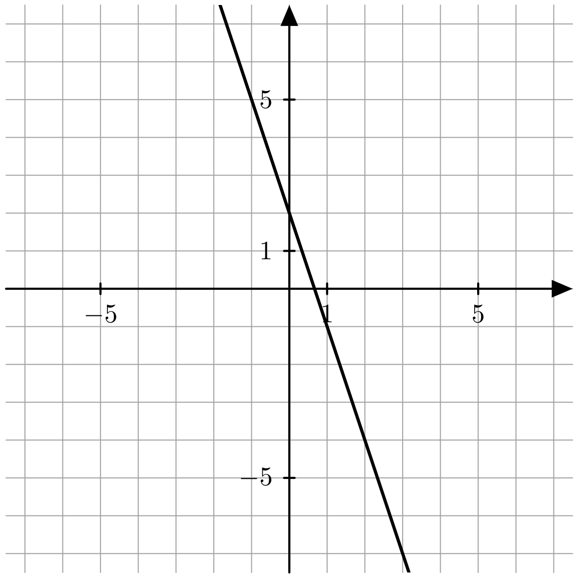
Déterminer les fonctions associées à chacune des droites suivantes.

a)



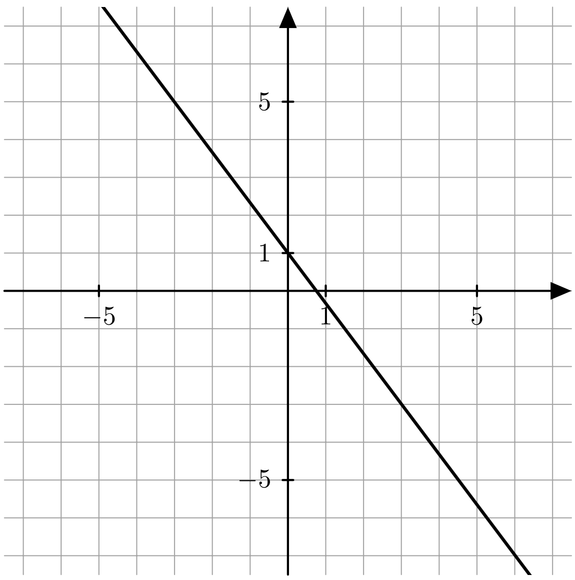
$f(x) =$

b)



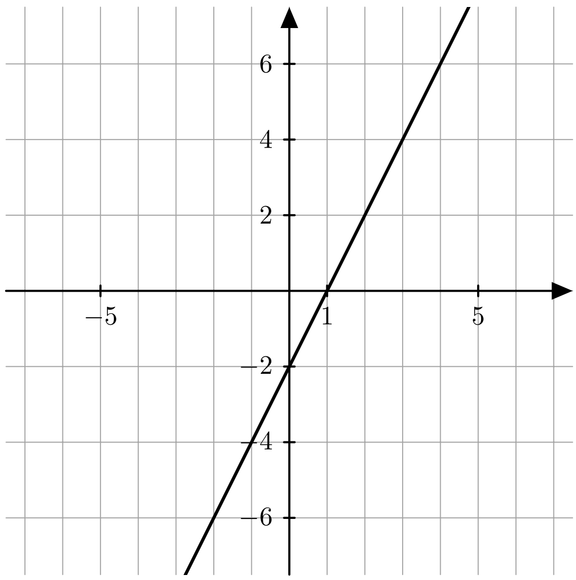
$f(x) =$

c)



$f(x) =$

d)

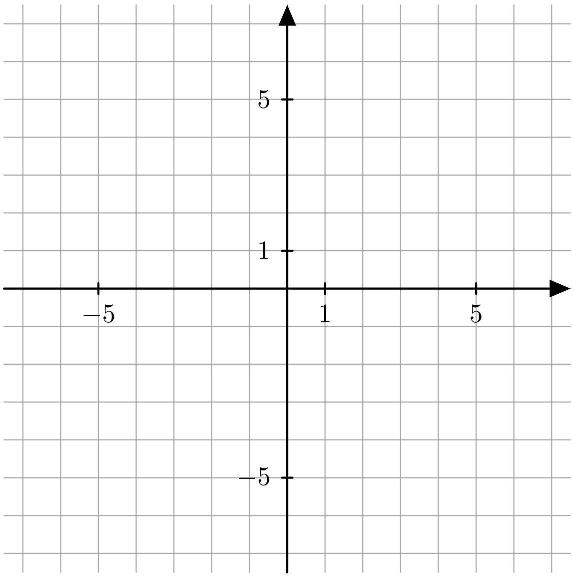


$f(x) =$

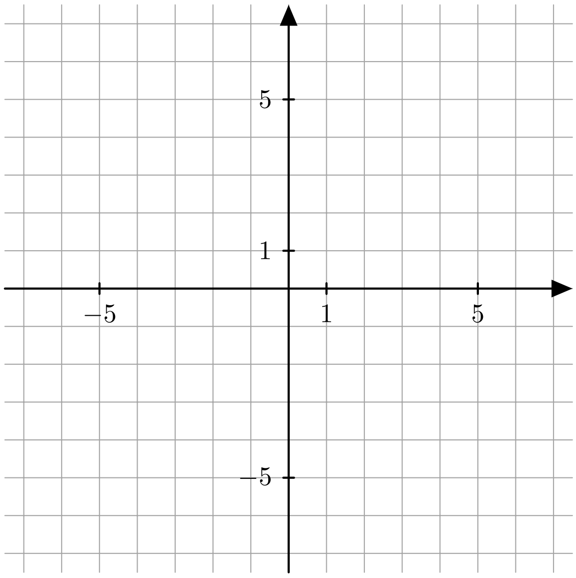
Exercice 8.5

Dessiner les fonctions suivantes sans utiliser de tableau de valeurs.

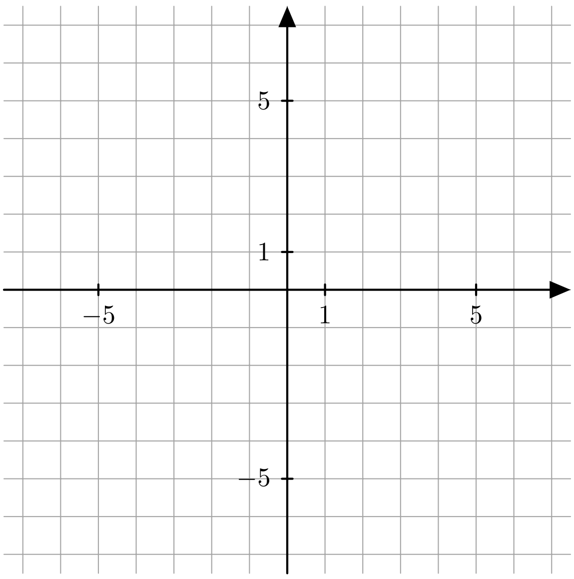
a) $f(x) = 2x - 3$



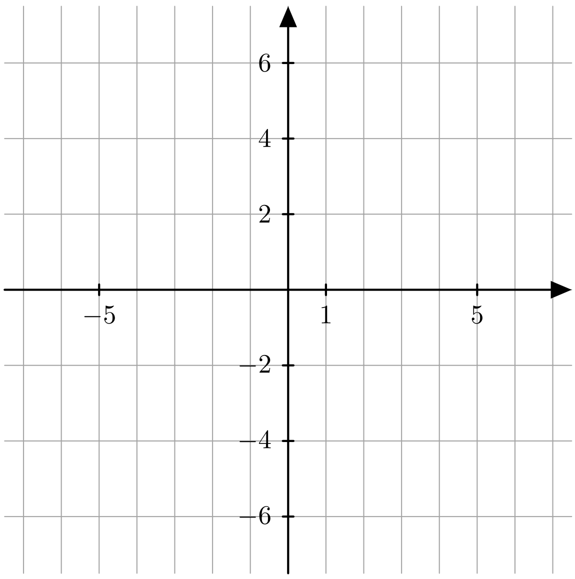
b) $f(x) = -\frac{5}{4}x + 2$



c) $f(x) = -x - 1$



d) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$



Exercice 8.6

Sans faire de calcul, tracer le graphe de ces fonctions affines.

a) $f(x) = 3x + 2$

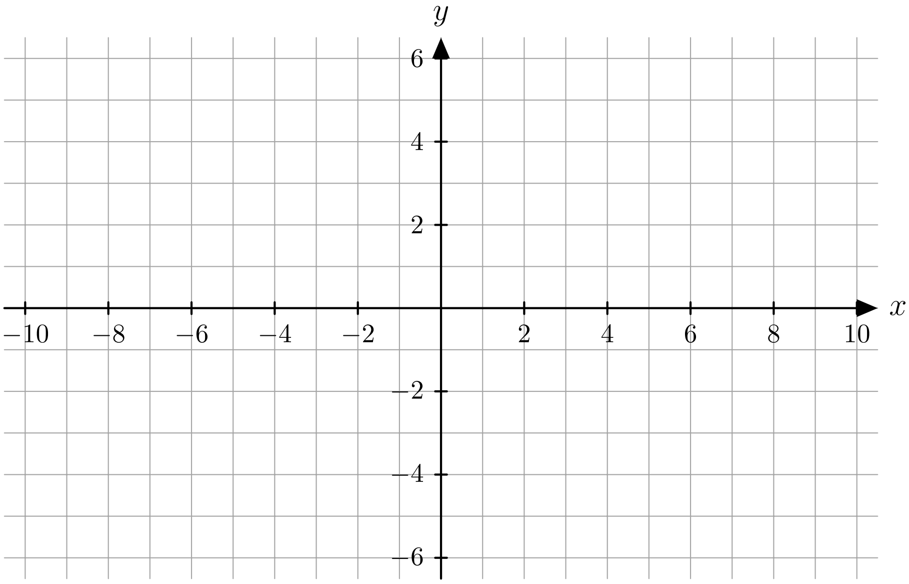
b) $f(x) = -3x + 2$

c) $f(x) = -x + 2$

d) $f(x) = -x + 5$

e) $f(x) = x$

f) $f(x) = -x$



Exercice 8.7

Sans faire de calcul, tracer le graphe de ces fonctions affines.

a) $f(x) = \frac{2}{3}x - 4$

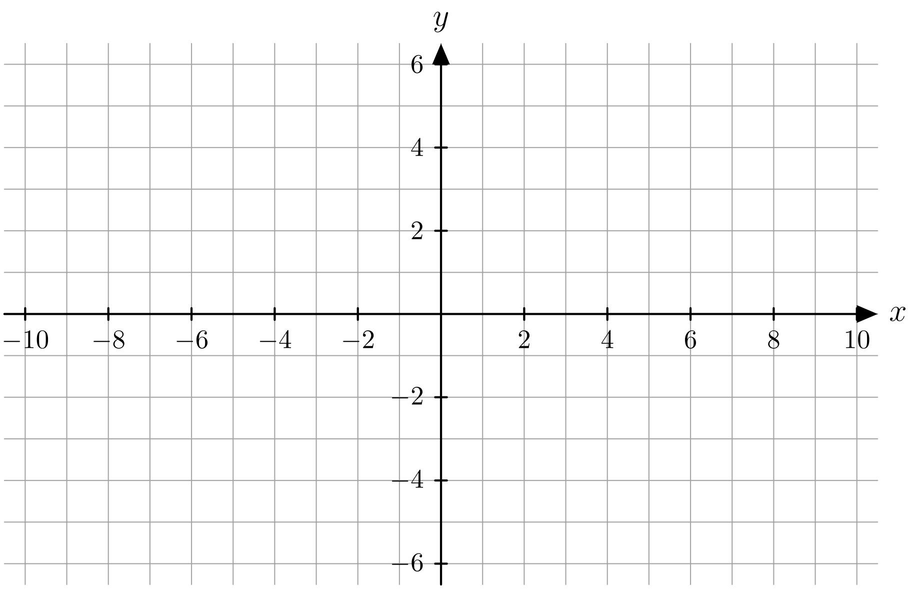
b) $f(x) = -\frac{3}{4}x$

c) $f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

d) $f(x) = \frac{3}{5}x - \frac{3}{2}$

e) $f(x) = -\frac{5}{9}x + 4$

f) $f(x) = 4$



Exercice 8.8

Soit les deux fonctions suivantes :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 2x-3 \end{array} \qquad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{array}$$

a) Compléter ces deux tableaux de valeurs :

x	$f(x)$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

x	$g(x)$
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

b) Calculer $f(-10)$, $f\left(\frac{10}{9}\right)$, $f(-0,5)$, $f(t)$ et $f(g(3))$.

c) Calculer $g(-8)$, $g\left(\frac{2}{3}\right)$, $g(0,11)$, $g(k)$ et $g(f(3))$.

d) Compléter ces deux tableaux de valeurs :

x	$f(x)$
	-25
	0
	4

x	$g(x)$
	1
	0
	14

e) Déterminer la valeur de a telle que $f(a) = g(a)$.

f) Représenter sur un même graphique f et g. Mettre en évidence a, $f(a)$ et $g(a)$.

Exercice 8.9

On donne deux points $A(1;1)$ et $B(-3;9)$.

a) Calculer la pente de la droite passant par A et B.

b) Déterminer la fonction affine dont la représentation graphique est la droite AB.

Mêmes questions avec $C(-2;-6)$ et $D(7;9)$.

Exercice 8.10

Sur le même graphique :

a) Tracer la droite a de pente $m = -2$ et d'ordonnée à l'origine $h = 0$.

b) Tracer la droite b de pente $m = -2$ et d'ordonnée à l'origine $h = 3$.

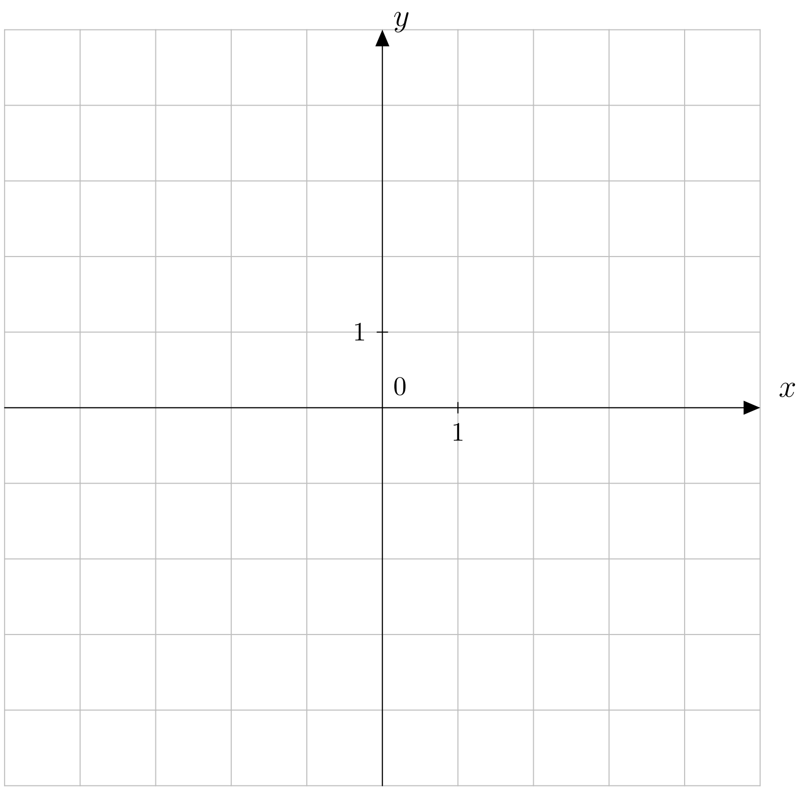
c) Tracer la droite c passant par le point $A(-5; 1)$ et d'ordonnée à l'origine $h = 5$.

d) Tracer la droite d passant par le point $A(-5; 1)$ et de pente $m = -1$.

e) Tracer la droite e passant par le point $A(-5; 1)$ et de pente $m = 0$.

f) Tracer la droite f donnée par $f(x) = \dfrac{2}{3}x - 5$.

g) Déterminer les équations cartésiennes des droites a, b, c, d et e.



Exercice 8.11

a) Déterminer une équation de la droite a passant par les points $(3;1)$ et $(4;-2)$.

b) Déterminer la fonction affine $b(x)$ telle que $b(1) = 4$ et $b(2) = 0$.

c) Déterminer une équation de la droite c de pente égale à $\frac{2}{3}$ et d'ordonnée à l'origine égale à 1.

d) Déterminer une équation de la droite d de pente égale à -2 et qui passe par le point $(1;3)$.

e) Déterminer une équation de la droite e passant par les points $(1;4)$ et $(2;11)$.

f) Déterminer une équation de la droite f de pente égale à $-\frac{5}{4}$ et qui passe par le point $(1;-1)$.

g) Déterminer une équation de la droite g passant par les points $(-1;2)$ et $(3;0,5)$.

h) Déterminer une équation de la droite h de pente égale à -3 et qui passe par l'origine.

i) La droite passant par les points $(2;2)$ et $(4;3)$ est-elle parallèle à celle qui passe par les points $(1;-1)$ et $(5;1)$?

j) Le point de coordonnées $(3,4;0,75)$ appartient-il à la droite qui passe par les points $(1;2)$ et $(-3;4)$?

k) Déterminer une équation de la droite k horizontale qui passe par le point $(6;2)$.

l) Déterminer une équation de la droite l parallèle à la droite $y = 4x - 2$ qui passe par le point $(1;3)$.

m) Déterminer une équation de la droite m parallèle à la droite $2y = 3x + 5$ qui passe par l'origine.

n) Déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite $5x + 2y = 11$.

Exercice 8.12

Pour les droites dont les équations sont données ci-dessous, déterminer les points d'intersection avec les axes Ox et Oy, puis tracer les droites dans un même système d'axes.

a) $y = -\frac{4}{3}x + 4$

b) $3x - 2y - 6 = 0$

c) $x + 3y = -3$

d) $y = -4$

Exercice 8.13

Déterminer **algébriquement** l'intersection des deux droites, si elle existe.

a) $(f) : 2y - x = 4$ et $(g) : x + y = 5$

b) $(h) : 3x + 2y = -2$ et $(i) : x + 4y = 1$

c) $(j) : 3x - 2y = 7$ et $(k) : 5x + 3y = -1$

d) $(m) : y = 2x + 3$ et $(n) : 2y - 4x = -1$

e) $(u) : y = x - 2$ et $(v) : 3x - 3y = 6$

Exercice 8.14

On peut montrer que deux droites représentées dans un système d'axes orthonormés sont perpendiculaires si le produit de leur pente est égal à -1.

En utilisant cette propriété, déterminer une équation cartésienne de la droite p perpendiculaire à la droite $(d) : 5x - 4y + 8 = 0$ passant par le point $A(-8; 3)$.

8.2 Applications

Exercice 8.15

Une baignoire contient 165 litres d'eau. On enlève alors le bouchon et il s'écoule 30 litres par minutes. Exprimer la quantité d'eau restant dans la baignoire en fonction du temps. Après combien de temps la baignoire sera-t-elle vide ?

Exercice 8.16

Après que l'on ait fait le plein de son réservoir, une voiture s'engage sur une route de telle sorte que sa consommation d'essence soit constante. Après avoir parcouru 200 kilomètres, il reste 40 litres dans le réservoir et après 450 kilomètres, il reste 15 litres d'essence. Exprimer le nombre de litres d'essence restant dans le réservoir en fonction du nombre de kilomètres parcourus. Déterminer la capacité maximale du réservoir ainsi que la consommation pour 100 kilomètres.

Exercice 8.17

Une ville a installé de grandes usines pour alimenter ses citoyens en eau pure traitée. Cependant, elle doit en faire assumer les coûts au moyen d'une taxe d'eau composée d'une redevance fixe et d'une somme proportionnelle à la consommation. Pour 60000 litres d'eau consommée, la taxe est de 88 francs alors que pour 75000 litres, elle est de 100 francs. Si l'on sait avoir consommé 82000 litres d'eau, combien devra-t-on payer ? Et quel est le montant de la redevance fixe ?

Exercice 8.18

Une personne souhaite comparer le prix d'un abonnement téléphonique : La société Telcom facture un abonnement de 25 francs par mois et le coût moyen (pour les communications les plus fréquentes de la personne) s'élève à 16 centimes la minute ; la société Transcom, elle, facture 16,90 francs son abonnement et le coût moyen s'élève à 18 centimes la minute.

a) Exprimer le prix $P(t)$ (en francs) facturé par Telcom et le prix $Q(t)$ (en francs) facturé par Transcom en fonction du nombre de minutes t de communication par mois.

b) Pour chaque société, à combien de minutes de communication correspond une facture de 61 francs ?

c) Déterminer par calculs le nombre de minutes de communication par mois à partir duquel il est préférable de choisir la société Telcom.

Exercice 8.19

On suppose que la taille d'une personne décroît de 2 mm chaque année à partir de 30 ans. Une personne mesure 173 cm à 30 ans.

a) Prédire sa taille à 70 ans (au cm près) et donner la fonction qui associe à l'âge x (en années) de la personne sa taille $T(x)$ pour $x \geq 30$.

b) Déterminer l'âge de la personne lorsqu'elle mesurera 168 cm.

Exercice 8.20

L'entreprise A facture $0,58$ francs par litre de mazout livré.
Le prix facturé par l'entreprise B est formé d'un forfait fixe de déplacement (indépendant de la quantité de mazout livrée) et d'un prix par litre de mazout livré. On sait que 5'000 litres de mazout coûtent 3'000 francs alors que 8'000 litres coûtent 4'500 francs.

a) Représenter sur un même graphique le prix facturé y par les entreprises A et B en fonction du nombre de litres x de mazout livrés (pour x inférieur à 8'000 litres).

b) Déterminer les deux fonctions $A(x)$ et $B(x)$ qui donne le prix facturé (en francs) selon la quantité de mazout livrée x (en litres).

c) Quel est le prix par litre de mazout et le forfait fixe de l'entreprise B ?

d) Calculer le nombre de litres de mazout à partir duquel il est plus avantageux de se fournir auprès de l'entreprise B.

Exercice 8.21

En physiologie sportive, la puissance respiratoire P est définie en fonction de la prise d'oxygène maximale. Pour des altitudes inférieures à 1'800 m, la puissance respiratoire est optimale, c'est-à-dire 100 %. À partir de 1'800 m, P décroît linéairement du maximum de 100% à une valeur de 40% à 5'000 m ; P se stabilise ensuite à 40%.

a) Représenter graphiquement la puissance respiratoire P en fonction de l'altitude h pour $0 \leq h \leq$6'000.

b) Exprimer la puissance respiratoire P (en %) en fonction de h pour 1'800 $\leq h \leq$ 5'000.

c) Calculer la puissance respiratoire à Mexico (altitude de 2'400 m), site des jeux olympiques de 1968.

Exercice 8.22

Un éditeur décide de publier des livres. Les coûts qu'il doit assumer sont formés de frais fixes (composition, montage, ...) s'élevant à 12'240 francs et des frais variables (impression, droits d'auteur, ...) qui s'élèvent à 9 francs par volume. Il vend ses livres 21 francs l'exemplaire.

a) Déterminer le coût total $C(x)$ et le revenu $R(x)$ en fonction du nombre x de livres publiés.

b) Représenter sur un même graphique les fonctions $C(x)$ et $R(x)$ pour $0 \leq x \leq 1'500$.

c) À partir de combien de livres publiés, appelé **seuil de rentabilité**, le revenu est-il égal aux coûts ?

d) On envisage un nouveau procédé de composition qui permet d'abaisser les coûts fixes à 9'660 francs ; par contre, les frais variables augmentent à 11 francs le livre. Déterminer la nouvelle fonction coût $C'(x)$. Quel est le seuil de rentabilité de ce nouveau procédé ?

e) Dans quels cas a-t-on intérêt à changer de procédé de production si l'on souhaite améliorer son profit ?

Exercice 8.23

Un fabricant vend une pièce mécanique à 5 francs la pièce. Les frais fixes s'élèvent à 3'000 francs et les frais variables à 2 francs par pièce produite.

a) Exprimer le revenu R provenant de la vente de la pièce et le coût total de production C (frais fixes et variables) en fonction du nombre x de pièces mécaniques vendues.

b) Calculer le seuil de rentabilité.

c) On propose à ce fabricant de modifier son installation de production. Les nouveaux frais fixes s'élèveraient alors à 4'800 francs et les frais variables à 1 franc par pièce produite.

   1) Déterminer le nouveau coût total de production C' en fonction du nombre x de pièces mécaniques vendues. Déterminer le nouveau seuil de rentabilité.

   2) Le fabricant décide de produire 1'900 pièces mécaniques ; il sait qu'il les vendra toutes. A-t-il intérêt à modifier son installation ? Justifier la réponse par calculs.

Exercice 8.24

Une société organise un concours de ski. Lorsque la finance d'inscription est fixée à 40 francs, les organisateurs savent qu'ils peuvent compter sur 120 participants ; ils supposent également que, chaque fois que la finance augmente de 5 francs, le nombre de participants baisse de 10 (il y a donc 110 participants si la finance est fixée à 45 francs, 100 participants si la finance est fixée à 50 francs et ainsi de suite).

a) Calculer le nombre de participants pour une finance d'inscription fixée à 57 francs et déterminer la fonction qui donne le nombre N de participants en fonction du prix P (en francs) de la finance d'inscription.

b) Il y a eu 68 participants ; à combien s'élevait la finance d'inscription ?

c) Exprimer le prix P de la finance d'inscription en fonction du nombre N de participants .

Exercice 8.25

La résistance électrique des matériaux conducteurs varie linéairement en fonction de la température.
La résistance d'un fil de cuivre est de 30 Ω (Ohms) à 0 °C et de 25 Ω (Ohms) à -40 °C.

a) Exprimer la résistance R en fonction de la température T.

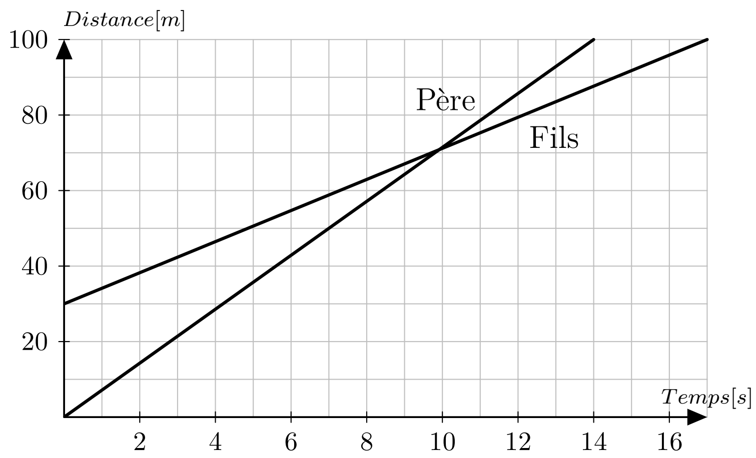
b) Quelle est la résistance de ce fil à 40 °C ? à 16 °C ?

c) À quelle température la résistance de ce fil est-elle de 36 Ω ? de 18 Ω ? de 40 Ω ?

d) Exprimer la température T en fonction de la résistance R.

Exercice 8.26

Un père défie son fils au 100 m et lui laisse un certain nombre de mètres d'avance. Les graphes simplifiés de cette course sont donnés ci-dessous.



a) Combien de mètres d'avance le père laisse-t-il au fils ?

b) Qui a gagné ? En combien de temps ?

c) Combien de temps faut-il au fils pour passer la ligne des 100 m ?

d) Exprimer la distance parcourue par le père P en fonction des secondes écoulées. Faire de même pour la distance du fils F.

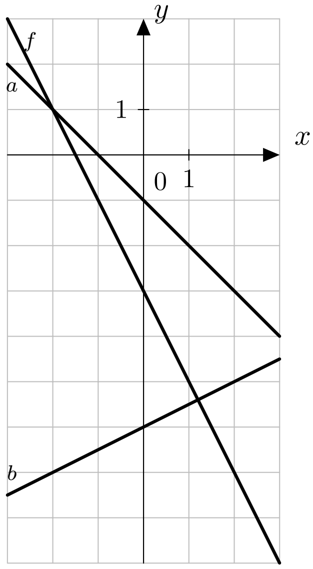
e) Quelle est la vitesse du père ? celle du fils ?

f) Le père et le fils ont-ils été côte à côte ? Si oui, estimer graphiquement après combien de temps de course.

8.3 Solutions des exercices

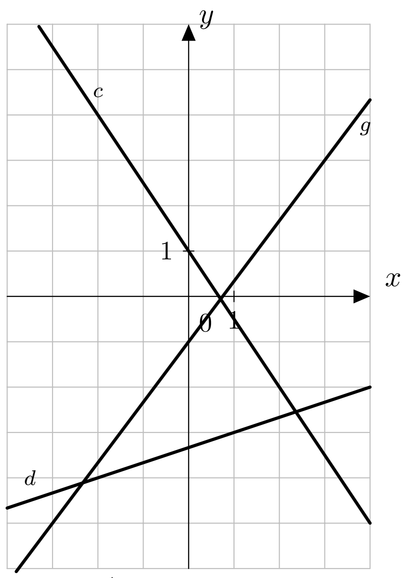
8.1

a)



$f(x) = -2x - 3$

b)



$g(x) = \dfrac{4}{3}x - 1$

8.2

a)

A, D, F, G et I appartiennent au graphe de f

B, C, E et H n'appartiennent pas au graphe de f

b)

$J(10\,;3)$ $\quad K(-1\,;-2,5)$ $\quad L(0\,;-2)$

$M(4\,;0)$ $\quad N(12\,;4)$ $\quad P(-4\,;-4)$

c)

$f(10) = 3$ $\quad f(-1) = -2,5$ $\quad f(0) = -2$

$f(-3) = -3,5$ $\quad f(3) = -0,5$ $\quad f(7) = 1,5$

d)

$f(x) = 0 \quad S = \{4\}$ $\qquad f(x) = \dfrac{5}{2} \quad S = \{9\}$ $\qquad f(x) = 3 \quad S = \{10\}$

$f(x) = 4 \quad S = \{12\}$ $\qquad f(x) = -3 \quad S = \{-2\}$ $\qquad f(x) = -2 \quad S = \{0\}$

8.3

a)

$f(2) = 27$ $\qquad$ $f(-1) = 3$

$f(0) = 11$ $\qquad$ $f(-3) = -13$

$f(-2,2) = -6,6$ $\qquad$ $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{49}{3} = 16,\overline{3}$

b)

$f(x) = 19$	$f(x) = -5$	$f(x) = 5$	$f(x) = -11$
$S = \{1\}$	$S = \{-2\}$	$S = \{-\frac{3}{4}\} = \{-0,75\}$	$S = \{-\frac{11}{4}\} = \{-2,75\}$

c)

$A(2; 13)$	$B(2; 27)$	$C(-1; 3)$	$D(1; -3)$
Non	Oui	Oui	Non

d)

$I(0\,;11)$ $\qquad$ $J(-1,375\,;0) = \left(-\dfrac{11}{8}\,;0\right)$ $\qquad$ $K\left(-\dfrac{7}{2}\,;17\right)$ $\qquad$ $L\left(\dfrac{3}{5}\,;15,8\right) = \left(\dfrac{3}{5}\,;\dfrac{79}{5}\right)$

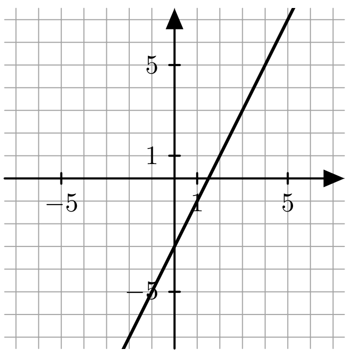
8.4

a) $f(x) = \dfrac{2}{5}x - 3$ $\qquad$ b) $f(x) = -3x + 2$

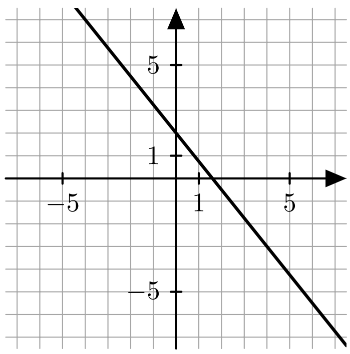
c) $f(x) = -\dfrac{4}{3}x + 1$ $\qquad$ d) $f(x) = 2x - 2$

8.5

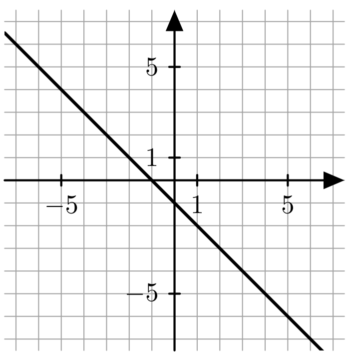
a)



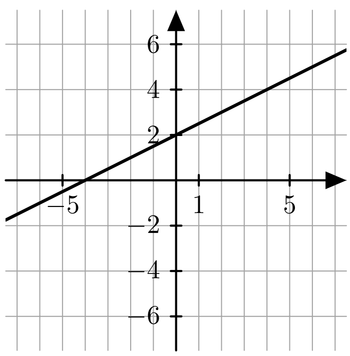
b)



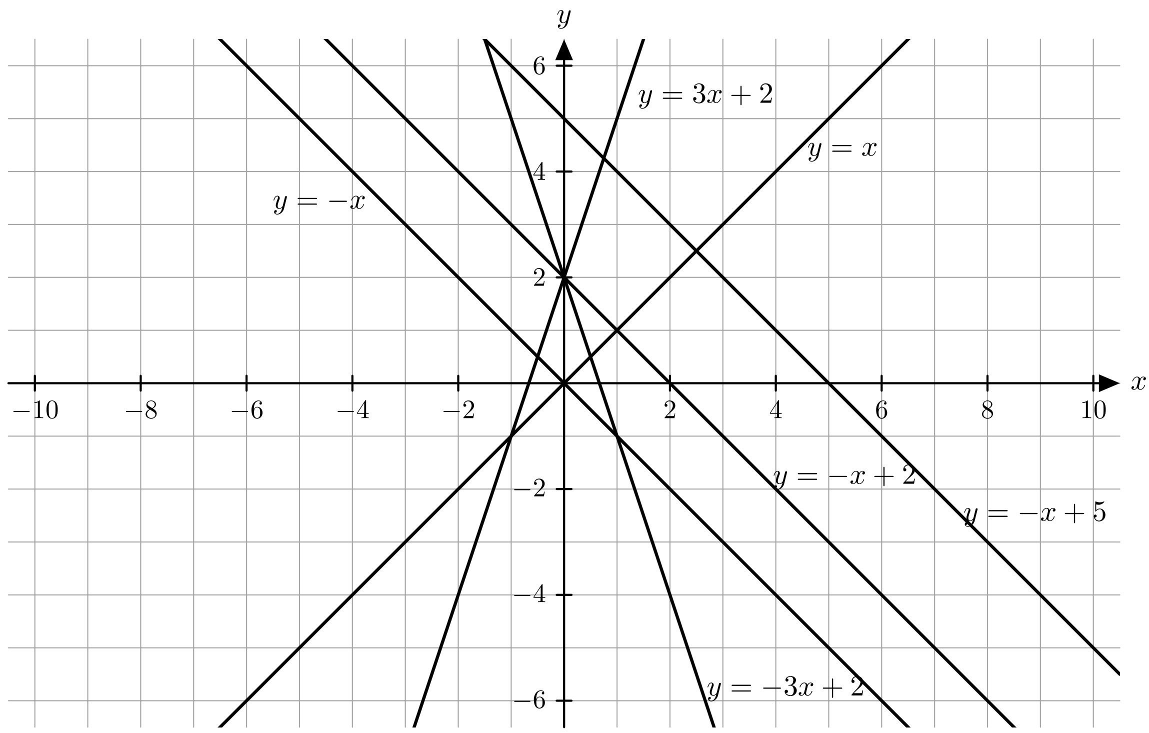
c)



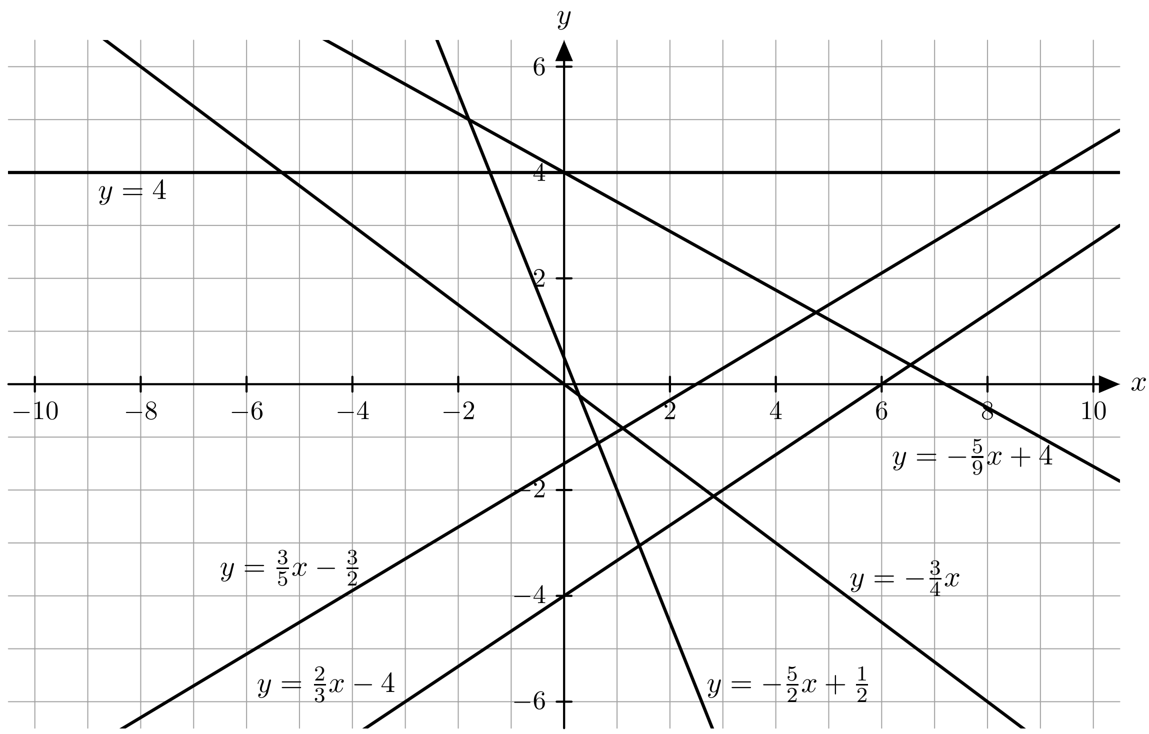
d)



8.6


y
x
$y = 3x + 2$
$y = x$
$y = -x$
$y = -x + 2$
$y = -x + 5$
$y = -3x + 2$
-10
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
10
6
4
2
-2
-4
-6

8.7


y
x
$y = 4$
$y = -\frac{5}{9}x + 4$
$y = \frac{3}{5}x - \frac{3}{2}$
$y = -\frac{3}{4}x$
$y = \frac{2}{3}x - 4$
$y = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$
-10
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
10
6
4
2
-2
-4
-6

8.8

a)

x	$f(x)$
-4	-11
-3	-9
-2	-7
-1	-5
0	-3
1	-1
2	1
3	3
4	5

x	$g(x)$
-4	$-6,5$
-3	-5
-2	$-3,5$
-1	-2
0	$-0,5$
1	1
2	2,5
3	4
4	5,5

b) $f(-10) = -23$, $f\left(\dfrac{10}{9}\right) = \dfrac{-7}{9}$, $f(-0,5) = -4$, $f(t) = 2t - 3$ et $f(g(3)) = 5$.

c) $g(-8) = \dfrac{-25}{2}$, $g\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$, $g(0,11) = -0,335$, $g(k) = \dfrac{3}{2}k - \dfrac{1}{2}$ et $g(f(3)) = 4$.

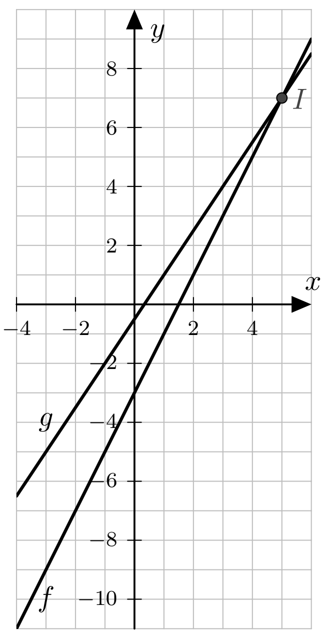
d)

x	$f(x)$
-11	-25
1,5	0
3,5	4

x	$g(x)$
1	1
$\dfrac{1}{3}$	0
$\dfrac{29}{3}$	14

e) $f(a) = g(a) = 7$ si $a = 5$.

f) Point d'intersection des deux droites en $I(5;7)$.



8.9

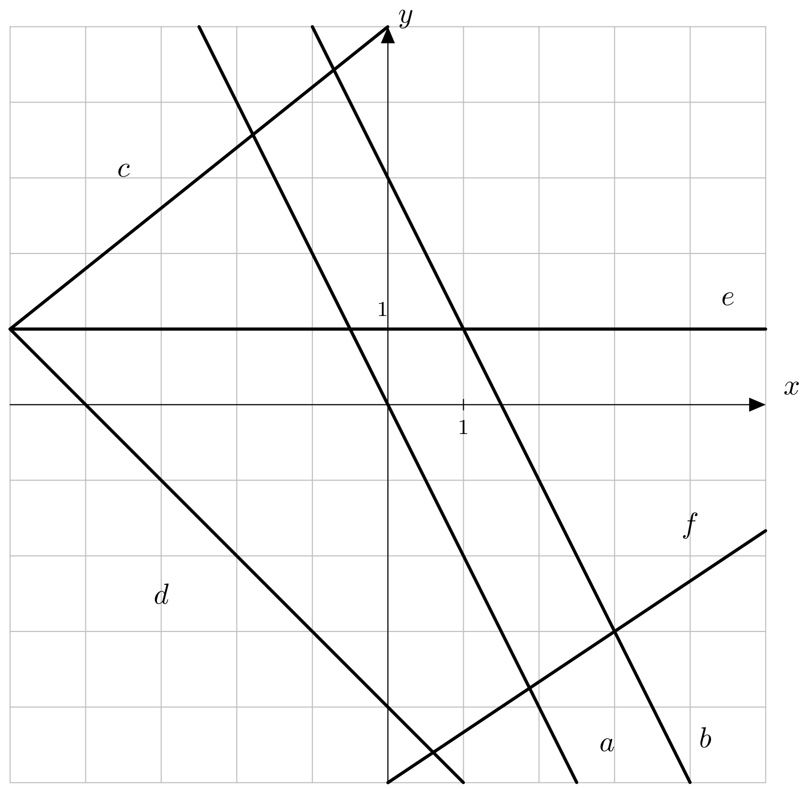
a) La pente de la droite AB est égale à -2.

b) $(AB) : y = -2x + 3$

c) La pente de la droite CD est égale à $\frac{5}{3}$.

d) $(CD) : y = \frac{5}{3}x - \frac{8}{3}$

8.10



g)

$(a) : y = -2x$

$(b) : y = -2x + 3$

$(c) : y = \frac{4}{5}x + 5$

$(d) : y = -x - 4$

$(e) : y = 1.$

8.11

a) $(a) : y = -3x + 10$

b) $b(x) = -4x + 8$

c) $(c) : y = \frac{2}{3}x + 1$

d) $(d) : y = -2x + 5$

e) $(e) : y = 7x - 3$

f) $(f) : y = -\frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$

g) $(g) : y = -\frac{3}{8}x + \frac{13}{8}$

h) $(h) : y = -3x$

i) Oui

j) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; Non

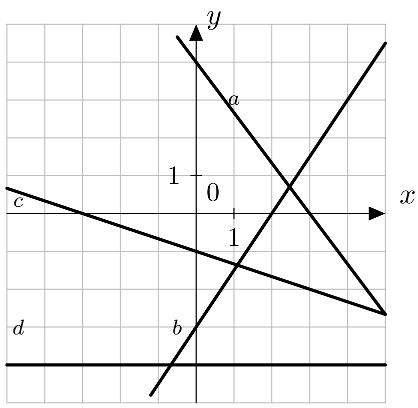
k) $(k) : y = 2$

l) $(l) : y = 4x - 1$

m) $(m) : y = \frac{3}{2}x$

n) $h = \frac{11}{2}$

8.12



a) $(3; 0)$ et $(0; 4)$

b) $(2; 0)$ et $(0; -3)$

c) $(-3; 0)$ et $(0; -1)$

d) Droite horizontale, $(0; -4)$

8.13

a) $I(2; 3)$

b) $I\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

c) $I(1; -2)$

d) Pas de point d'intersection, donc les droites sont parallèles

e) Une infinité de point d'intersection, donc les droites sont confondues

8.14 $y = -\frac{4}{5}x - \frac{17}{5}$

8.15

$f(t) = -30t + 165$, où t est le temps écoulé en minutes.

La baignoire sera vide après 5 minutes et 30 secondes.

8.16

$f(x) = -\frac{1}{10}x + 60$, où x est le nombre de kilomètres parcourus.

Capacité du réservoir : 60 litres. Consommation : 10 litres pour 100 km.

8.17

Pour $82'000$ litres, la taxe sera de $105,60$ francs.

La redevance fixe est de 40 francs.

8.18

a) $P(t) = 0,16t + 25$, $Q(t) = 0,18t + 16,9$

b) 225 min Telcom ; 245 min Transcom

c) Pour plus de 405 min

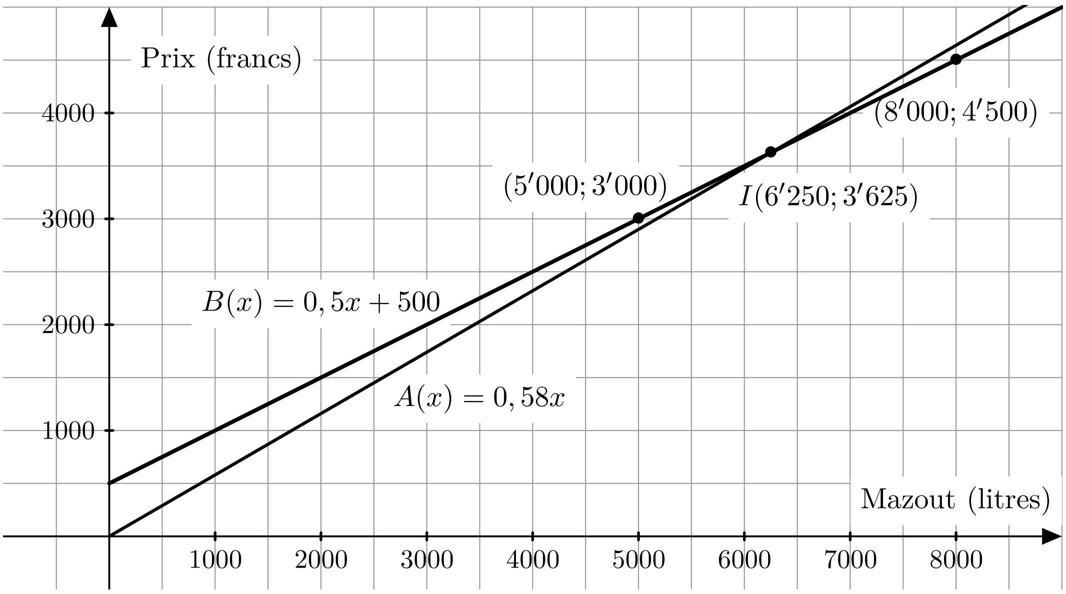
8.19

a) 165 cm ; $T(x) = -0,2x + 179$ (pour $x \geq 30$)

b) 55 ans.

8.20

a)



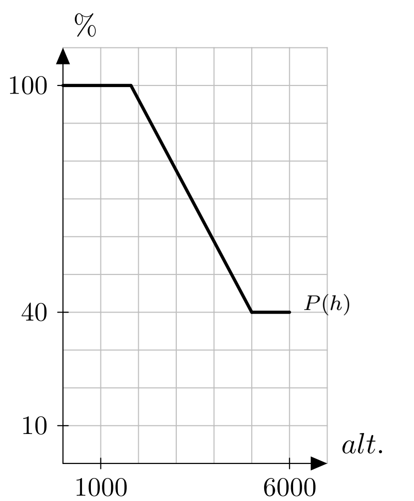
b) $A(x) = 0,58x$; $B(x) = 0,5x + 500$

c) Pour l'entreprise B : $0,50$ frs/litre de mazout ; forfait fixe de 500 frs.

d) Pour plus de 6250 litres.

8.21

a)



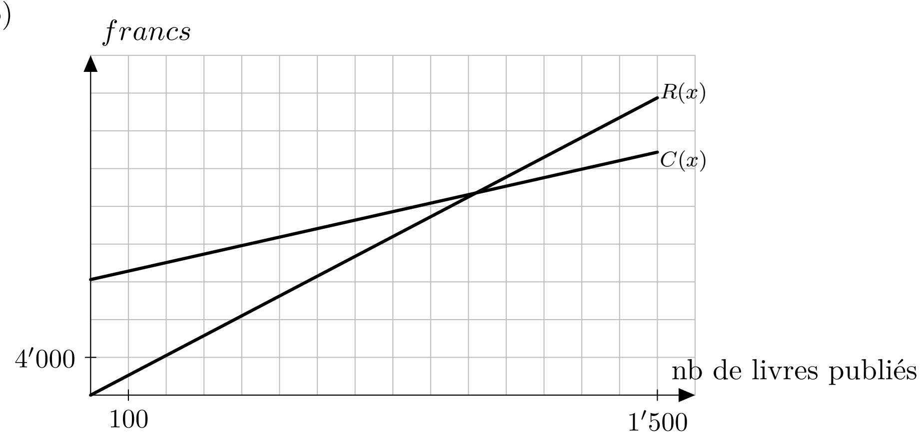
b) $P(h) = -0,01875h + 133,75\,[\%]$

c) 88,75 %

8.22

a) $C(x) = 9x + 12'240$, $R(x) = 21x$

b)



c) À partir de 1'020 livres

d) $C'(x) = 11x + 9'660$; Nouveau seuil : 966 livres

e) Pour moins de 1'290 livres

8.23

a) $R(x) = 5x$; $C(x) = 2x + 3'000$

b) Seuil à 1'000 pièces

c) 1) $C'(x) = x + 4'800$; nouveau seuil à 1'200 pièces

2) Il a intérêt à changer car $C'(1900) = 6700 < C(1900) = 6800$

8.24

a) $N(57) = 86$; $N(P) = 200 - 2P$

b) 66 francs

c) $P(N) = 100 - \frac{1}{2}N$

8.25

a) $R(T) = \frac{1}{8}T + 30$

b) 35 Ω ; 32 Ω

c) 48 °C ; −96 °C ; 80 °C

d) $T(R) = 8R - 240$

8.26

a) 30 m

b) Le père, en 14 secondes

c) 17 secondes

d) $P(s) = \frac{50}{7}s$; $F(s) = \frac{70}{17}s + 30$

e) $V_p \cong 7,14$ m/s et $V_f \cong 4,12$ m/s

f) Oui, après environ 10 secondes

Chapitre 9

Systèmes d'équations

Exercice 9.1

Résoudre graphiquement les systèmes d'équations suivants ; vérifier ensuite par calculs que la réponse obtenue est exacte.

a) $\begin{cases} x - y = -2 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ y - 3x = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x = 6 - y \\ x - 6 = -2y \end{cases}$

Exercice 9.2

Résoudre les systèmes suivants à l'aide de la substitution.

a) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x + 5y = -11 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x = 3y - 6 \\ 4x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases}$

Exercice 9.3

Résoudre les systèmes suivants par combinaisons linéaires.

a) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x + 5y = -11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 8x + 9y - 2 = 0 \\ 3x - y - 27 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7y + 27 = 5x \\ 6y + 4x = 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ y - x = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 20 + 4y = 7x \\ 5x - 6y = 18 \end{cases}$

Exercice 9.4

Résoudre les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} 9(x - y) + 24x = 100 \\ 3(x - y) = 32 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y-2}{4} = 1 \\[2mm] \dfrac{x-3}{3} - \dfrac{y+2}{2} = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 6y - 3x = -9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x+2y-4}{4} = x - 1 \\[2mm] \dfrac{x+1}{3} + \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = x \\ 3x = 3y + 7 \end{cases}$

f) $\begin{cases} (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \\ (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \end{cases}$

Exercice 9.5

Résoudre les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{5} \\[2mm] 3x + \dfrac{y}{2} = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{3x-3}{5} + \dfrac{4y}{7} = 7 \\[2mm] \dfrac{5x}{6} + \dfrac{3y-5}{8} = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - 5 = 6y + 3 \\ y + 7x = 7y + 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ (x+3)(y+1) = (x-2)(y+2) \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x + 2y = 18(x - y) \\ 18x - 6y = 3x + 10y + 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{5} - \dfrac{10-x}{3} = \dfrac{y-10}{4} \\[2mm] \dfrac{x+13}{4} + \dfrac{2x+y}{8} = \dfrac{2y+4}{3} \end{cases}$

Exercice 9.6

L'usine A a deux fois plus d'ouvriers que l'usine B. Le quart des ouvriers de A et le cinquième des ouvriers de B remplissent 7 bus de 25 places. Combien y a-t-il d'ouvriers dans chaque usine ?

Exercice 9.7

Je fais un voyage de 721 km en deux étapes. La deuxième étape compte 53 km de plus que la première. Calculer la longueur de chacune des étapes.

Exercice 9.8

On construit des cubes et des pyramides à base carrée en utilisant une allumette par arête. On a construit 11 solides avec 116 allumettes. Combien y en a-t-il de chaque sorte ?

Exercice 9.9

La distance qui sépare les centres de deux cercles tangents extérieurement est de 6,6 cm. Si l'on déplace le petit cercle jusqu'à ce qu'il soit tangent intérieurement au grand cercle, la distance entre les deux centres n'est plus que de 2,8 cm. Calculer la longueur des rayons des deux cercles.

Exercice 9.10

On coule 80 pièces en fonte, les unes de 48 kg, les autres de 36 kg. La masse totale de toutes les pièces étant de 3'036 kg, déterminer le nombre de pièces de chaque espèce.

Exercice 9.11

Déterminer une fraction telle que si l'on ajoute 2 à son numérateur et 3 à son dénominateur, on obtient une fraction égale à $\frac{1}{2}$, alors que si l'on retranche 1 à son numérateur et que l'on ajoute 1 à son dénominateur, on obtient une fraction égale à $\frac{1}{3}$.

Exercice 9.12

Combien faut-il mélanger de vin à 6 francs le litre et de vin à 9 francs le litre pour obtenir 60 litres de vin à 8 francs le litre ?

Exercice 9.13

Une personne possède une fortune de 112'000 francs. Elle place une partie de son argent à 3,5 % et le reste à 5 % (intérêts annuels). Si elle avait placé la première partie à 5 % et la deuxième à 3,5 %, elle retirerait 35 francs d'intérêts supplémentaires par mois. Calculer la valeur des deux placements.

Exercice 9.14

Un marchand de café possède deux variétés de café : l'Esquisito et le Diavolo. En mélangeant 24 kg d'Esquisito avec 32 kg de Diavolo, il obtient un café à 16 francs le kg. S'il mélange 24 kg de Diavolo avec 32 kg d'Esquisito, le mélange revient à 15,50 francs le kg. Quel est le prix au kg de chaque café ?

Exercice 9.15

On coupe du lait avec de l'eau. On obtient ainsi un mélange de 15 litres pesant 15,3 kg. La masse volumique du lait pur est de 1,03 kg/dm^3.
Quelle quantité d'eau ce mélange contient-il ?

Exercice 9.16

Lors de l'impression d'une brochure, on s'aperçoit que différentes variantes sont possibles. Tout en conservant les mêmes caractères typographiques, on peut soit aérer le texte en mettant 15 lignes de moins par page, ce qui augmente la brochure de 3 pages, soit resserrer le texte en mettant 25 lignes de plus par page, ce qui diminue la brochure de 3 pages. Déterminer le nombre de lignes par page et le nombre de pages de la brochure.

Exercice 9.17

Résoudre les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} 3x - 5y + 4z = 5 \\ 7x + 2y - 3z = 2 \\ 4x + 3y - z = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = -3 \\ 3x + y - z = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y + z = 16 \\ 3x + 2y - z = 5 \\ 9x - y + 2z = 40 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ 5x + 6y - 3z = 70 \\ x - z = 8 \end{cases}$

Exercice 9.18

Résoudre les systèmes suivants.

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 5 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 16 \\ y + z = 7 \\ x + z = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 23 \\ 5x + 2y + 4z = 46 \\ 10x + 5y + 4z = 75 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y - z = -1 \\ 2x + y + z = 5 \\ 5x + 4y + 2z = 18 \end{cases}$

Exercice 9.19

Une population stable de 35'000 oiseaux vit sur trois îles. Chaque année, 10 % de la population de l'île A migre vers l'île B, 20 % de la population de l'île B migre vers l'île C et 5 % de la population de l'île C migre vers l'île A. Trouver le nombre d'oiseaux sur chaque île si la population sur chaque île ne varie pas d'une année à l'autre.

Exercice 9.20

Une société a trois machines, A, B et C, qui sont capables chacune de produire un certain article. Toutefois, à cause du manque d'opérateurs qualifiés, seules deux machines peuvent être utilisées simultanément. Le tableau ci-dessous indique la production en utilisant diverses combinaisons de machines :

Machines utilisées	Nb d'heures	Nb d'articles produits
A et B	6	4500
A et C	8	3600
B et C	7	4900

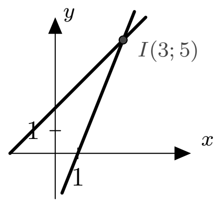
Combien de temps faudrait-il à chaque machine, si elle était utilisée seule, pour produire 1'000 articles ?

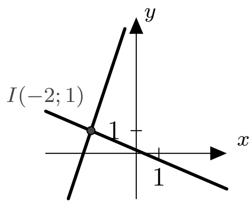
Exercice 9.21

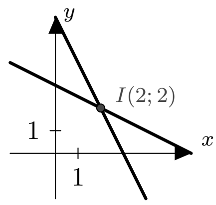
Trois solutions contiennent un certain acide. La première contient 10 % d'acide ; la deuxième 30 % et la troisième 50 %. Un chimiste aimerait utiliser ces trois solutions pour obtenir 50 litres d'un mélange contenant 32 % d'acide. S'il doit utiliser deux fois plus de solution à 50 % que de solution à 30 %, combien de litres de chaque solution devrait-il utiliser ?

9.1 Solutions des exercices

9.1

a) 

b) 

c) 

9.2

a) $S = \{(1;3)\}$

b) $S = \{(-8;1)\}$

c) $S = \left\{\left(\frac{3}{2};3\right)\right\}$

d) $S = \{(2;2)\}$

e) $S = \{(4;11)\}$

f) $S = \{(1;-1)\}$

9.3

a) $S = \{(1;3)\}$

b) $S = \{(-8;1)\}$

c) $S = \{(7;-6)\}$

d) $S = \{(4;-1)\}$

e) $S = \{(3;4)\}$

f) $S = \left\{\left(\frac{24}{11};-\frac{13}{11}\right)\right\}$

9.4

a) $S = \left\{\left(\frac{1}{6};-\frac{21}{2}\right)\right\}$

b) $S = \{(3;2)\}$

c) $S = \left\{(x;y)|y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right\}$

d) $S = \{(2;3)\}$

e) $S = \emptyset$

f) $S = \{(7;5)\}$

9.5

a) $S = \{(1;2)\}$

b) $S = \{(6;7)\}$

c) $S = \emptyset$

d) $S = \{(2;-1)\}$

e) $S = \left\{\left(\frac{2}{3};\frac{1}{2}\right)\right\}$

f) $S = \{(7;10)\}$

9.6 500 ouvriers dans l'usine A et 250 ouvriers dans l'usine B.

9.7 334 km pour la première étape et 387 km pour la deuxième.

9.8 7 cubes et 4 pyramides.

9.9 Le rayon du petit cercle est de 1,9 cm ; 4,7 cm pour le grand cercle.

9.10 13 pièces de 48 kg et 67 pièces de 36 kg.

9.11 $\frac{5}{11}$

9.12 20 litres à 6 francs et 40 litres à 9 francs.

9.13 La personne a placé 70'000 francs et 42'000 francs.

9.14 L'Esquisito est à 14 francs le kilo et le Diavolo à 17,5 francs.

9.15 5 litres d'eau.

9.16 La brochure a 12 pages de 75 lignes.

9.17

a) $S = \{(1; 2; 3)\}$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \{(-8; 53; 22)\}$

d) $S = \{(5; 6; -3)\}$

9.18

a) $S = \{(1; 3; 4)\}$

b) $S = \{(4; 3; 5)\}$

c) $S = \{(7; 9; -2)\}$

d) $S = \{(-2; 5; 4)\}$

9.19 10'000 oiseaux sur A, 5'000 sur B et 20'000 sur C.

9.20 4 heures pour A, 2 heures pour B et 5 heures pour C.

9.21 17 litres à 10 %, 11 litres à 30 % et 22 litres à 50 %.

Chapitre 10

Equations du deuxième degré

Exercice 10.1

Résoudre sans formule les équations suivantes.

a) $x^2 = 1$

b) $x^2 = 4$

c) $x^2 = 10$

d) $x^2 = 25$

e) $x^2 = 100$

f) $x^2 = 169$

g) $x^2 = 625$

h) $x^2 = -4$

i) $x^2 = -25$

j) $x^2 = 0$

Exercice 10.2

Résoudre sans formule les équations suivantes.

a) $5x^2 - 80 = 0$

b) $x^2 + 5x = 0$

c) $(x + 4)^2 = 0$

d) $5x^2 + 5 = 0$

e) $(x - 2)^2 = 25$

f) $12x^2 = 0$

g) $(x + 1)^2 + 9 = 0$

h) $x^2 + 5x + 4 = 0$

Exercice 10.3

Résoudre sans formule les équations suivantes.

a) $3x^2 = 3072$

b) $3x^2 + 4x = 0$

c) $5x^2 = 2x$

d) $x(x + 1) = 2(x + 1)$

e) $x^2 - 36 = 0$

f) $(x + 1)^2 = 4$

g) $(x - 3)^2 = 9$

h) $(x - 2)^2 = -25$

i) $(5x + 7)^2 = 0$

j) $9(x - 4)^2 = 49$

10.1 Résolution par factorisation

Exercice 10.4

Résoudre les équations suivantes par mise en évidence.

a) $x^2 + 7x = 0$

b) $x^2 = 13x$

c) $3x^2 - 24x = 0$

d) $20x = -8x^2$

e) $\dfrac{10x^2}{3} = 11x$

f) $\dfrac{1}{4}x^2 = \dfrac{7}{5}x$

g) $\dfrac{3x}{10}x + \dfrac{10x}{3} = 0$

h) $4x^2 + 2x - 5 = 5\left(x^2 - 1\right)$

Exercice 10.5

Résoudre les équations suivantes à l'aide de la factorisation des trinômes unitaires.

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

c) $x^2 - x - 6 = 0$

d) $x^2 + x - 6 = 0$

e) $x^2 + 3x + 2 = 0$

f) $x^2 + 2x - 3 = 0$

g) $y^2 + 7y + 12 = 0$

h) $y^2 + 15y + 56 = 0$

i) $x^2 + x - 56 = 0$

j) $x^2 - 18x + 81 = 0$

k) $a^2 + 3a - 54 = 0$

l) $a^2 - 10a + 21 = 0$

Exercice 10.6

Résoudre les équations suivantes à l'aide de la factorisation des trinômes unitaires.

a) $2x^2 - 30x + 88 = 0$

b) $3x = 10 - x^2$

c) $\dfrac{1}{5}x^2 + 4x = -20$

d) $(x + 7)(x + 3) = 12$

e) $5x^2 - 7x + 24 = 4x^2 + 4x - 4$

f) $\dfrac{x^2 - 23}{8} = \dfrac{11x + 3}{8}$

Exercice 10.7

Résoudre les équations suivantes par factorisation.

a) $(x-1)^2 = 6x+1$

b) $7x^2+9x = x^2-9x+60$

c) $\frac{5}{2}\left(x^2+5x\right)+5x+30=0$

d) $\frac{x^2-3}{7}-\frac{x-6}{14}=0$

e) $\frac{x^2-11}{5}+3=x$

f) $\frac{1}{9}x^2+4x-3=3(x-1)$

10.2 Résolution par la formule générale

Exercice 10.8

Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule générale.

a) $x^2+12x+35=0$

b) $12x^2-60x+75=0$

c) $-x^2-3+2x=0$

d) $10y^2+31y-14=0$

e) $x^2+6x+9=0$

f) $25x-25-6x^2=0$

g) $7x^2-252=0$

h) $7x^2+252=0$

i) $4x^2=0$

j) $2x^2-3x+2=0$

k) $2x^2-3x-2=0$

l) $9t^2+48t+64=0$

m) $-72+26x-2x^2=0$

n) $3x^2+3x-6=0$

o) $3x^2+3x+6=0$

p) $20x^2+15x=0$

q) $x^2+4=0$

r) $z^2-14z+49=0$

s) $z^2-14z-49=0$

t) $-8x^2+x+3=0$

Exercice 10.9

Résoudre les équations suivantes avec la formule générale.

a) $x^2 + 10x + 25 = 0$

b) $6x^2 - x = 2$

c) $5x^2 + 13x = 6$

d) $\dfrac{3}{2}x^2 - 4x - 14 = 0$

e) $24x + 9 = -16x^2$

f) $4x^2 + 81 = 24x$

g) $x^2 - 5x + 2 = 0$

h) $x^2 + 4x + 2 = 0$

Exercice 10.10

Résoudre les équations suivantes.

a) $(x+1)(x-3) = 2(23-x)$

b) $(x-2)^2 - 2x(x-3) = 3x - 26$

c) $x^2 + (x+2)^2 = (2x+1)^2 - x(x+2)$

d) $\dfrac{5-4x}{2} + \dfrac{3x^2-1}{3} = \dfrac{2x^2+5}{6}$

e) $\dfrac{15x^2}{4} - \dfrac{14}{3} = 2$

f) $\dfrac{5-8x}{2} - \dfrac{8x^2+5}{6} = \dfrac{1-12x^2}{3}$

Exercice 10.11

Résoudre les équations suivantes.

a) $\dfrac{3x-7}{5} + \dfrac{x^2-9}{7} = 2$

b) $\dfrac{1-8x}{2} - \dfrac{x^2-7}{4} + 2x = 0$

c) $\dfrac{x^2-3}{2} - \dfrac{x^2+1}{3} = \dfrac{x^2-11}{6}$

d) $\dfrac{3x+1}{8} - \dfrac{x^2+5}{4} = \dfrac{55}{2}$

e) $\dfrac{2x^2}{3} + \dfrac{7}{2} = \dfrac{x}{2} + 8$

f) $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{4x}{5} - 19 = \dfrac{76}{5}$

g) $\dfrac{5-4x}{2} + \dfrac{3x^2-1}{3} = \dfrac{2x^2+5}{6}$

h) $\dfrac{x^2-10}{9} - \dfrac{3(4-x)}{4} = \dfrac{2(x-3)}{3}$

10.3 Problèmes du $2^{\text{ème}}$ degré

Exercice 10.12

La différence entre le carré d'un nombre et le nombre lui-même vaut 182.

Quel est ce nombre ?

Exercice 10.13

La somme des carrés de trois nombres entiers pairs consécutifs est égale à 776.

Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 10.14

La somme des carrés de trois entiers naturels impairs consécutifs est égale à 1883.

Déterminer de manière algébrique ces trois nombres.

Exercice 10.15

La somme des carrés de trois multiples de 4 consécutifs est égale à 3920.

Quels sont ces trois nombres ?

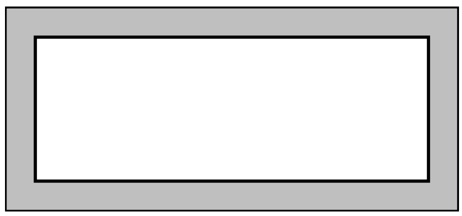
Exercice 10.16

Le propriétaire d'une usine de forme rectangulaire souhaite doubler la superficie de son usine en augmentant sa largeur et sa longueur du même nombre de mètres.

Déterminer l'augmentation des deux dimensions sachant que l'usine mesure actuellement 40 mètres par 60 mètres.

Exercice 10.17

Une parcelle rectangulaire qui mesure 20 m sur 80 m est complètement entourée d'une bande de terre de largeur constante (voir ci-contre, la bande de terre est grisée).



Sachant que l'aire de la bande de terre vaut 636 m^2, calculer la largeur de la bande de terre.

Exercice 10.18

Un sol est recouvert de 500 dalles carrées. Si l'on avait utilisé des dalles carrées dont le côté mesure 5 cm de plus, il n'aurait fallu que 320 dalles pour recouvrir le même sol.

Quelles sont les dimensions des premières dalles ?

Exercice 10.19

Un fermier projette de clôturer un terrain rectangulaire utilisant son écurie pour border un côté et une barrière pour les trois autres côtés. On sait que le côté parallèle à l'écurie vaut deux fois la longueur d'un des côtés adjacents à l'écurie et que l'aire du terrain mesure 128 m^2.

Calculer la longueur de la barrière que le fermier doit acheter.

Exercice 10.20

Deux personnes munies d'émetteurs-récepteurs quittent le même point à 9 heures. L'un marche plein sud à 4 km/h, l'autre marche plein ouest à 3 km/h.

Jusqu'à quelle heure pourront-ils communiquer l'un avec l'autre si chaque radio a une portée maximale de 2 km ?

Exercice 10.21

À midi, la distance entre les pointes des aiguilles d'une horloge est de 14 cm.
À trois heures, cette distance est de 26 cm.

Calculer les longueurs des aiguilles de cette horloge.

Exercice 10.22

Deux voyageurs partent au même instant du même point et vont l'un vers le sud et l'autre vers l'est. Ils parcourent respectivement 50 km par jour et 120 km par jour.

Après combien de jours seront-ils à 650 km l'un de l'autre ?

Exercice 10.23

Un marchand achète des objets, valant tous le même prix, pour un montant total de 672 francs. Si chaque objet avait coûté 4 francs de moins, il aurait pu, avec la même somme, en acheter 3 de plus.

Combien en a-t-il acheté et à quel prix unitaire ?

Exercice 10.24

Une somme de 400 francs doit être distribuée en parts égales. Au moment du partage, quatre personnes se retirent, ce qui augmente la part des autres de 5 francs.

Combien de personnes y avait-il initialement ?

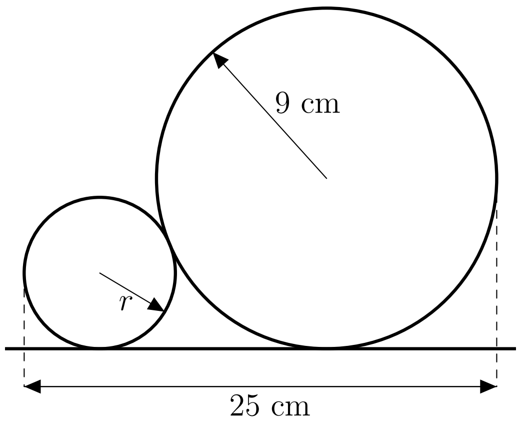
Exercice 10.25

Un fermier achète des lapins, valant tous le même prix, pour un montant total de 805 francs. Il les garde trois mois et en perd cinq par maladie. Il vend alors chacun des autres 6 francs de plus qu'il ne lui coûtait. A ce marché il perd 67 francs.

Calculer le nombre de lapins achetés par le fermier et leur prix unitaire.

Exercice 10.26

Calculer la longueur du rayon r du petit cercle sachant que les cercles sont tangents entre eux et tangents au sol. (Voir schéma ci-dessous.)



10.4 Solutions des exercices

10.1

a) $S = \{-1\ ; 1\}$

b) $S = \{-2\ ; 2\}$

c) $S = \left\{-\sqrt{10}\ ; \sqrt{10}\right\}$

d) $S = \{-5\ ; 5\}$

e) $S = \{-10\ ; 10\}$

f) $S = \{-13\ ; 13\}$

g) $S = \{-25\ ; 25\}$

h) $S = \varnothing$

i) $S = \varnothing$

j) $S = \{0\}$

10.2

a) $S = \{-4\ ; 4\}$

b) $S = \{-5\ ; 0\}$

c) $S = \{-4\}$

d) $S = \varnothing$

e) $S = \{-3\ ; 7\}$

f) $S = \{0\}$

g) $S = \varnothing$

h) $S = \{-4\ ; -1\}$

10.3

a) $S = \{-32\ ; 32\}$

b) $S = \left\{-\frac{4}{3}\ ; 0\right\}$

c) $S = \left\{0\ ; \frac{2}{5}\right\}$

d) $S = \{-1\ ; 2\}$

e) $S = \{-6\ ; 6\}$

f) $S = \{-3\ ; 1\}$

g) $S = \{0\ ; 6\}$

h) $S = \varnothing$

i) $S = \left\{-\frac{7}{5}\right\}$

j) $S = \left\{\frac{5}{3}\ ; \frac{19}{3}\right\}$

10.4

a) $S = \{-7\ ; 0\}$

b) $S = \{0\ ; 13\}$

c) $S = \{0\ ; 8\}$

d) $S = \left\{-\frac{5}{2}\ ; 0\right\}$

e) $S = \left\{0\ ; \frac{33}{10}\right\}$

f) $S = \left\{0\ ; \frac{28}{5}\right\}$

g) $S = \left\{-\frac{100}{9}\ ; 0\right\}$

h) $S = \{0\ ; 2\}$

10.5

a) $S = \{-3\,;-2\}$

b) $S = \{2\,;3\}$

c) $S = \{-2\,;3\}$

d) $S = \{-3\,;2\}$

e) $S = \{-2\,;-1\}$

f) $S = \{-3\,;1\}$

g) $S = \{-4\,;-3\}$

h) $S = \{-8\,;-7\}$

i) $S = \{-8\,;7\}$

j) $S = \{9\}$

k) $S = \{-9\,;6\}$

l) $S = \{3\,;7\}$

10.6

a) $S = \{4\,;11\}$

b) $S = \{-5\,;2\}$

c) $S = \{-10\}$

d) $S = \{-9\,;-1\}$

e) $S = \{4\,;7\}$

f) $S = \{-2\,;13\}$

10.7

a) $S = \{0\,;8\}$

b) $S = \{-5\,;2\}$

c) $S = \{-4\,;-3\}$

d) $S = \left\{0\,;\frac{1}{2}\right\}$

e) $S = \{1\,;4\}$

f) $S = \{-9\,;0\}$

10.8

a) $\Delta = 4$ et $S = \{-7\,;-5\}$

b) $\Delta = 0$ et $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

c) $\Delta = -8$ et $S = \varnothing$

d) $\Delta = 1521$ et $S = \left\{-\frac{7}{2}\,;\frac{2}{5}\right\}$

e) $\Delta = 0$ et $S = \{-3\}$

f) $\Delta = 25$ et $S = \left\{\frac{5}{3}\,;\frac{5}{2}\right\}$

g) $\Delta = 7056$ et $S = \{-6\,;6\}$

h) $\Delta = -7056$ et $S = \varnothing$

i) $\Delta = 0$ et $S = \{0\}$

j) $\Delta = -7$ et $S = \varnothing$

k) $\Delta = 25$ et $S = \left\{-\frac{1}{2}\,;2\right\}$

l) $\Delta = 0$ et $S = \left\{-\frac{8}{3}\right\}$

m) $\Delta = 100$ et $S = \{4\,;9\}$

n) $\Delta = 81$ et $S = \{-2\,;1\}$

o) $\Delta = -63$ et $S = \varnothing$

p) $\Delta = 225$ et $S = \left\{-\frac{3}{4}\,;0\right\}$

q) $\Delta = -16$ et $S = \varnothing$

r) $\Delta = 0$ et $S = \{7\}$

s) $\Delta = 392$ et $S = \left\{7-7\sqrt{2}\,;7+7\sqrt{2}\right\}$

t) $\Delta = 97$ et $S = \left\{\frac{1-\sqrt{97}}{16}\,;\frac{1+\sqrt{97}}{16}\right\}$

10.9

a) $S = \{-5\}$

b) $S = \left\{-\dfrac{1}{2}\ ;\dfrac{2}{3}\right\}$

c) $S = \left\{-3\ ;\dfrac{2}{5}\right\}$

d) $S = \left\{-2\ ;\dfrac{14}{3}\right\}$

e) $S = \left\{-\dfrac{3}{4}\right\}$

f) $S = \varnothing$

g) $S = \left\{\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}\ ;\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}\right\}$

h) $S = \left\{-2-\sqrt{2}\ ;-2+\sqrt{2}\right\}$

10.10

a) $S = \{-7\ ;7\}$

b) $S = \{-6\ ;5\}$

c) $S = \{-1\ ;3\}$

d) $S = \{1\ ;2\}$

e) $S = \left\{-\dfrac{4}{3}\ ;\dfrac{4}{3}\right\}$

f) $S = \left\{\dfrac{1}{2}\ ;1\right\}$

10.11

a) $S = \left\{-\dfrac{41}{5}\ ;4\right\}$

b) $S = \{-9\ ;1\}$

c) $S = \mathbb{R}$

d) $S = \varnothing$

e) $S = \left\{-\dfrac{9}{4}\ ;3\right\}$

f) $S = \left\{-\dfrac{57}{5}\ ;9\right\}$

g) $S = \{1\ ;2\}$

h) $S = \left\{-\dfrac{19}{4}\ ;4\right\}$

10.12 Le nombre est 14 ou -13.

10.13 Les trois nombres sont 14, 16, et 18 ou -18, -16, et -14.

10.14 Les trois nombres sont 23, 25 et 27.

10.15 Les trois nombres sont 32, 36, et 40 ou -40, -36, et -32.

10.16 Augmentation des dimensions : 20 m.

10.17 Largeur de la bande : 3 m.

10.18 Dimensions des premières dalles : 20 cm.

10.19 Longueur totale de la barrière : 32 m.

10.20 Ils pourront communiquer jusqu'à 9h24.

10.21 Les aiguilles mesurent 10 cm et 24 cm.

10.22 Après 5 jours.

10.23 Il a acheté 21 objets à 32 francs chacun.

10.24 Il y avait 20 personnes.

10.25 Il avait acheté 23 lapins à 35 francs chacun.

10.26 $r = 4$ cm.

Chapitre 11

Géométrie

11.1 Constructions élémentaires

Exercice 11.1 (Marche à suivre)
Reporter un segment donné AB sur une droite donnée d, à partir d'un point donné R sur d.

Exercice 11.2 (Marche à suivre)
Construire le symétrique d'un point donné P par rapport à une droite donnée d.

Exercice 11.3 (Marche à suivre)
Construire le symétrique d'une droite donnée a par rapport à une droite donnée d.

Exercice 11.4 (Marche à suivre)
Construire la médiatrice m_{AB} d'un segment donné AB, ainsi que le milieu M de AB.

Exercice 11.5 (Marche à suivre)
Construire la perpendiculaire p à une droite donnée d, en un point donné P de la droite d.

Exercice 11.6 (Marche à suivre)
Construire la perpendiculaire p à une droite donnée d, par un point donné P situé hors de d.

Exercice 11.7 (Marche à suivre et justification)
On donne trois points non alignés A, B et C. Construire un quatrième point D, de façon à obtenir un quadrilatère qui admette un axe de symétrie.

Exercice 11.8
On donne une droite a et deux points A et B hors de a. Compléter la figure de manière qu'elle admette un axe de symétrie. Peut-on le faire avec une seule droite ?

Exercice 11.9
On donne quatre points A, B, C et D non-alignés. Tracer les médiatrices de tous les couples de points que l'on peut extraire de A, B, C et D.

Exercice 11.10
On donne une droite d, un point A sur d et un point B hors de d, tel que AB ne soit pas perpendiculaire à d.

Trouver sur d un point P équidistant de A et B.

Exercice 11.11
Construire les bissectrices s et t d'une croix donnée ab.

Exercice 11.12
On donne un cercle c et quatre points A, B, C et P sur c. Construire les projections orthogonales du point P sur les droites AB, BC et CA.

Exercice 11.13 (Marche à suivre)
On donne trois points A, B et P, ainsi qu'un segment de longueur r. Construire un point X équidistant de A et B, et dont la distance à P égale r. (On demande de donner *toutes* les solutions !)

Exercice 11.14
Soit trois droites a, b et c non concourantes, se coupant deux à deux. Tracer les bissectrices de toutes les croix que l'on peut former à partir de ces trois droites.

Exercice 11.15
On donne une croix ab, un point P et un segment de longueur r. Construire un point équidistant de a et b et situé à la distance r de P.

Exercice 11.16 (Marche à suivre)
On donne une droite a et un segment de longueur r. Construire une parallèle à a, à la distance r.

Exercice 11.17
On donne une croix ab et deux segments de longueurs r et s. Construire un point P situé à la distance r de a et à la distance s de b.

Exercice 11.18 (Marche à suivre)
Reporter un angle donné sur une demi-droite donnée.

Exercice 11.19 (Marche à suivre)
Construire un angle de 60°. De même pour un angle de 135°.

Exercice 11.20 (Justification)
Construire un triangle isocèle connaissant sa base $b = 80$ mm et l'angle en son sommet $\beta = 120^\circ$.

Exercice 11.21 (Justification)
On donne deux droites a et b concourant en un point O situé hors de la feuille, ainsi qu'un point A situé sur a. Trouver sur b un point B tel que le triangle AOB soit isocèle de sommet O.

Exercice 11.22
Construire un triangle rectangle connaissant sa hauteur $h = 60$ mm et l'un de ses angles aigus $\beta = 15^\circ$.

Exercice 11.23 (Marche à suivre)
Mener la parallèle à une droite donnée par un point donné.

Exercice 11.24 (Justification)
Construire un parallélogramme donné par son centre O et par les milieux R et S de deux côtés consécutifs.

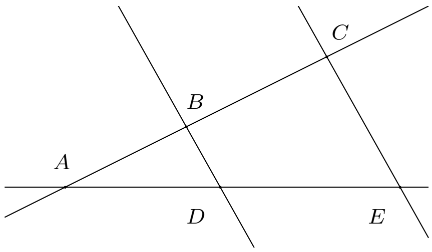
Exercice 11.25
Construire un triangle ABC donné par la médiane g_a et les côtés b et c.

Exercice 11.26
On donne un cercle et un point hors du cercle. Construire une tangente au cercle passant par le point donné.

Exercice 11.27
On donne deux cercles. Construire une tangente commune aux deux cercles donnés.

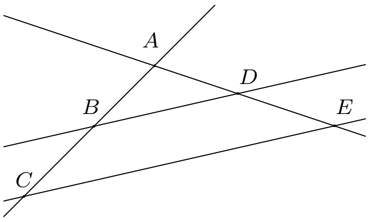
11.2 Théorème de Thalès

Exercice 11.28



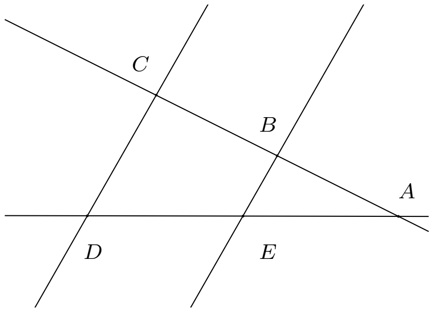
$BD \parallel CE$.
$AB = 24$ mm, $BC = 6$ mm et $AD = 30$ mm.
Déterminer la mesure de AE.

Exercice 11.29



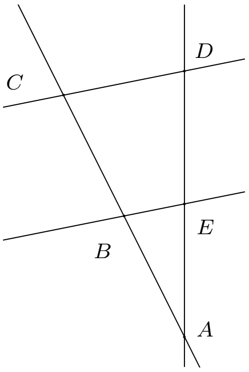
$BD \parallel CE$.
$AB = 16$ cm, $BC = 24$ cm et
$AE = 54$ cm.
Déterminer la mesure de DE.

Exercice 11.30



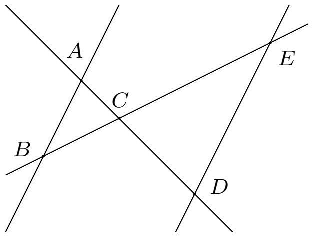
$BE \parallel CD$.
$AE = 70$ m, $ED = 42$ m et $AB = 110$ m.
Déterminer la mesure de BC.

Exercice 11.31



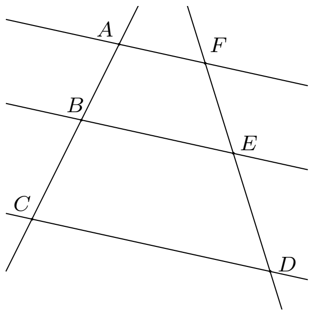
$BE \parallel CD$.
$AE = 10$ dm, $AD = 22$ dm, $AB = 20$ dm et
$BE = 15$ dm.
Déterminer la mesure de AC et de CD.

Exercice 11.32



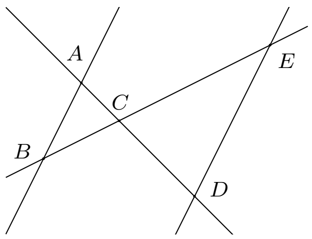
$AB \parallel DE$.
$BC = 118$ cm, $CE = 56$ cm et
$CD = 54$ cm.
Déterminer la mesure de AC.

Exercice 11.33



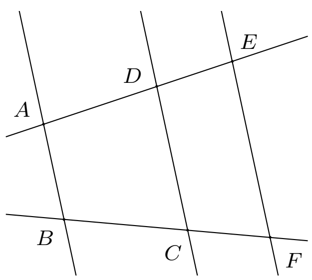
$AF \parallel BE \parallel CD$.
$AB = 75$ m, $BC = 55$ m et $EF = 45$ m.
Déterminer la mesure de ED.

Exercice 11.34



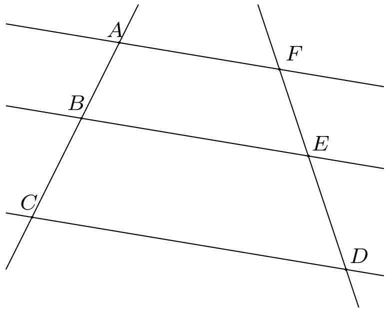
$AB \parallel DE$.
$AC = 50$ mm, $CD = 70$ mm et
$DE = 126$ mm.
Déterminer la mesure de AB.

Exercice 11.35



$AB \parallel CD \parallel EF$.
$BC = 45$ m, $BF = 96$ m et $AD = 49$ m.
Déterminer la mesure de AE.

Exercice 11.36



$AF \parallel BE \parallel CD$.
$AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm, $EF = 18$ cm,
$AF = 19,5$ cm et $BE = 30$ cm.
Déterminer la mesure de ED et de CD.

Exercice 11.37

Deux frères ont hérité d'un terrain triangulaire ABC rectangle en A. On sait que le côté $AB = 84$ m.

Ils décident de le partager équitablement, à l'aide d'une barrière MN parallèle au côté AC.

Où faut-il la placer exactement ?

11.3 Solutions des exercices

11.1 a) Placer les deux points A et B.

b) Tracer le segment AB.

c) Tracer une droite d et placer un point R sur cette droite.

d) Placer la pointe du compas sur le point A et la mine du compas sur le point B. (Ouvrir le compas de la longueur $\overline{AB}$.)

e) Tracer un arc centré en R qui coupe d en S.

f) Le segment RS est isométrique au segment AB.

11.2 a) Placer un point P et une droite d.

b) Placer un point Q sur d.

c) Tracer un arc de cercle centré en Q et passant par P.

d) Sur d, placer un point R différent de Q.

e) Tracer un arc de cercle centré en R et passant par P.

f) Le symétrique P' de P se trouve à l'intersection des deux arcs tracé aux points c) et e).

11.3 a) Tracer deux droites a et d.

b) Sur a, placer deux points distincts P et Q.

c) Construire le symétrique P' de P par rapport à d (Màs 11.2).

d) De même pour Q, ce qui donne le point Q'.

e) La droite passant par P' et Q' est symétrique de a relativement à d.

11.4 a) Tracer un segment AB.

b) Tracer le cercle centré en A (resp. B) de rayon $\overline{AB}$.

c) La médiatrice m_{AB} de AB est la droite passant par les intersections des deux cercles dessinés au point précédent.

d) Le milieu de AB se trouve à l'intersection de m_{AB} avec d_{AB}.

11.5 a) Placer un point P sur une droite d.

b) Tracer sur d deux points Q et R situés à égale distance de P.

c) La droite cherchée est la médiatrice m_{QR} du segment QR.

11.6 a) Tracer un arc centré en P qui coupe la droite d en deux points R et S.

b) La droite p est la médiatrice m_{RS} des points R et S (Màs 11.4).

11.7 Il y a six solutions, de deux catégories. La marche à suivre pour la solution de première catégorie s'écrit comme suit :

a) Tracer la médiatrice m_{AB} du segment AB (Màs 11.4).

b) Construire le symétrique D du point C relativement à la droite m_{AB} (Màs 11.3).

Voici maintenant la marche à suivre pour la seconde catégorie :

a) Tracer le symétrique D du point C relativement à la droite d_{AB} (Màs 11.3).

11.8

11.9

11.10

11.11

11.12

11.13 a) Construire m_{AB}, la bissectrice du segment AB (Màs 11.4).

b) Tracer le cercle Γ de rayon r centré en P.

c) Les éventuels points X cherchés sont sur les intersections de Γ avec m_{AB}.

11.14

11.15

11.16 a) Placer un point P hors de a.

b) Construire la perpendiculaire p à la droite a par le point P (Màs 11.6).

c) Reporter un segment QR de longueur r sur p à partir de Q, le point d'intersection de a et p (Màs 11.1).

d) Tracer la perpendiculaire à p passant par R (Màs 11.5), qui est parallèle à a à distance r.

11.17

11.18 a) Tracer les deux demi-droites a et b qui supportent l'angle donné α et qui sont issues du point S.

b) Tracer un cercle Γ centré en S qui coupe a et b en X et Y, respectivement.

c) Soit c la demi-droite issue de T sur laquelle on reporte α. Tracer un cercle Γ', centré en T, isométrique à Γ et qui coupe c en Z.

d) Tracer un arc centré en Z, de rayon $\overline{XY}$ qui coupe Γ' en W.

e) L'angle $\beta = \widehat{ZTW}$ est l'angle cherché.

11.19 a) Construire un triangle équilatéral. L'un quelconque de ses angles mesure $60\,^\circ$.

1) Tracer deux points A et B.
2) Tracer le cercle centré en A et de rayon $\overline{AB}$.
3) Tracer le cercle centré en B et de même rayon.
4) Soit C l'une des intersections de ces deux cercles.
5) Le triangle ABC est équilatéral.

b) Construire un triangle isocèle rectangle. Les deux angles non droits mesurent $45\,^\circ$. Il suffit de reporter l'un ce ces angles à côté de l'angle droit pour obtenir un angle de $135\,^\circ$.

1) Tracer deux points D et E.
2) Tracer la perpendiculaire à DE par E.
3) Tracer le cercle centré en E et de rayon $\overline{DE}$.
4) Ce cercle coupe la perpendiculaire du point précédent en F.
5) Le triangle DEF est isocèle rectangle.

11.20

11.21

11.22

11.23 On peut utiliser la méthode du parallélogramme :

a) Soit a une droite et A un point hors de a.

b) Placer sur a deux points X et Y.

c) Tracer un arc centré en A et de rayon $\overline{XY}$.

d) Tracer un arc centré en Y et de rayon $\overline{XA}$.

e) Les deux arcs se coupent en B.

f) La droite cherchée est la droite d_{AB}.

On peut aussi utiliser la méthode de la double perpendiculaire :

a) Soit a une droite et A un point hors de a.

b) Tracer la perpendiculaire p à a par A (Màs 11.6).

c) Tracer la perpendiculaire q à p par A (Màs 11.5).

d) La droite cherchée est la droite q.

11.24

11.25

11.26

11.27

11.28 $AE = 37,5$ mm

11.29 $DE = 32,4$ cm

11.30 $BC = 66$ m

11.31 $AC = 44$ dm et $CD = 33$ dm

11.32 $AC \cong 113,79$ cm

11.33 $ED = 33$ m

11.34 $AB = 90$ mm

11.35 $AE \cong 104,53$ m

11.36 $ED = 24$ cm et $CD = 44$ cm

11.37 La barrière doit être à une distance de $59,40$ m de B.

Chapitre 12

Trigonométrie 1

12.1 Angles, arcs et sections circulaires

Exercice 12.1

a) Exprimer l'angle en degrés sous forme décimale en arrondissant au dix-millième de degré près.

1) $37°41'$ 2) $83°17'$ 3) $115°26'27''$ 4) $258°39'52''$

b) Exprimer l'angle en degrés, minutes et secondes, en arrondissant à la seconde près.

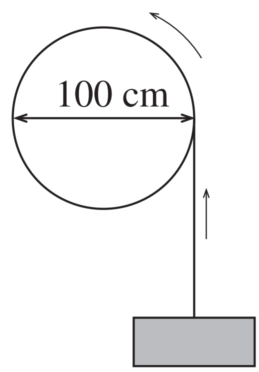
1) $63,169°$ 2) $12,864°$ 3) $310,6215°$ 4) $81,7138°$

Exercice 12.2

Un grand treuil de 100 cm de diamètre est utilisé pour hisser un chargement comme le montre la figure ci-contre.

a) Trouver sur quelle distance (arrondie au mm près) le chargement est soulevé si le treuil tourne de 105°.

b) Trouver de quel angle (arrondi au dixième de degré près) il faut tourner le treuil pour soulever la charge de 50 cm.



Exercice 12.3

Un pneu de voiture mesure 70 cm de diamètre. À quelle vitesse (en tours par minute, au tour près) la roue tourne-t-elle sur son axe si l'automobile roule à 72 km/h ?

Exercice 12.4

Le balancier d'une horloge de grand-père mesure 1,5 m de long. L'extrémité du balancier effectue un arc de longueur 40 cm lors d'une oscillation de gauche à droite.

Calculer l'angle (arrondi à $0{,}1°$ près) parcouru par le balancier lors d'une oscillation de gauche à droite.

Exercice 12.5

Un vendeur vend deux tailles de pizza par tranches. La première tranche est le $\frac{1}{6}$ d'une pizza ronde de 46 cm de diamètre et il la vend à 6 francs. La deuxième tranche est le $\frac{1}{8}$ d'une pizza ronde de 66 cm de diamètre et il la vend à 9 francs.

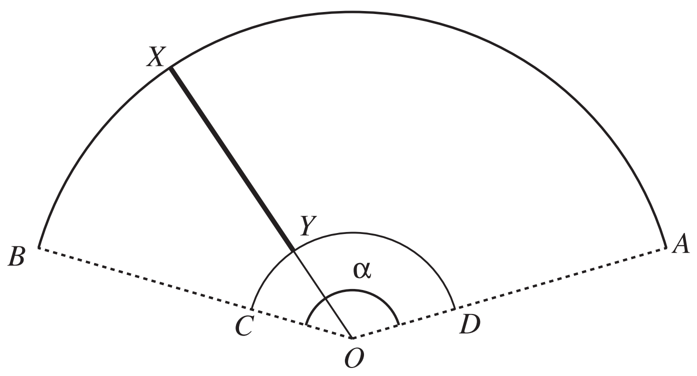
Quelle est la tranche qui fournit le plus de pizza pour 1 franc ?

Exercice 12.6

Le cylindre droit qui tourne autour de son axe est un modèle simple du coeur d'une tornade. Si une tornade a un coeur de 60 m de diamètre et que la vitesse maximale du vent à la périphérie du coeur est de 290 km/h, calculer le nombre de tours (arrondi au tour près) que fait le coeur de la tornade chaque minute.

Exercice 12.7

Un essuie-glace mesure 40 cm de long (de son point de rotation O à son extrémité X) et balaie sur une longueur de 30 cm (entre les points X et Y).



On suppose que l'angle d'oscillation mesure $\alpha = 140°$.

a) Calculer la longueur (en cm, arrondi au mm près) de l'arc parcouru par l'extrémité X du balai d'essuie-glace durant une oscillation de gauche à droite.

b) Calculer l'aire (en cm^2, arrondi au mm^2 près) de la surface $ABCD$ balayée par l'essuie-glace XY.

Pour les exercices qui suivent, prendre, quand cela est nécessaire, un rayon terrestre de 6350 km.

Exercice 12.8

Deux points situés sur un même méridien terrestre ont des latitudes qui diffèrent de 1,5°. Quelle est la distance (à 0,1 km près) à vol d'oiseau entre ces deux points ?

Exercice 12.9

Sion et Delémont se trouvent sur le même méridien terrestre. Leur distance à vol d'oiseau est de 120 km. Sachant que la latitude de Sion est de $46°15'$ N, déterminer celle de Delémont (à la minute près).

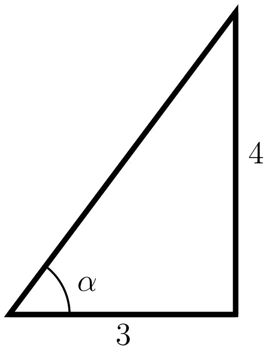
Exercice 12.10

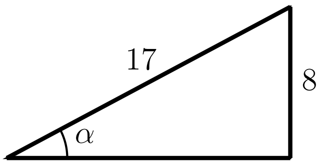
La distance à vol d'oiseau entre Lausanne et Genève est de 50 km. Quel est l'angle formé par la verticale à Lausanne avec la verticale à Genève ? Donner la réponse tout d'abord au centième de degré près, puis en degrés sexagésimaux, à la seconde près.

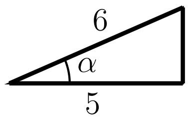
12.2 Trigonométrie du triangle rectangle

Exercice 12.11

Déterminer les valeurs des trois fonctions trigonométriques de l'angle α. En déduire ensuite l'angle α (réponse arrondie à 0,1° près).

a) 

b) 

c) 

Exercice 12.12

Résoudre le triangle ABC rectangle en C

a)	$AC = 5$ cm	$\alpha = 35°$	d)	$AC = 6{,}2$ cm	$\beta = 72°$
b)	$BC = 4$ m	$\alpha = 42°$	e)	$BC = 5{,}3$ m	$\beta = 38°$
c)	$AB = 3$ km	$\alpha = 63°$	f)	$AB = 4{,}2$ km	$\beta = 49°$

Exercice 12.13

Résoudre le triangle

a)	Triangle DEF rectangle en E	$EF = 3{,}2$ m	$\widehat{EDF} = 23°$
b)	Triangle GHI rectangle en I	$GH = 4{,}2$ km	$\widehat{GHI} = 47°$
c)	Triangle JKL rectangle en J	$JL = 2'300$ m	$\widehat{JLK} = 62°$
d)	Triangle MNO rectangle en O	$ON = 220$ m	$OM = 150$ m
e)	Triangle PQR rectangle en R	$PR = 1{,}2$ km	$PQ = 2{,}5$ km
f)	Triangle STU rectangle en S	$ST = 5$ m	$\sigma(STU) = 7{,}5$ m^2

Exercice 12.14

Résoudre le triangle isocèle

a)	Triangle ABC isocèle en A	$a = 4$ cm	$\alpha = 30°$
b)	Triangle DEF isocèle en D	$DE = 4$ m	$\widehat{DEF} = 50°$
c)	Triangle TUV isocèle en U	$TV = 2$ km	$\widehat{UTV} = 70°$

Exercice 12.15

Stonehenge, dans les plaines de Salisbury en Angleterre, a été construit à l'aide de blocs de pierre pesant plus de 45′000 kg chacun. Pour soulever une de ces pierres, il a fallu 550 personnes qui poussaient la pierre le long d'une rampe inclinée d'un angle de 9°.

Calculer sur quelle distance (arrondir la réponse à 0,1 m près) la pierre a été déplacée pour la dresser à une hauteur de 9 m .

Exercice 12.16

Une ficelle de 8 m est tendue entre un point d'un sol plat et le faîte d'un arbre ; elle fait avec le sol un angle de 30°. Quelles sont (réponses arrondies au cm près) la hauteur de l'arbre et la distance qui sépare le pied de l'arbre et le point d'attache de la ficelle ?

Exercice 12.17

Le « raidillon » des Boveresses à Lausanne mesure 4 mm sur une carte au 1 : 25′000 ; la différence d'altitude entre le bas et le haut est de 20 m.

Quelle est sa pente (en %) ? Quel angle moyen fait-il avec l'horizontale ? Quelle distance (réponse arrondie au m près) parcourt un cycliste en le gravissant ?

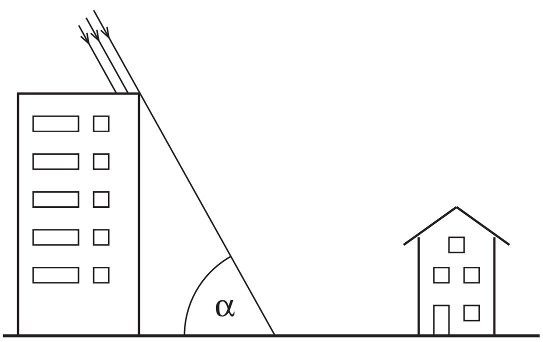
Exercice 12.18

Un propriétaire apprend que l'on va construire un immeuble de 20 m de haut à 40 m de sa maison (distance entre les deux murs les plus proches de l'immeuble et de la maison) ; on note α l'angle que forment les rayons du soleil avec le sol.

a) On suppose que $\alpha = 72°$; calculer la longueur (réponse arrondie au cm près) de l'ombre de l'immeuble et vérifier que cette ombre ne touche pas la maison.

b) Calculer la valeur de l'angle α (arrondie à $0,1°$ près) à partir de laquelle l'ombre commence à atteindre la maison.

c) On suppose que $\alpha = 22°$; calculer la hauteur maximale atteinte par l'ombre sur la façade de la maison.



Angle d'élévation et de dépression

Lorsqu'un observateur regarde un objet, l'angle que forme la ligne de visée de l'objet avec l'horizontale est appelé **angle d'élévation** si l'objet se trouve au-dessus de l'horizontale et **angle de dépression** si l'objet se trouve au-dessous de l'horizontale.

Exercice 12.19

À partir d'un point situé sur un sol plat à 30 mètres du pied d'une tour, l'angle d'élévation du sommet de la tour est de $57°12'$.

Calculer la hauteur de la tour (arrondir la réponse au cm près)

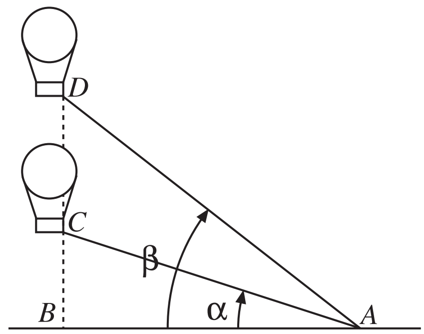
Exercice 12.20

Un avion volant à une altitude de $3'000$ mètres passe juste au-dessus d'un objet fixe situé au niveau de la mer. Une minute plus tard, l'angle de dépression de l'objet depuis l'avion est de $42°$.

Calculer la vitesse de l'avion (arrondie à 1 km/h près).

Exercice 12.21

On mesure depuis un point A du sol les angles d'élévation α et β pour deux positions C et D d'un ballon à air chaud. On sait que le point A se trouve à 780 mètres du point de départ B du ballon (voir ci-contre).



a) Sachant que $\alpha = 65°$ et $\beta = 73°$, déterminer :

1) la différence d'altitude CD du ballon entre les deux mesures (arrondir la réponse au m près).

2) la distance AD (arrondir la réponse au m près).

b) Si le ballon continue à monter verticalement, quel sera l'angle d'élévation γ du ballon lorsque la différence d'altitude avec le point de départ B sera de 5'200 m (arrondir la réponse au degré près) ?

Exercice 12.22

Au sommet d'un bâtiment dominant l'océan, un observateur regarde un bateau qui fait route en direction du bâtiment. On sait que l'observateur se trouve 50 mètres au-dessus de l'océan et que l'angle de dépression sous lequel est vu le bateau passe de 20° à 28° pendant la période d'observation.

Calculer la distance initiale entre le bateau et l'observateur, ainsi que la distance parcourue par le bateau (réponses arrondies au m près).

Exercice 12.23

À partir d'un point situé à 10 mètres du sol, l'angle d'élévation du sommet d'un bâtiment est de $31,2°$ et l'angle de dépression du pied du même bâtiment est de $19,4°$.

Calculer la hauteur du bâtiment (arrondie à 0,1 m près).

Exercice 12.24

Une personne qui manœuvre un cerf-volant tient la bobine de fil à 1 m au-dessus du sol et a laissé dérouler 100 mètres de fil. On suppose que le fil du cerf-volant est tendu et qu'il forme un angle de 70° avec l'horizontale.

a) Calculer la hauteur (arrondie au cm près) du cerf-volant par rapport au sol.

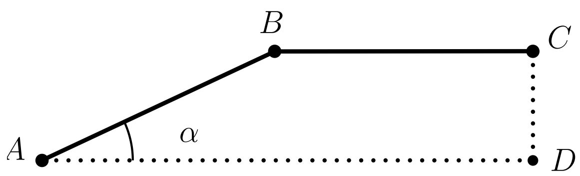
b) Suite à un coup de vent, le cerf-volant descend verticalement de 20 mètres. La personne enroule le fil du cerf-volant sans se déplacer afin que le fil soit de nouveau tendu (l'angle du fil avec l'horizontale et la longueur du fil sont donc diminués).

   1) Quelle est la nouvelle longueur (arrondie au cm près) du fil ?

   2) Quel est le nouvel angle (arrondi à 0,1° près) du fil avec l'horizontale ?

Exercice 12.25

La figure ci-contre représente une rampe.



On sait que l'angle α mesure 25°, que AD mesure 20 mètres et que CD mesure 5 mètres. Calculer la longueur totale (arrondie à 0,1 m près) de la rampe (soit la somme des distances AB et BC).

Exercice 12.26

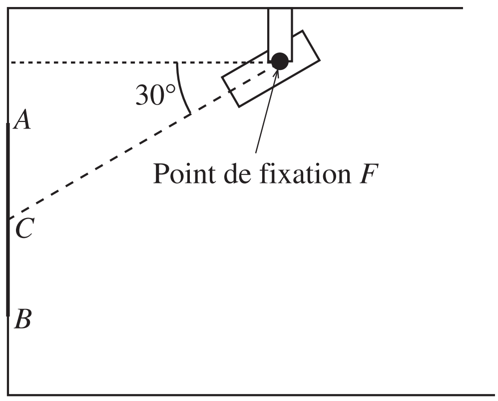
Une boîte en forme de parallélépipède rectangle a une base de 20 cm sur 15 cm et une hauteur de 10 cm. Calculer, au dixième de degré près, l'angle entre la diagonale de la base et la diagonale du cube, les diagonales étant issues d'un même sommet de la base.

Exercice 12.27

À partir d'un point P au sol, l'angle d'élévation du sommet d'une tour est de $24°48'$. À partir d'un point Q situé 25 mètres plus près de la tour que P et aligné avec P et le pied de la tour, l'angle d'élévation du sommet est de $53°30'$. Calculer la hauteur de la tour (arrondie à 0,1 m près).

Exercice 12.28

Le fabricant d'un système de projection informatisé recommande de fixer le système au plafond (comme montré sur la figure ci-contre) avec les mesures suivantes : la distance entre le point de fixation F et le plafond doit être de 46 cm ; le projecteur vise le milieu C de l'écran AB et forme un angle de 30 degrés avec l'horizontale ; la distance entre le milieu de l'écran C et le crochet F doit être de 218 cm. On sait également que la hauteur de l'écran AB mesure 180 cm. On néglige la largeur de l'écran.



a) Calculer la distance (arrondie au cm près) entre le point de fixation F et le mur qui porte l'écran

b) Calculer la distance entre le haut de l'écran A et le plafond.

c) Calculer l'angle $\widehat{AFB}$ (arrondi à $0,1°$ près).

Exercice 12.29

La grande pyramide de Khéops est une pyramide régulière dont la base est un carré auquel les Égyptiens donnèrent des dimensions telles que l'on pouvait en parcourir un côté avec 140 tours d'une roue d'une coudée royale de diamètre (une coudée royale mesure environ 0,524 m). Quant à la hauteur, elle mesurait 280 coudées royales. Calculer :

a) la longueur du côté de la base et celle des arêtes latérales de la pyramide (réponse à arrondir au cm près).

b) l'angle que les faces de la pyramide forment avec le sol.

12.3 Solutions des exercices

12.1

a) 1) $37,6833°$ 2) $83,2833°$ 3) $115,4408°$ 4) $258,6644°$

b) 1) $63°10'8''$ 2) $12°51'50''$ 3) $310°37'17''$ 4) $81°42'50''$

12.2 a) 91,6 cm b) $57,3°$

12.3 546 tours par minute.

12.4 $15,3°$

12.5 La deuxième tranche

12.6 26 tours par minute

12.7 a) 97,7 cm b) 1832,60 cm^2

12.8 166,2 km

12.9 Latitude de Delémont : $47°20'$ N

12.10 $0,45° \cong 27'4''$

12.11

a) $\sin(\alpha) = \dfrac{4}{5}$, $\cos(\alpha) = \dfrac{3}{5}$, $\tan(\alpha) = \dfrac{4}{3}$, $\alpha \cong 53,1°$

b) $\sin(\alpha) = \dfrac{8}{17}$, $\cos(\alpha) = \dfrac{15}{17}$, $\tan(\alpha) = \dfrac{8}{15}$, $\alpha \cong 28,1°$

c) $\sin(\alpha) = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$, $\cos(\alpha) = \dfrac{5}{6}$, $\tan(\alpha) = \dfrac{\sqrt{11}}{5}$, $\alpha \cong 33,6°$

12.12

a) $\beta = 55°$, $a \simeq 3,5$ cm, $c \simeq 6,1$ cm, $\sigma \simeq 8,8$ cm^2

b) $\beta = 48°$, $b \simeq 4,4$ m, $c \simeq 6,0$ m, $\sigma \simeq 8,9$ m^2

c) $\beta = 27°$, $a \simeq 2,673$ km, $b \simeq 1,362$ km, $\sigma \simeq 1,820$ km^2

d) $\alpha = 18°$, $a \simeq 2,0$ cm, $c \simeq 6,5$ cm, $\sigma \simeq 6,2$ cm^2

e) $\alpha = 52°$, $b \simeq 4,1$ m, $c \simeq 6,7$ m, $\sigma \simeq 11,0$ m^2

f) $\alpha = 41°$, $a \simeq 2,755$ km, $b \simeq 3,170$ km, $\sigma \simeq 4,367$ km^2

12.13

a) $\measuredangle DFE = 67°$, $DE \simeq 7,539$ m, $DF \simeq 8,190$ m, $\sigma \simeq 12,062$ m^2

b) $\measuredangle IGH = 43°$, $IH \simeq 2,864$ km, $IG \simeq 3,072$ km, $\sigma \simeq 4,399$ km^2

c) $\measuredangle JKL = 28°$, $JK \simeq 4'325,671$ m, $KL \simeq 4'899,125$ m, $\sigma \simeq 4'974'521,501$ m^2

d) $MN \simeq 266,271$ m, $\measuredangle OMN \simeq 55,7°$, $\measuredangle MNO \simeq 34,3°$, $\sigma = 16'500$ m^2

e) $QR \simeq 2,193$ km, $\measuredangle RPQ \simeq 61,3°$, $\measuredangle PQR \simeq 28,7°$, $\sigma \simeq 1,316$ km^2

f) $SU = 3$ m, $TU \simeq 5,831$ m, $\measuredangle STU \simeq 31,0°$, $\measuredangle TUS \simeq 59,0°$

12.14

a) $\beta = \gamma = 75°$, $AB = AC \simeq 7,7$ cm, $\sigma \simeq 14,9$ cm^2

b) $DF = 4$ m, $\measuredangle DFE = 50°$, $\measuredangle EDF = 80°$, $EF \simeq 5,14$ m, $\sigma \simeq 7,88$ m^2

c) $\measuredangle TVU = 70°$, $\measuredangle TUV = 40°$, $UT = TV \simeq 2,924$ km, $\sigma \simeq 2,747$ km^2

12.15 57,5 m

12.16 Hauteur : 4 m ; distance entre le point d'attache et le pied de l'arbre : 6,93 m

12.17 Pente : 20 % ; angle moyen : $11,3°$; distance parcourue : 102 m

12.18 a) $6,50$ m (< 40 m) b) $26,6°$ c) 3,84 m

12.19 46,55 m

12.20 Vitesse de l'avion : 200 km/h

12.21 a1) 878,55 m a2) $2'667,84$ m b) $81,47°$

12.22 Distance initiale : 146 m Distance parcourue par le bateau : 43 m

12.23 Hauteur du bâtiment : 27,2 m

12.24 a) 94,97 m b) 1) 81,49 m 2) $65,2°$

12.25 Longueur totale de la rampe : 21,1 m

12.26 $21,8°$

12.27 Hauteur de la tour : 17,6 m

12.28 a) 189 cm b) 65 cm c) $40,8°$

12.29 a) Arêtes de base : 230,47 m ; arêtes latérales : 219,28 m b) Angle : $51,85°$