GYMNASE DE BURIER

1C Théorie de mathématiques

Claude Chevalley

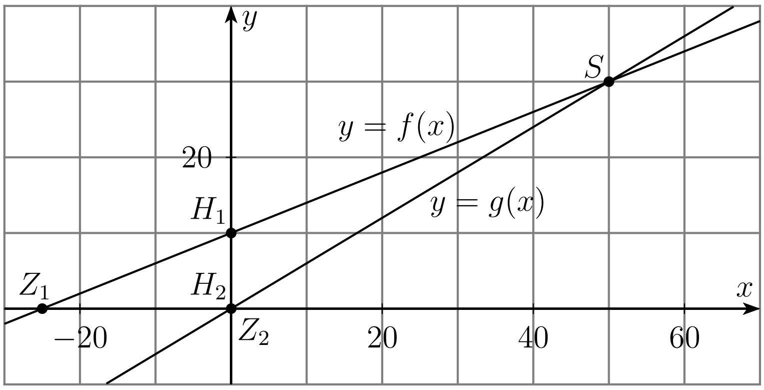


Table des matières

1 Calcul numérique

1.1 Les ensembles de nombres

1.1.1 Les nombres naturels

L'ensemble des nombres naturels est l'ensemble des nombres entiers positifs.

On le désigne par $\mathbb{N} = \{\, 0\,;\, 1\,;\, 2\,;\, \ldots \}$

Remarque : $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{\, 0 \,\} = \{\, 1\,;\, 2\,;\, \ldots \}$

1.1.2 Les nombres relatifs

L'ensemble des nombres relatifs est l'ensemble des nombres entiers positifs et négatifs.

On le désigne par $\mathbb{Z} = \{\, \ldots\,;\, -2\,;\, -1\,;\, 0\,;\, 1\,;\, 2\,;\, \ldots \}$

1.1.3 Les nombres rationnels

L'ensemble des nombres rationnels est l'ensemble des nombres fractionnaires.

On le désigne par $\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{a}{b} \quad | \quad a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z}^* \right\}$

Attention : $\dfrac{4}{3} = 1,\overline{3} = 1,333333\ldots \in \mathbb{Q}$ (voir **modèle 2**)

1.1.4 Les nombres irrationnels

L'ensemble des nombres irrationnels est l'ensemble des nombres dont la partie décimale est infinie et non périodique.

Exemples : $\pi = 3,14159265\ldots$; $\sqrt{2} = 1,41421356\ldots$

1.1.5 Les nombres réels

L'ensemble des nombres réels est l'ensemble contenant à la fois les nombres rationnels et les nombres irrationnels.

On le désigne par $\mathbb{R}$.

Exemples : $\pi \in \mathbb{R}$; $-\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

1.2 Calcul numérique

1.2.1 La priorité des opérations

Modèle 1. Calculer $5 + 2 \cdot 3^2 - 1 = \ldots$

Les opérations sont effectuées dans l'ordre suivant :

1) Les puissances;
2) Les multiplications et divisions;
3) Les additions et soustractions.

Exemples :

1) $1 + 2^3 - 21 = \ldots$

2) $4 \cdot 3^2 + 5 = \ldots$

1.2.2 La transformation d'un nombre décimal périodique en fraction

Modèle 2. Transformer $1,\overline{3} = \ldots$

Exemples :

1) $0,\overline{8} = \ldots$

2) $2,3\overline{9} = \ldots$

Remarque : lorsque la période n'est formée que par le chiffre 9 alors

$$3,\overline{9} = \ldots \quad ; \quad 4,5\overline{9} = \ldots \quad ; \quad 5,67\overline{9} = \ldots$$

1.2.3 Les opérations dans $\mathbb{Q}$

Modèle 3. Calculer

$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \dots$

$\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \dots$

$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \dots$

$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \dots$

Exemples :

1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{3} = \dots$

2) $\frac{3}{4} : \frac{7}{3} = \dots$

3) $\frac{3}{4} + \frac{7}{3} = \dots$

4) $\frac{3}{4} - \frac{7}{3} = \dots$

1.3 Problèmes

Modèle 4. Résoudre l'exercice 1.21.

Méthode **V/E/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (ou l'inconnue) ;
2) EQ : Etablir une équation (égalité) ;
3) RES : Résoudre cette équation (égalité) ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $\cdots$

2) EQ : $\dots$

3) RES : $\dots$

4) SOL : $\dots$

2 Puissances

2.1 Puissances à exposants entiers

2.1.1 Puissances à exposants entiers positifs

Modèle 5. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n, m \in \mathbb{N}$

Propriétés	Exemples
a) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^5 = \ldots$
b) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^2)^5 = \ldots$
c) $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $n \geq m$	$\dfrac{2^7}{2^4} = \ldots$
d) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 5)^4 = \ldots$
e) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \ldots$

2.1.2 Puissances à exposants entiers

Modèle 6. Soit $a, b \in \mathbb{R}^*$; $n \in \mathbb{N}$

Propriétés	Exemples
f) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	$3^{-5} = \ldots$
g) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$	$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \ldots$

2.2 Notation scientifique

Modèle 7. Le nombre 317'000'000'000 n'est pas très pratique à écrire.
On va utiliser la notation scientifique :

$$\ldots \cdot 10^{\cdots}$$

La notation scientifique d'un nombre est la notation définie par

$$\boxed{a \cdot 10^n \quad , \quad a \in [\,1\,;\,10\,[\,;\ n \in \mathbb{Z}}$$

Exemples :

1) $12'345 = \ldots$

2) $300'000'000 = \ldots$

3) $0,00067 = \ldots$

4) $0,00000000008 = \ldots$

3 Calcul littéral

3.1 Les monômes

On appelle monôme un produit de nombres réels par des lettres.
La partie numérique est le coefficient.
La partie littérale est un produit de lettres.

Exemples : $2x$; $-5xyz$; $1,2a^2b$; x^3y^4

3.1.1 Le produit de monômes

Modèle 8. Pour multiplier des monômes, on multiplie les coefficients entre eux puis les parties littérales entre elles.

Exemples :

1) $x \cdot x = \ldots$

2) $3a^2 \cdot 4ab = \ldots$

3) $2x \cdot (-3y) = \ldots$

4) $2ab^2 \cdot 5a^3b^4 = \ldots$

3.1.2 La somme de monômes semblables

Des monômes sont dits semblables s'ils ont la même partie littérale.

Exemple : $2x^2y$; xxy ; $-2,3x^2y$ sont tous semblables.

Modèle 9. Pour additionner des monômes semblables, on additionne les coefficients de tous les monômes semblables puis on écrit la partie littérale commune.

Exemples :

1) $x + x = \ldots$

2) $a^2 + 2a^2 = \ldots$

3) $3x + 4x + 5x = \ldots$

4) $5ab^2 + 6ab^2 = \ldots$

3.2 Les polynômes

On appelle polynôme une somme de monômes.

Exemples : $3x - 7y$; $a^2 + ab + b^2$; $x^4y^2 - 36z^2$

3.2.1 La somme de polynômes

Modèle 10. Pour additionner des polynômes, on additionne les monômes semblables entre eux.

Exemples :

1) $(x + x^2) + 3x = \dots$

2) $(a^2 + 2b^2) + (3a^2 + 4b^2) = \dots$

3) $(3x - 4y) + (5y - 6x) = \dots$

4) $(ab^2 - 3ab^2 - 4ab) + (ab - ab^2) = \dots$

3.2.2 La différence de polynômes

Modèle 11. Pour soustraire un polynôme à un autre, on additionne le premier polynôme à l'opposé du second.

Exemples :

1) $(2x - 3y) - (4y - 5x) = \dots$

2) $(6ab^2 - 7ab) - (8ab - 9ab^2) = \dots$

3.2.3 Le produit de polynômes

Modèle 12. Pour multiplier deux polynômes, on multiplie chaque terme du premier par chaque terme du second et on additionne tous les produits.

Exemples :

1) $2x^2(3x - 4) = \dots$

2) $(x + 2)(x + 3) = \dots$

3) $(a + b)(a + b) = \dots$

4) $(a - b)(a - b) = \dots$

5) $(a + b)(a - b) = \dots$

6) $(x + 1)(x^2 - x + 1) = \dots$

4 Manipulation de formules

4.1 Transformation de formules

Modèle 13. Résoudre l'exercice 4.1.

Méthode **V/E/R/S** :
1) VAR : Définir la variable (ou l'inconnue) ;
2) EQ : Etablir une équation (égalité) ;
3) RES : Résoudre cette équation (égalité) ;
4) SOL : Donner la solution au problème.

a) 1) VAR : ...

2) EQ : ...

3) RES : ...

4) SOL : ...

b) 1) VAR : ...

2) EQ : ...

3) RES : ...

4) SOL : ...

c) 1) VAR : ...

2) EQ : ...

3) RES : ...

4) SOL : ...

4.2 Problèmes

5 Équations et inéquations du 1er degré

5.1 Les équations du 1er degré

Propriétés :

1. Additionner une même expression algébrique des deux côtés d'une égalité conserve cette égalité.
2. Soustraire une même expression algébrique des deux côtés d'une égalité conserve cette égalité.
3. Multiplier par un nombre **non nul** des deux côtés d'une égalité conserve cette égalité.
4. Diviser par un nombre **non nul** des deux côtés d'une égalité conserve cette égalité.

Modèle 14. Résoudre l'équation suivante :

$$3x + 13 = x + 7$$

Méthode :
Effectuer une ou plusieurs opérations choisies parmi les quatre proposées ci-dessus afin d'isoler progressivement l'inconnue (souvent x) en construisant une suite d'équations de plus en plus simples.

$$\begin{array}{l|l} 3x + 13 = x + 7 & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{ \dots \}$$

Modèle 15. Résoudre l'équation suivante :

$$\begin{array}{l|l} \dfrac{2x+3}{4} - \dfrac{3x-2}{2} = \dfrac{x-2}{3} & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{ \dots \}$$

5.2 Problèmes

Modèle 16. Résoudre l'exercice 5.16.

Méthode **V/E/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (souvent x) ;
2) EQ : Etablir une équation du 1er degré ;
3) RES : Résoudre cette équation ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $x = \ldots$

2) EQ : $\ldots$

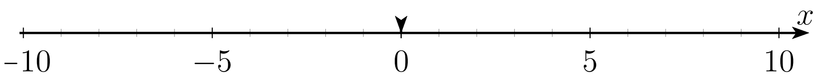
3) RES : $\ldots$

4) SOL : $\ldots$

5.3 Les intervalles

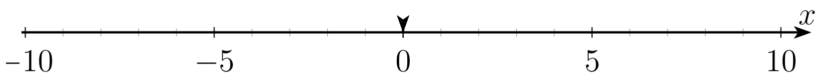
Modèle 17. L'ensemble défini par $\{\, x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 5 \,\}$ se note $[\,-2\,; 5\,[$

Représentation de cet intervalle :

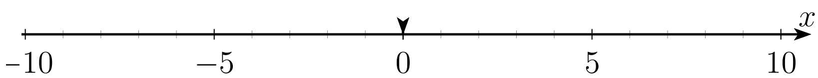


Exemples :

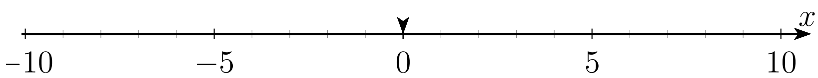
1) $]\,-\infty\,; 6\,[= \{\, x \in \mathbb{R} \mid x\ \ldots\ 6 \,\}$



2) $[\,-3\,; +\infty\,[= \{\, x \in \mathbb{R} \mid -3\ \ldots\ x \,\}$



3) $]\,1\,; 9\,] = \{\, x \in \mathbb{R} \mid 1\ \ldots\ x\ \ldots\ 9 \,\}$



5.4 Les inéquations du 1er degré

Propriétés :

1. Additionner (ou soustraire) une même expression algébrique des deux côtés d'une inégalité conserve le sens de cette inégalité.
2. Multiplier (ou diviser) par un nombre **strictement positif** des deux côtés d'une inégalité conserve le sens de cette inégalité.
3. Multiplier (ou diviser) par un nombre **strictement négatif** des deux côtés d'une inégalité inverse le sens de cette inégalité.

Modèle 18. Résoudre l'inéquation suivante :

$$3x + 13 \leq x + 7$$

Méthode :
Effectuer une ou plusieurs opérations choisies parmi les trois proposées ci-dessus afin d'isoler progressivement l'inconnue (souvent x) en construisant une suite d'inéquations de plus en plus simples.

$$\begin{array}{l|l} 3x + 13 \leq x + 7 & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \dots \\ \Rightarrow & \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \dots$$

5.5 Problèmes

Modèle 19. Résoudre l'exercice 5.40.

Méthode **V/I/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (souvent x) ;
2) INEQ : Etablir une inéquation du 1er degré ;
3) RES : Résoudre cette inéquation ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $\cdots$

2) INEQ : ...

3) RES : ...

4) SOL : ...

6 Proportionnalité

6.1 Grandeurs proportionnelles

Modèle 20. Un automobiliste a payé 3 litres d'huile 22,50 Fr.
Quel est le prix p pour 5 litres ?

Huile (litres)	3	5
Prix (CHF)	22,50	p

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff p = \dots$$

6.1.1 Le taux de change

Les valeurs indiquées dans ce tableau correspondent au prix en francs suisses (CHF) de 1 ou 100 unités de la monnaie étrangère. C'est le cours du 22.08.2023.

1 Euro (€)	0,96
1 Dollar US ($)	0,88
1 Livre Sterling (£)	1,12
100 Yens (¥)	0,60

Modèle 21. En France, Nicole envisage l'achat d'une oeuvre d'art valant 2'065 €.
Avant de se décider, elle calcule cette valeur v en CHF.

Prix (€)	...	...
Prix (CHF)	...	v

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff v = \dots$$

6.1.2 L'échelle

Rappel : $\boxed{\text{échelle} = \dfrac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}}$

Modèle 22. On a mesuré 2,3 cm sur une carte au 1 : 100′000 entre le port de Villeneuve et celui de Vevey.
Quelle est la distance réelle d (en km) parcourue en ligne droite par un bateau reliant ces deux ports ?

Distance sur la carte (cm)	...	...
Distance réelle (cm)	...	...

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff d = \dots$$

6.1.3 La masse volumique

Rappel : $\boxed{\text{masse volumique} = \dfrac{\text{masse}}{\text{volume}}}$

La masse volumique de quelques matières indiquées dans ce tableau correspondent à la masse en kilogrammes (kg) de $1\,\text{dm}^3 = 1$ litre.

Liège	$0{,}25\,\text{kg/dm}^3$	Verre	$2{,}5\,\text{kg/dm}^3$
Mazout	$0{,}92\,\text{kg/dm}^3$	Fer	$7{,}8\,\text{kg/dm}^3$
Eau	$1\,\text{kg/dm}^3$	Mercure	$13{,}6\,\text{kg/dm}^3$
Miel	$1{,}5\,\text{kg/dm}^3$	Or	$18{,}9\,\text{kg/dm}^3$

Modèle 23. Simon doit poser une vitre en verre de 1,2 m de longueur, 50 cm de large et 4 mm d'épaisseur.
Quelle est la masse m de cette vitre ?

Masse (kg)	...	m
Volume (dm^3)	...	...

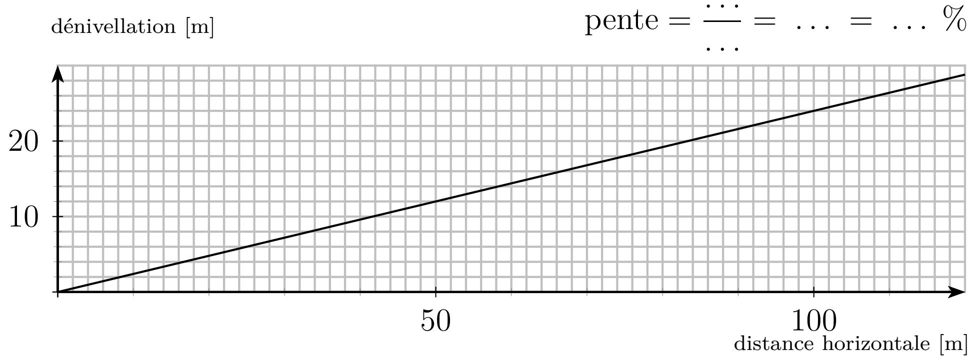
Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff m = \dots$$

6.1.4 La pente

Rappel : $\boxed{\text{pente} = \dfrac{\text{dénivellation (verticale)}}{\text{distance horizontale}}}$

pente $= \dfrac{\dots}{\dots} = \dots = \dots\ \%$



Modèle 24. La pente moyenne de la voie ferrée entre Montreux et Glion est de 8 %.
Quelle est la dénivellation h (en m) pour une distance horizontale de 3,5 km ?

Dénivellation (m)	h	...
Distance horizontale (m)	...	...

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff h = \dots$$

6.1.5 Le pourcentage

Rappel : $\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{\dots}{\dots} = \dots\ \%$ $\quad$ $30\,\% = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

Modèle 25. Lors d'un match de basket, un joueur a réussi 12 paniers sur 17 tentés.
Quel est le pourcentage p de réussite ?

Nombre de paniers réussis	...	...
Nombre de paniers tentés	...	...

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff p = \dots$$

6.1.6 La vitesse et le débit

Rappel : $\boxed{\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{durée}}}$ $\quad$ $\boxed{\text{débit} = \frac{\text{volume}}{\text{durée}}}$

Modèle 26. Lors du Grand Prix d'Italie, Lewis Hamilton a roulé durant 1 h 37 min 12 s à la vitesse moyenne de 184,98 km/h.
Quelle distance totale d (en km) a-t-il parcouru ?

Distance (km)	...	d
Durée (h)	...	...

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff d = \dots$$

Modèle 27. Il faut 12 s pour remplir un seau de 10 l à une fontaine alimentée par une source d'eau potable privée.
Quel est le débit d (en l/min) de cette source ?

Volume (l)	...	...
Durée (min)	...	...

Proportion :

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \iff \dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots \iff d = \dots$$

6.2 Grandeurs inversement proportionnelles

Modèle 28. Un terrain rectangulaire a une aire de 22'500 m^2.
Quelle sont les dimensions manquantes ?

Longueur (m)	300	...
Largeur (m)	...	50
Aire (m^2)	22'500	22'500

ATTENTION : Proportion inverse : $\dots \cdot \dots = \dots \cdot \dots = \dots\dots$

6.3 Mélange

Modèle 29. Résoudre l'exercice 6.31 (a et c).

Méthode **V/E/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (ou l'inconnue) ;
2) EQ : Etablir une équation (égalité) ;
3) RES : Résoudre cette équation (égalité) ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

a)

1) VAR : ...

2) EQ : ...

3) RES : ...

4) SOL : ...

c)

1) VAR : ...

2) EQ : ...

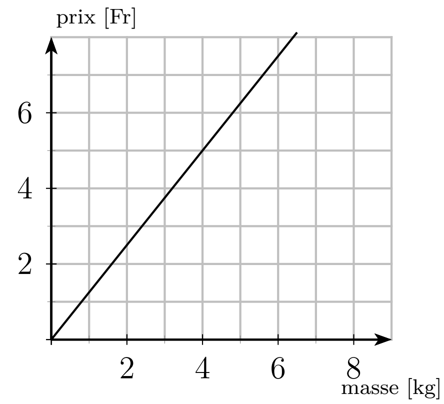
3) RES : ...

4) SOL : ...

7 Fonctions

7.1 Le graphe d'une fonction

Modèle 30. Résoudre l'exercice 7.1.



$x = \dots$

La fonction p est donnée par $p(x) = \dots$

a) Quel est le prix pour 2 kg de légumes ? ...

b) Combien de kg de légumes obtient-on pour 5 Fr. ? ...

c) Quel est le prix pour 3 kg de légumes ? ...

d) Combien de kg de légumes obtient-on pour 7 Fr. ? ...

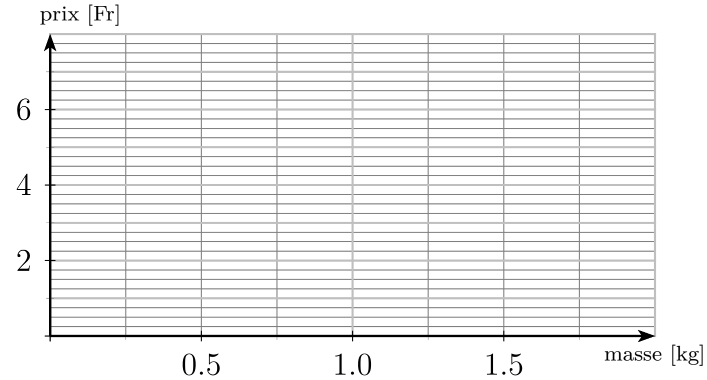
7.2 Problèmes

Modèle 31. Résoudre l'exercice 7.8 a).

Tableau de valeurs :

Masse en (kg)	Prix en (Fr)
0.250	
0.500	
0.750	
1.000	
1.250	
1.500	

Graphique :



8 Fonctions affines

8.1 Les fonctions affines

8.1.1 La représentation graphique d'une fonction affine

Modèle 32. Représenter graphiquement la fonction f définie par :

$$f(x) = 2x - 3$$

Méthode :

1) Déterminer **la pente** $m = \dfrac{\text{dénivellation}}{\text{distance horizontale}} = \dfrac{\Delta\, y}{\Delta\, x}$ de la droite ;

2) Déterminer **l'ordonnée à l'origine** h de f en calculant $h = f(0)$;

3) Eventuellement déterminer **le zéro** de f s'il existe en résolvant $f(x) = 0$;

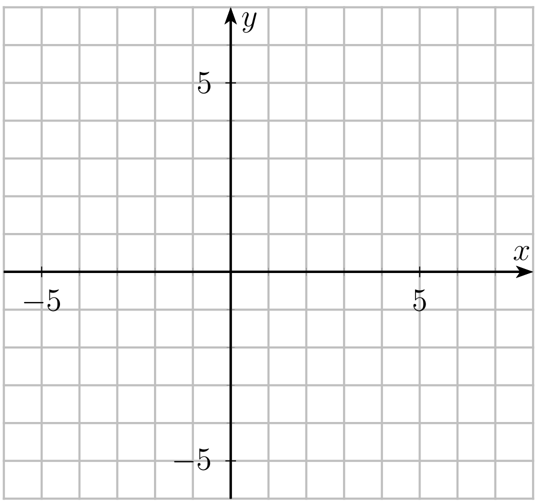
4) Esquisser **le graphe** associée à cette fonction. C'est **une droite**.

1) Pente : $m = \ \ldots$

2) Ordonnée à l'origine : $h = f(0) = \ \ldots \Rightarrow H(\,0\,;\,\ldots\,)$

3) Zéro de f : $Z_f = \{\,\ldots\,\} \Rightarrow Z(\,\ldots\,;\,0\,)$

4) Graphe :



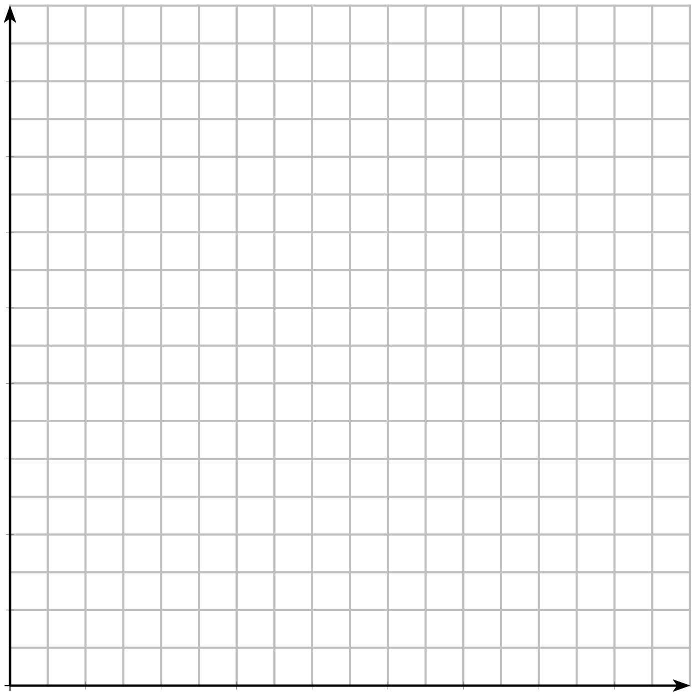
8.2 Applications

Modèle 33. Résoudre l'exercice 8.15.

Méthode **V/E/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (souvent x, mais t ici) ;
2) EQ : Etablir une équation ;
3) RES : Résoudre cette équation ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $\cdots$



2) EQ : ...

3) RES : ...

4) SOL : ...

9 Systèmes d'équations

9.1 Les systèmes d'équations à deux inconnues

9.1.1 La résolution graphique d'un système d'équations à deux inconnues

Modèle 34. Résoudre graphiquement l'exercice 9.1 b) modifié partiellement.

Méthode :

1) Ecrire chaque équation sous la forme $y = mx + h$;
2) Représenter la droite associée à chaque équation ;
3) S'il existe, le point I solution du système d'équations est l'intersection des deux droites de la partie 2).

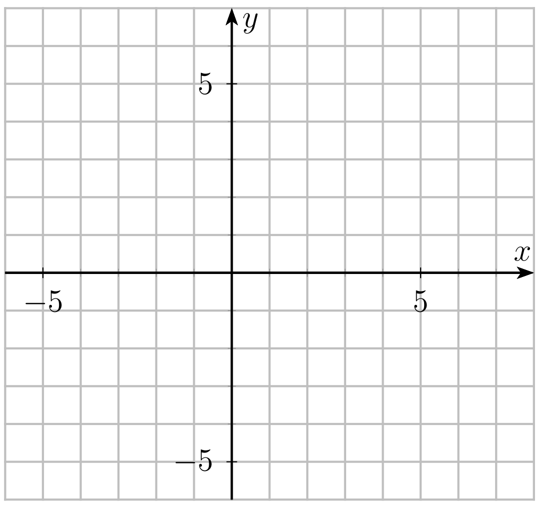
Exemple :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ y - 3x = 7 \end{cases}$$

1)

1)

2)



3)

9.1.2 La résolution algébrique d'un système d'équations à deux inconnues

Modèle 35. Résoudre par **substitution** l'exercice 8.13 b).

Méthode :

1) Ecrire une équation sous la forme $y = f(x)$ (ou $x = g(y)$) ;
2) Remplacer y par $f(x)$ (ou x par $g(y)$) dans l'autre équation ;
3) Résoudre cette équation ;
4) Calculer l'autre variable ;
5) Si elle existe, la solution du système d'équations est $S = \{ (x \,;\, y) \}$.

Exemple :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ x + 4y = 1 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

2) $\dots$

3) $\dots$

4) $\dots$

5) $\dots$

Modèle 36. Résoudre par **combinaisons linéaires** l'exercice 8.13 c).

Méthode :

1) Multiplier chaque équation par un nombre adapté de telle manière que les coefficients de x ou y deviennent opposés ;
2) Additionner les deux équations ;
3) Résoudre l'équation obtenue ;
4) Calculer l'autre variable en répétant les parties 1) à 3) ;
5) Si elle existe, la solution du système d'équations est $S = \{ (x \,;\, y) \}$.

Exemple :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 & | \cdot \dots \\ 5x + 3y = -1 & | \cdot \dots \end{cases}$$

1) $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

2) $\dots$

3) $\dots$

4) $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

5) $\dots$

9.2 Les systèmes d'équations à trois inconnues

Modèle 37. Résoudre l'exercice 9.17 d).

Méthode :

1) Multiplier deux équations par un nombre adapté de telle manière que les coefficients de x, y ou z deviennent opposés ;
2) Additionner ces deux équations ;
3) Répéter les parties 1) et 2) avec la troisième équation et une des deux autres si nécessaire ;
4) Résoudre le sous-système obtenu ;
5) Calculer la troisième variable par substitution ;
6) Si elle existe, la solution du système d'équations est $S = \{ (x ; y ; z) \}$.

Exemple :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ 5x + 6y - 3z = 70 \\ x - z = 8 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

2) $\dots$

3) $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

5) $\dots$

6) $\dots$

9.3 Problèmes

Modèle 38. Résoudre l'exercice 9.7.

Méthode **V/E/R/S** :
1) VAR : Définir les variables (souvent x et y) ;
2) EQ : Etablir un système d'équations ;
3) RES : Résoudre ce système d'équations ;
4) SOL : Donner les solutions au problème avec une phrase.

1) VAR : $x = \dots$

$y = \dots$

2) (SYS)EQ : $\dots$

3) RES : $\dots$

4) SOL : $\dots$

10 Équations du deuxième degré

10.1 Résolution par factorisation

10.1.1 La résolution par mise en évidence

Modèle 39. Résoudre l'équation suivante par mise en évidence :

$$2x^2 - 4x = 0$$

Méthode :

1) Mettre en évidence le plus grand facteur commun ;
2) Résoudre chaque équation de degré 1.

$$2x^2 - 4x = 0 \left| \begin{array}{l} \dots \\ \\ \dots \\ \\ \dots \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S = \{ \dots \,;\, \dots \}$$

10.1.2 La résolution par la méthode du trinôme unitaire (méthode S-P)

Modèle 40. Résoudre l'équation suivante par la méthode Somme - Produit :

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Méthode :

1) Déterminer la somme $S =$ **le coefficient de** x et le produit $P =$ **le terme constant** ;
2) Déterminer α et β tels que $S = \alpha + \beta$ et $P = \alpha \cdot \beta$;
3) Factoriser $x^2 + Sx + P$ en $(x + \alpha)(x + \beta)$;
4) Résoudre chaque équation de degré 1.

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \left| \begin{array}{l} \dots \\ \\ \\ \\ \dots \\ \\ \dots \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S = \{ \dots \,;\, \dots \}$$

10.2 Résolution par la formule générale

Modèle 41. Résoudre l'équation suivante :

$$10x^2 - 11x - 6 = 0$$

Méthode :

1) Déterminer a = **le coefficient de** x^2 ; b = **le coefficient de** x ; c = **le terme constant** ;
2) Calculer **le discriminant** $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$
3) Si $\Delta \geq 0$, calculer **les solutions** $\boxed{x_{1;2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$

   Si $\Delta < 0$, il n'y a **aucune solution**.

1) $a = \dots\ ;\ b = \dots\ ;\ c = \dots$

2) $\Delta = b^2 - 4ac = \dots$

3) $\Delta > 0 \Rightarrow x_{1;2} = \dfrac{-\dots \pm \sqrt{\dots}}{\dots} = \dfrac{\dots \pm \dots}{\dots} = \dots$

$$\Rightarrow S = \{\ \dots\ ;\ \dots\ \}$$

10.3 Problèmes du 2ème degré

Modèle 42. Résoudre l'exercice 10.13.

Méthode **V/E/R/S** :

1) VAR : Définir la variable (souvent x) ;
2) EQ : Etablir une équation du 2ème degré ;
3) RES : Résoudre cette équation ;
4) SOL : Donner la solution au problème avec une phrase.

1) VAR : $x = \dots$

2) EQ : $\dots$

3) RES : $\dots$

4) SOL : $\dots$

11 Géométrie

11.1 Les constructions élémentaires

11.1.1 La médiatrice d'un segment

Modèle 43. Résoudre l'exercice 11.4.

Marche à suivre :

a) ...

b) ...

c) ...

d) ...

Construction :

11.1.2 La bissectrice d'un angle

Modèle 44. Résoudre l'exercice 11.11.

Marche à suivre :

a) ...

b) ...

c) ...

d) ...

e) ...

f) ...

Construction :

11.1.3 Le cercle de Thalès

Modèle 45. Résoudre l'exercice 11.26.

Marche à suivre :

a) ...

b) ...

c) ...

d) ...

e) ...

f) ...

g) ...

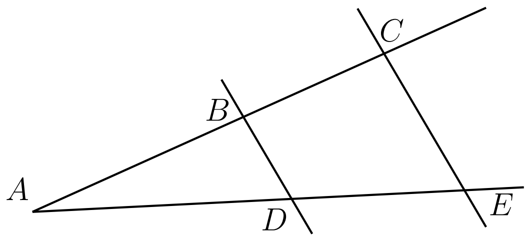
Construction :

11.2 Le théorème de Thalès

Modèle 46. Résoudre l'exercice 11.28.

Le théorème de Thalès

Hypothèses : $\ldots // \ldots$; $AB = \ldots$; $BC = \ldots$; $AD = \ldots$



Conclusion : $\dfrac{\cdots}{\cdots} = \dfrac{\cdots}{\cdots}$

12 Trigonométrie I

12.1 Angles, arcs et sections circulaires

12.1.1 Les angles

L'unité d'angle vue jusqu'ici est le degré.
Un angle droit vaut 90°.

Modèle 47. Pour plus de précision, on utilise des sous-unités du degré :

$$\boxed{1^\circ = 60'} \Rightarrow \boxed{1' = \frac{1}{\dots}^\circ} \quad ; \quad \boxed{1^\circ = 3600''} \Rightarrow \boxed{1'' = \frac{1}{\dots}^\circ}$$

Remarques : $0,1^\circ = \ \dots\,'$; $0,01^\circ = \ \dots\,''$

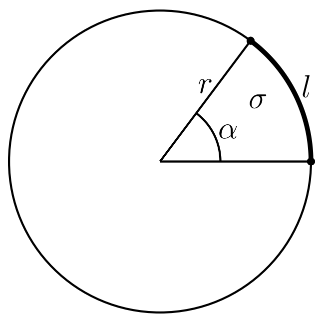
Exemples :

1) $7,21^\circ = 7^\circ + 0,2^\circ + 0,01^\circ = 7^\circ \ \dots\,' \ \dots\,''$

2) $25^\circ\, 19'\, 12'' = 25^\circ + \frac{\dots}{\dots}^\circ + \frac{\dots}{\dots}^\circ = 25^\circ + \ \dots\,^\circ + \ \dots\,^\circ = 25,\dots\,^\circ$

12.1.2 Les arcs et secteurs circulaires

Modèle 48. Pour calculer la longueur d'un arc de cercle et l'aire d'un secteur circulaire :



$$\boxed{l = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}} \quad ; \quad \boxed{\sigma = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}}$$

Exemple :

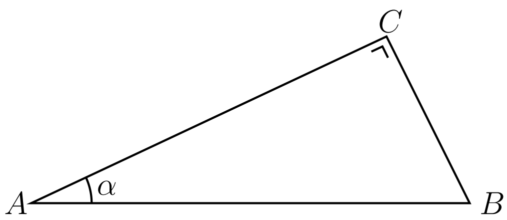
On donne $r = 78\,\text{mm}$; $\alpha = 60^\circ$.

1) Calculer $l = \ \dots$

2) Calculer $\sigma = \ \dots$

12.2 Trigonométrie du triangle rectangle

Modèle 49. Soit un triangle ABC rectangle au sommet C.



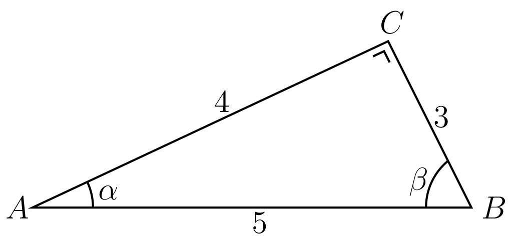
On définit :

Le **sinus** de l'angle α noté $\sin(\alpha) = \frac{\dots}{\dots}$ TRUC : … - … - …

Le **cosinus** de l'angle α noté $\cos(\alpha) = \frac{\dots}{\dots}$ TRUC : … - … - …

La **tangente** de l'angle α noté $\tan(\alpha) = \frac{\dots}{\dots}$ TRUC : … - … - …

Exemple :



- $\sin(\alpha) = \dots$
- $\cos(\alpha) = \dots$
- $\tan(\alpha) = \dots$

- $\sin(\beta) = \dots$
- $\cos(\beta) = \dots$
- $\tan(\beta) = \dots$

Remarques :

1) $\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \dots$

2) $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \dots$